

Serie 6 : Planetarische Physik

Ziele der Serie :

- 1) In einem nicht-inertialen Bezugssystem arbeiten können.
- 2) Das Vektorprodukt zuversichtlich anwenden können.
- 3) Die Physik der Planeten verstehen.
- 4) Kenntnis und Benutzung der Keplerschen Gesetze.

Wichtige Anmerkungen :

- 1) Stellen Sie die verschiedenen Vektoren richtig dar.

Üb 1: Im Lift

Stellen Sie sich vor, dass Sie sich auf einer Waage stehend in einem Lift mit der Beschleunigung $= 3 \left[\frac{m}{s^2} \right]$ (d.h. nach unten) bewegen.

- a) Stellen Sie die Bewegungsgleichung in einem inertialen Bezugssystem mit bewegungslosem Boden dar. Stellen Sie es im nicht-inertialen Bezugssystem genauso dar. Wie hängen Sie diese zwei Gleichungen zusammen?
- b) Welche Masse m' zeigt die Waage für eine Masse $m = 70 [kg]$?
- c) Stellen Sie sich folgende Situation vor: Die Waage zeigt $80 [kg]$ während 5 Sekunden, dann $70 [kg]$ während 10 Sekunden und schliesslich $60 [kg]$ während 5 Sekunden. Welche Art Beschleunigung habe Sie erlebt während der Liftfahrt? Erklären Sie die verschiedenen beobachteten Gewichte und bestimmen Sie in welchem Stock Sie ankommen, wenn angenommen wird, dass man vom Erdgeschoss losfährt und dass ein Stock ca 3.5m entspricht.

Üb.2 Artilleriegeschoss : Rechnung mit Berücksichtigung der Erddrehung

Die Situation dieser Übung ist mit der nebenstehenden Abbildung beschrieben. Eine Kanone befindet sich in 46° nördlicher Breite. Man betrachtet die Bewegung des Geschosses im bodenfesten Bezugssystem $R_T = (O, x, y, z)$. Die (x, y) Ebene ist tangential zum Boden. Es werde angenommen, dass sich der Beobachter im Zentrum der Erde befindet, welches durch das inertielle Bezugssystem $R_I = (O_I, x', y', z')$ ist beschrieben wird. Es bewegt sich nicht mit der Erddrotation mit. Es gilt die Annahme die Erde sei perfekt rund. Die Anfangsgeschwindigkeit des Geschosses im Bezugssystem R_T steht auf der Ebene (x, z) .

- a) Sei P die Position des Geschosses. Zeigen Sie, dass:

$$\vec{a}_T = \vec{a}_I - \vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{OP}) - 2\vec{\Omega} \times \vec{v}_T$$

mit $\vec{a}_T$ der Beschleunigung des Geschosses im Bezugssystem R_T , $\vec{a}_I$ der Beschleunigung im Bezugssystem R_I , und $\vec{\Omega}$ dem Erddrotationsvektor. Benutzen Sie hierzu die Vektorrelation für Basisvektoren (siehe Serie 05)

$$\dot{\vec{e}}_k = \vec{\Omega} \times \vec{e}_k; k = x, y, z.$$

Beschreiben Sie die Ortsvektoren $\overrightarrow{OP}$ und $\overrightarrow{O_I O}$ in folgender Summenschreibweise

$$\overrightarrow{AB} = \sum_k \alpha_k \cdot \vec{e}_k,$$

wobei α_k die Koordinaten des Vektors entlang $\vec{e}_k$ beschreiben.

b) Zeigen Sie, dass die Bewegungsgleichungen des Geschosses wie folgt ausgedrückt werden können:

$$\begin{cases} \ddot{x} = 2 \cdot \Omega \cdot \dot{y} \cdot \cos \delta + \Omega^2 \cdot R \cdot \sin \delta \cdot \cos \delta \\ \ddot{y} = -2 \cdot \Omega \cdot (\dot{x} \cdot \cos \delta + \dot{z} \cdot \sin \delta) \\ \ddot{z} = -g + 2 \cdot \Omega \cdot \dot{y} \cdot \sin \delta + \Omega^2 \cdot R \cdot \sin^2 \delta \end{cases}$$

wobei R der Radius der Erde ist und δ der Winkel zwischen dem Nordpol und dem Punkt O (näheren Sie $\overrightarrow{O_I P}$ mit $\overrightarrow{O_I O}$ an und denken Sie darüber nach, wieso diese Annäherung gültig ist).

