

Serie 7 : Arbeit und Energie

Üb 1. Block auf einer schiefen Ebene

Ein Block der Masse $m = 18 \text{ kg}$ befindet sich auf einer schiefen Ebene mit dem Winkel $\theta = 32^\circ$. Die Reibung wird zunächst vernachlässigt.

- a) Eine Kraft F_p wird auf den Block angesetzt. Wie gross muss der minimale Wert seiner Norm sein, damit der Block nicht mehr herunter rutscht?

Numerische Anwendung : $m = 18[\text{kg}]$; $\theta = 32^\circ$.

- b) Wie gross ist die geleistete Arbeit einer horizontal einwirkenden Kraft, die den Block der Strecke d entlang der geneigten Ebene nach oben schiebt?

Numerische Anwendung : $m = 18[\text{kg}]$; $\theta = 32^\circ$; $F_p = 150[\text{N}]$; $d = 5[\text{m}]$.

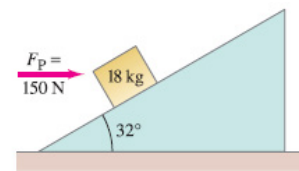
- c) Wie gross ist die durch die Gravitationskraft geleistete Arbeit?

- d) Wie gross ist die durch die Normalkraft geleistete Arbeit?

- e) Wie gross ist die Geschwindigkeit des Blocks nach der Verschiebung, wenn seine Anfangsgeschwindigkeit gleich Null war?

- f) Bestimmen Sie die Resultate der Aufgaben a) und e), wenn der Reibung nicht mehr vernachlässigt ist.

Numerische Anwendung e : $\mu_s = 0.2$; $\mu_k = 0.1$; $m = 18[\text{kg}]$; $\theta = 32^\circ$; für den Punkt e) $F_p = 200[\text{N}]$; $d = 5[\text{m}]$



Üb.2 Bauer Johnson

Der Bauer Johnson hängt an seinen Traktor einen Schlitten, der mit 1500 kg Brennholz beladen ist. Diesen Schlitten zieht er 20 m weit. Der Traktor übt eine Kraft von 5'000 N aus (Winkel zur Horizontalen: 36.9°). Die Reibungskraft beträgt 3'500 N entgegengesetzt zur Bewegungsrichtung.

- Bestimmen Sie die Arbeit aller Kräfte, die auf den Schlitten einwirken sowie die gesamte von allen Kräften geleistete Arbeit in Joules.
- Die Anfangsgeschwindigkeit beträgt $v_1 = 2.0 \text{ m/s}$, wie gross ist die Geschwindigkeit nach einem zurückgelegten Weg von 20 m? Lösen Sie diese Geschwindigkeit auf zwei verschiedene Weisen: mit dem zweiten Newtonsche Gesetz und mit Hilfe der Arbeit/Energie. Was stellen Sie fest, nachdem Sie diese zwei Wege zum Lösen der Übung benutzt haben?
- Wie gross ist die momentane Leistung des Traktors zu Beginn und nach 20 m.
- Wie würde sich der Traktor bewegen, wenn die Leistung konstant wäre (die Reibung wird vernachlässigt) ?

Üb 3. Pumpen Leistung

- Beim « jet d'eau » in Genf werden pro Sekunde 500 Liter Wasser mit der Geschwindigkeit 200 km/h nach oben gespritzt. Wie hoch steigt das Wasser und wie gross ist die Leistung der Pumpe?
- Man benutzt eine Pumpe um 10 Liter pro Sekunde aus einem 20 m tiefen Brunnen herauszupumpen. Das Rohr zwischen Pumpe und Brunnen hat einen Durchschnitt von 10 cm. Wie gross ist die Leistung der Pumpe?

Üb 4: Bungee-Jumping von einer Brücke

Die Hängebrücke von Niouc durchquert den Val d'Anniviers oberhalb des Flusses Navizence. Ein elastisches Seil hängt an einem Springer. Man betrachtet das Seil als eine Feder mit vernachlässigter Masse. Bei maximaler Auslenkung berührt der Springer gerade das Wasser des Flusses, nachher wird die Schwingung um die Gleichgewichtsposition durch Reibungskräfte zum Stillstand gebracht.

- Berechnen Sie die Gleichgewichtsposition.
- Berechnen Sie die maximale Geschwindigkeit des Springers.
- Zeichnen Sie das Diagramm für die potentielle Energie und erklären Sie die Bedeutung des Minimums.

Üb.5 Der Skate-Park

Ein Skater bewegt sich auf einer Skate-Rampe, die die Form einer Gauss-Kurve hat. Die Form der Rampe lautet:

$$y(x) = h \left(1 - \exp \left(-\frac{x^2}{a^2} \right) \right)$$

- a) Reibung wird vernachlässigt. Wie lautet die potentielle Energie des Skaters längs seiner horizontalen Position x ?

- b) Wie gross muss die minimale Geschwindigkeit des Skaters am Tiefpunkt der Rampe sein, um völlig auf der anderen Seite wieder herauf zu kommen (d.h. im Idealfall geht x gegen Unendlich)?

Lösung : $v_0 \geq \sqrt{2gh}$

- c) Der Skater startet in O mit der Geschwindigkeit $v_0 = \sqrt{gh}$. Wie gross ist der Maximalwert auf der Abszisse x_{max} den er erreicht?

Lösung : $x_{max} = a \cdot \sqrt{\ln(2)}$

- d) Nach einem schlechten Manöver verlässt der Skater die Rampe im Punkt O mit der Geschwindigkeit v_0 und setzt seine Bewegung auf dem Boden längs der Linie mit Schattierung fort, wobei eine trockene Reibung (Reibungskoeffizient μ_k) sowie eine viskose Reibung, die mit $\vec{f} = -b\vec{v}$ beschrieben werden kann, einwirken. Stellen Sie mit den Axiomen von Newton die Differentialgleichung auf und zeigen Sie, dass $\dot{x}(t) = -v_1 + (v_0 + v_1)e^{-t/\tau}$ mit $v_1 = \mu_k mg$ und $\tau = m/b$ eine Lösung der Differentialgleichung ist, die die Anfangsbedingung verifiziert.

- e) Berechnen Sie die Zeit t_A an der der Skater zum Stillstand kommt, in Funktion von τ , v_0 und v_1 . Wie interpretieren Sie $\dot{x}(t)$ für $t > t_A$?

Lösung : $t_A = \tau \cdot \ln(1 + v_0/v_1)$

