Serie 5 : Dynamik der Rotationen

Ziele der Serie :

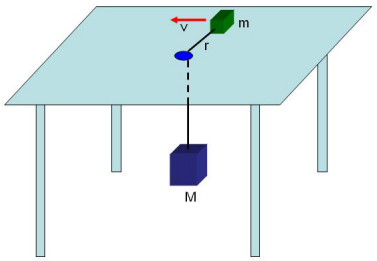
1) Bestimmung der Radialbeschleunigung eines Objektes auf einer Kreisbahn.
2) Modellierung eines Systems mit Federn.
3) Stellung der Newtonschen Gesetze in Zylinderkoordinaten.

Wichtige Anmerkungen :

1) Beschreiben Sie alle benutzte Variablen und Parameter auf ihren Zeichnungen.
2) Überprüfen Sie Zwischenresultate für bestimmte einfache Fälle (keine Steigung, keine Reibung, Gleichgewicht,…).

Üb.1 Drehbewegung

Eine Schachtel mit der Masse m liegt waagerecht auf einem Tisch, auf dem die Reibung vernachlässigbar ist. Sie befindet sich dies Distanz r von einem Loch in der Mitte des Tisches entfernt (siehe Abbildung). Eine Schnur ist an der Schachtel befestigt und führt durch das Loch. Am anderen Ende der Schnur ist eine grössere Masse M befestigt. Die kleine Schachtel folgt eine gleichförmige Drehbewegung mit Radius r und Geschwindigkeit v.



a) Zeichnen Sie ein Schema der auf jede Masse wirkenden Kräfte.
b) Finden Sie die Geschwindigkeit v der kleinen Masse, wenn sich die grosse Schachtel nicht bewegt.

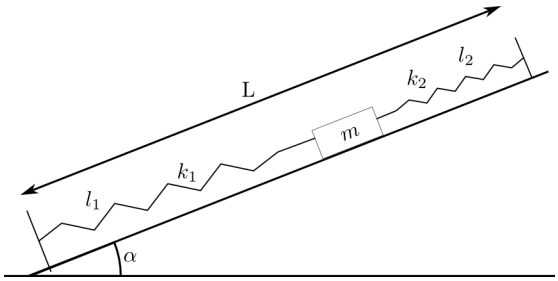
Üb.2 Der Rundkurs von Nascar

Manche Autorennbahnen haben schräge Kurven, wie es der Fall für das NASCAR-Rennen ist. Wir betrachten eine Kurve einer solcher Autorennbahn, mit Radius $R = 50\ [m]$ und mit einem Winkel von 25° zur Horizontalen geneigt. Der Haftreibungskoeffizient Strasse/Reifen sei $\mu_s = 0.35$, der Gleitreibungskoeffizient sei $\mu_s = 0.35$.

a) Stellen Sie schematisch die Kräfte dar, die auf ein Auto wirken, welches mit konstanter Geschwindigkeit in einer Kurve fährt. Stellen Sie die Fahrzeugbeschleunigung dar. Definieren Sie ein Bezugsystem und drücken Sie die Kräfte und die Beschleunigung in Spaltenvektoren aus.
b) Stellen Sie das zweite Newtonsche Gesetz dar und bestimmen Sie die minimale und maximale Geschwindigkeit (d.h. ohne abfallen oder nach aussen driften in Folge von Haftreibungsverlust).
c) Was ändert sich daran, wenn man die Reibung vernachlässigt?
d) Was ändert sich daran, wenn die Kurve nicht schräg ist?

Üb.3 Schrägstehende Feder

Eine Masse m ist an zwei Federn, mit Konstanten k_1 und k_2 und Längen l_1 beziehungsweise l_2, befestigt. Die Federn und Masse befinden sich auf einem Hang mit Winkel α $\left(|\alpha| < \frac{\pi}{2}\right)$ zur Horizontalen (siehe Abbildung). Die zweite Feder ist an einer Distanz L vom Ursprung der anderen Feder befestigt.



a) Zeichnen Sie ein Schema der anwesenden Kräfte, wenn man die Reibung vernachlässigt, und stellen Sie das zweite Newtonsche Gesetz dar, wenn man davon ausgeht, dass die Masse zwischen den zwei Festpunkte der Federn bleibt.

b) Berechnen Sie die Gleichgewichtsposition x_e des Systems. Seien $l_1 = l_2 = l$ und $k_1 = k_2 = k$. Wie gross ist die maximale Masse, sodass die Gleichgewichtsposition noch zwischen zwei Federn bleibt (d.h. Feder 1 ist völlig komprimiert, wenn α positiv ist)? Numerische Berechnung : $\alpha = 60°$; $k = 1\left[\frac{kN}{m}\right]$; $L = 50\ [cm]$.

c) Zeigen Sie, dass die Bewegungsgleichung der Masse m längs der Steigung der Form $\ddot{x} = -\omega^2(x - x_e)$ ist, wobei x_e Gleichgewichtsposition ist. Was ist der algebraische Ausdruck für die Kreisfrequenz ω?

Üb.4 Feder auf dem Tisch

Eine Masse m ist an einer Feder festgesetzt, mit Konstante k und Länge l, wenn keine Dehnung der Feder anwesend ist. Der andere Endpunkt der Feder ist an einer horizontalen Tischplatte befestigt. Man geht davon aus, dass die Dehnung der Feder nur in Richtung der Masse möglich ist (d.h. ohne dass eine Verdrehung auf der Feder auftritt).

a) Zeichnen Sie ein Schema der Situation! Zeigen Sie alle anwesende Kräfte (Reibung wird vernachlässigt).

b) Stellen Sie das zweite Newtonsche Gesetz in Zylinderkoordinaten dar.

c) Zeigen Sie, dass die Grösse $L = mr^2\omega$ im Verlauf der Zeit konstant ist, wobei r die Distanz zwischen der Masse und dem Festpunkt der Feder ist. Sei ω die Winkelgeschwindigkeit.

d) Finden Sie die Gleichgewichtsposition ($r = r_e$ konstant), bei gegebener Winkelgeschwindigkeit.