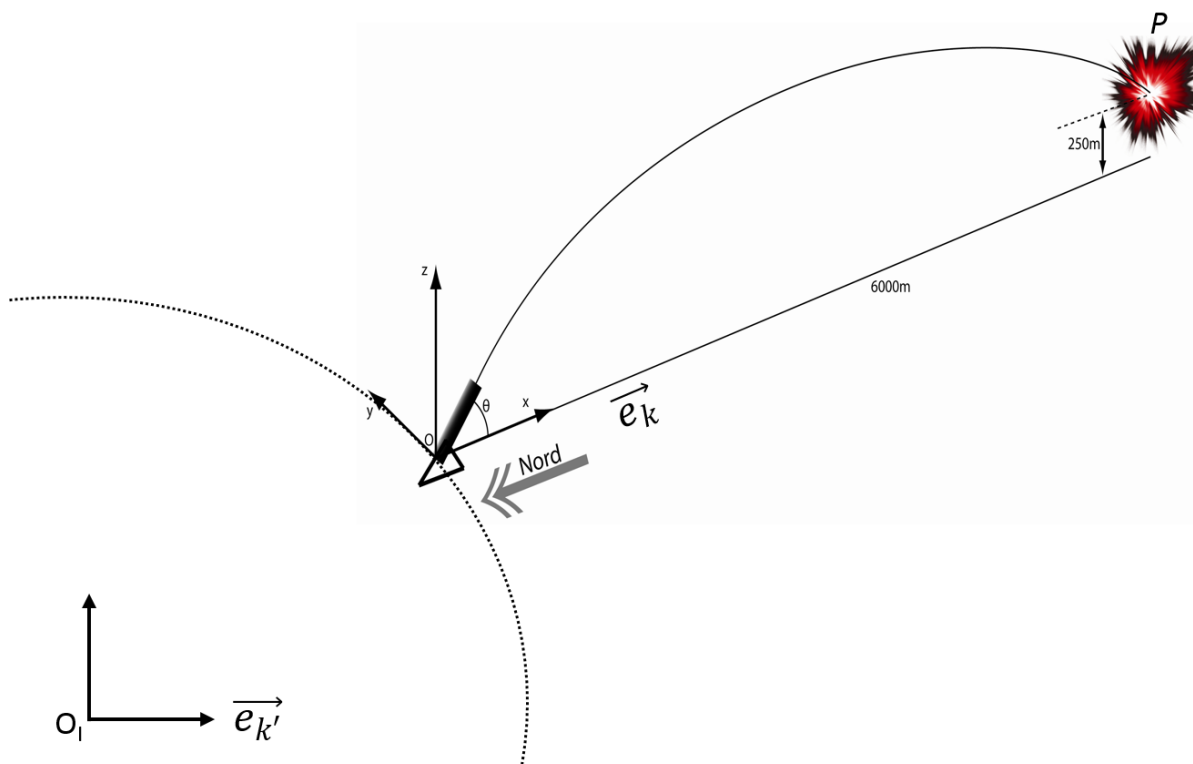
c) Betrachtet man ersten Grades nur die Korrektur in Ω der Bewegung längs y , somit kann man $\vec{r}(t) = \vec{r}_0(t) + \Omega \cdot$

$\vec{r}_1(t)$ ausdrücken mit $\vec{r}(0) = \vec{r}_0(0)$, wobei $\vec{r} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$. Benutzen Sie die Bewegungsgleichungen des letzten

Punktes und finden Sie $y_1(t)$. $y_1(t)$ soll dieselbe Potenz von Ω multiplizieren wie $\vec{r}_1(t)$.

d) Wie weit fliegt das Geschoss längs y nach einer Zeit T ?

Daten : Anfangsgeschwindigkeit $v_0 = 300 \left[\frac{m}{s} \right]$; $\theta = 69^\circ$; $T = 1[\text{minute}]$.



Üb. 3 Die Roche-Grenze

In dieser Übung betrachtet man was einem Satelliten geschieht, falls er zu nahe an einem massiven Planeten fliegt. Wir vermuten, ein Satellit mit Masse $2m$ ist in der Umlaufbahn um Jupiter.

