

I. Vecteurs - Cinématique

1. a / s

2. prod Δ

3. det

4. prod r

5. pro m

6. p h

7. r h

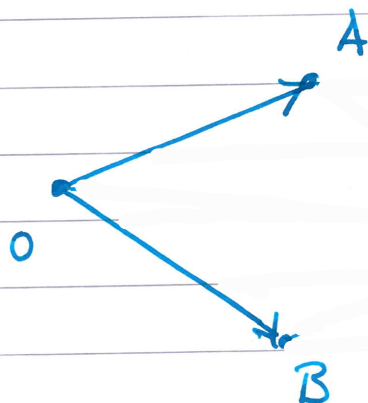
8. traj

9. det

10. règle

I.1

Δ différence entre les p et les r



$$\vec{OC} \triangleq \vec{OA} + \vec{OB}$$

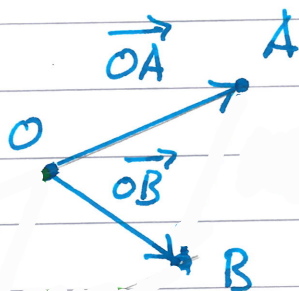
Règle du parallélogramme

soit

$\equiv$

addition de

$$\vec{OB} - \vec{OA} =$$

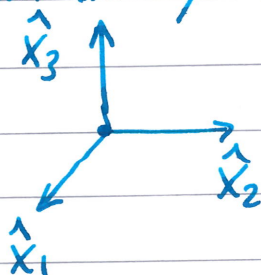


$$= \vec{OB} - \vec{OA}$$

en composantes :

$$\vec{OA} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} \quad \vec{OB} = \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$$

il faut un repère



$$\vec{OA} = + + $$

$$\vec{OB} = + + $$

$$\vec{OA} + \vec{OB} = \hat{x}_1 + \hat{x}_2 + \hat{x}_3 + \hat{x}_1 + \hat{x}_2 + \hat{x}_3$$

$$= \left(\begin{matrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{matrix} \right) \hat{x}_1 + \left(\begin{matrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{matrix} \right) \hat{x}_2 + \left(\begin{matrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{matrix} \right) \hat{x}_3$$

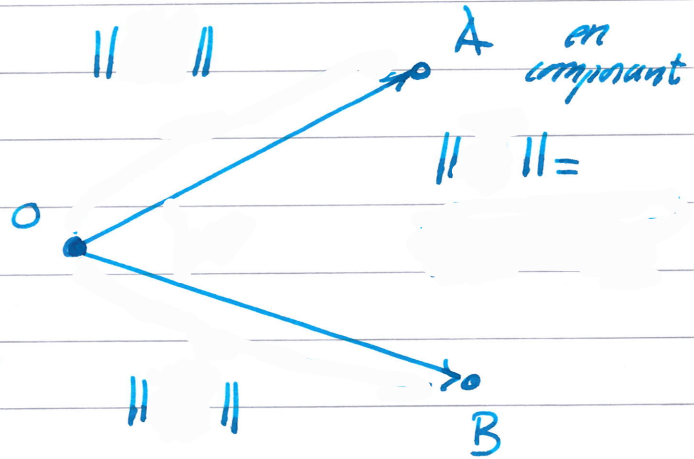
car on peut mettre bout à bout les
et les $\perp$ $i \neq j$ avec les

$$\vec{OA} + \vec{OB} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

I.2 Prod

définition "géométrique"

$$\vec{OA} \cdot \vec{OB} \triangleq$$



nécessite la notion de
" " de la "flèche".

définition "algébrique"

$$\vec{OA} \cdot \vec{OB} =$$

$$= \sum_{i=1}^3$$

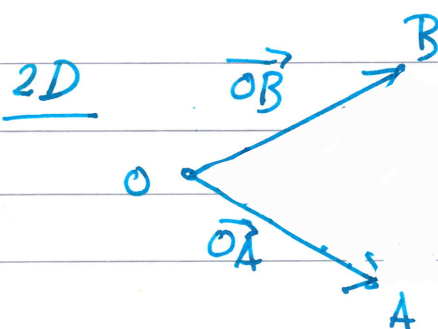
que l'on écrit souvent par un produit
matriciel

$$\vec{OA} \cdot \vec{OB} = \begin{pmatrix} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \end{pmatrix} =$$