- Welche Kräfte wirken auf den Satelliten? Stellen Sie seine Beschleunigung vektoriell dar. Wie gross ist seine Norm? Mit welcher Geschwindigkeit bewegt sich der Satellit?
- Umso näher der Satellit am Planeten rankommt, desto grösser werden die Gezeitenkräfte, die Jupiter auf ihn ausdrückt. Um die Bedingungen unter deren der Satelliten sich auflöst zu studieren, wird angenommen, dass er zwei gegeneinandergedrückten Kugeln mit Massen m und Radien r entspricht. Es wird noch angenommen, dass die Zentren der zwei Kugeln mit dem Zentrum von Jupiter jederzeit ausgerichtet sind. Stellen Sie auf einem Schema für jede der zwei Kugeln die auf ihnen wirkenden Kräfte dar.
- Bestimmen Sie diese Kräfte analytisch. Wie hängen Sie von der Distanz zwischen Jupiter und den zwei Kugeln ab?
- Welche Bedingung ist notwendig damit diese zwei Kugeln sich trennen? Berechnen Sie diesen Wert (numersich).

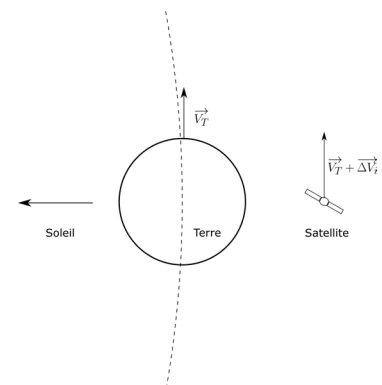
Daten : $M_J = 1.9 \cdot 10^{27} [kg]$; $r_J = 7.1 \cdot 10^4 [km]$; Die Dichte des Satelliten ist nahe der des Wassers.

Üb.4 Sonde auf Mars

Wenn eine Raumfahrtbehörde unternimmt eine Sonde auf eine andere Planete zu schicken, müssen die Kennzeichen der Trajektorie sehr Präzis geschätzt werden. Die Keplersche Gesetzze erlauben uns, ein Paar wichtige Kennzeichen zu bestimmen, wie die Startgeschwindigkeit und das Startfenster.

Die Europäische Weltraumorganisation bittet Sie, ein Satellit in Orbit um den Planeten Mars zu bringen.

- Wenn es angenommen ist, dass der Orbits von Mars und der Erde kreisförmig sind, mit welcher Geschwindigkeit bewegen sich die zwei Planeten? In einem heliozentrischen Bezugssystem, wie gross ist die Winkelgeschwindigkeit.
- Nehmen wir an, der Satellit fliegt auf derselben Trajektorie wie die Erde um die Sonne nach dem starten. Für die Folge dieser Überlegung, wird es angenommen, dass der Satelliten nur der Sonnengravitationskraft ausgesetzt ist wobei die Gravitationskräfte der Planeten vernachlässigbar sind. Stellen wir uns jetzt vor, dass der Satellit während einer kurzen Zeit seine Motoren einschaltet, um eine Geschwindigkeit Δv_i aufzunehmen (siehe Abbildung). Nach dem Abschalten der Motoren, welcher Form bekommt sein Orbit? Bilden Sie die Situation auf einem Schema des internen Sonnensystems ab.
- Erklären Sie in einer qualitativen Weise mit welchem treibstoffsparenderen Vorgehen, der Satelliten sich auf demselben Orbit wie Mars um die Sonne befinden kann.
22. Mai 2016 befanden sich die Erde und Mars am nächsten möglich voneinander. An diesem moment waren die zwei Planeten und die Sonne mit einander ausgerichtet. Mit Hilfe des zuvor festgelegten Vorgehens, bestimmen Sie wie viele Tage man warten sollte nach dem 22. Mai 2016 um einen Satelliten zu schicken und eine erfolgreiche Orbit-setzung um Mars durchzuführen.



Daten : $1 \text{ ua} = 1.5 \cdot 10^{11} [m]$; Distanz zwischen Sonne und Mars = $1.5 [\text{ua}]$; Masse der Erde = $6 \cdot 10^{24} [kg]$; Masse von Mars = $6.4 \cdot 10^{23} [kg]$ und Masse der Sonne = $2 \cdot 10^{30} [kg]$.