I.3 det

notion géométrique en 2D :

en 3D :



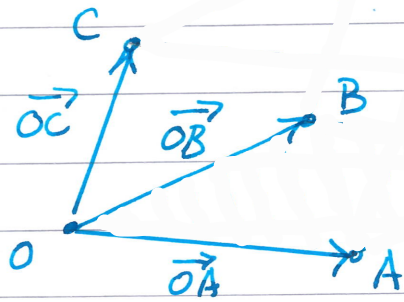
$$\vec{OA} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

$$\vec{OB} = \begin{pmatrix} \\ \end{pmatrix}$$

$$= \begin{vmatrix} & \\ & \end{vmatrix} =$$

3D

déterminant $\equiv$ " " "



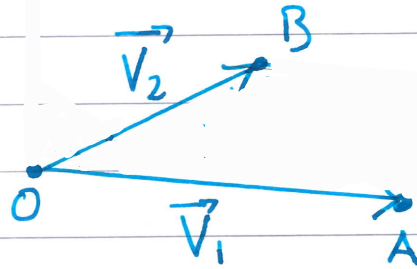
$$V = \begin{vmatrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{vmatrix}$$

$$= b \cdot n$$

I.4 p r

$$= \lambda$$

$$= \lambda$$



$$\parallel \parallel = \parallel \parallel$$

$\parallel \parallel = a$ du peu sur et construit

règle de la main droite



$$= \lambda$$

Calcul algébrique



repère
orthonormé
direct

$$\begin{matrix} \vec{V}_1 = & + & + \\ \vec{V}_2 = & + & + \end{matrix}$$

$$\vec{V}_1 \wedge \vec{V}_2 =$$

$$\begin{vmatrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vdots \\ \vdots \\ \vdots \end{vmatrix}$$

I.S prod m

$$\bullet (\wedge) = \begin{array}{|c|} \hline | \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{|c|} \hline | \\ \hline \end{array} \quad (*)$$

en effet,

$$b^{\rightarrow} \wedge c^{\rightarrow} = \hat{x}_1 \quad \quad \quad - \quad \quad \quad \hat{x}_2$$

$$\bar{a}^1 = \hat{x}_1 + \hat{x}_2 + \hat{x}_3 + \hat{x}_3$$

$$a = x_1 + x_2 + x_3$$

et $\vec{a} \cdot (b \wedge c) =$

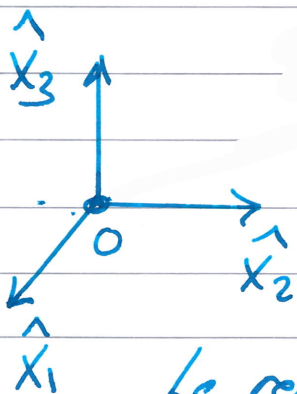
I.6 prod t

$$1(1) = (\cdot) - (\cdot)$$

démonstration : diapositives

Cinématique

I.7 Repère et point matériel



P

r rayon

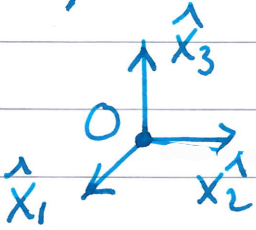
$$\vec{r} \triangleq$$

Le repère est noté

Le repère est noté $(\hat{x}_1, \dots, \hat{x}_n)$ orthonormé
les $\hat{x}_i$ sont tel que $\hat{x}_i \cdot \hat{x}_j = 0 \text{ } i \neq j$ $\|\hat{x}_i\| = 1$

I.8 traj

La nouveauté par rapport à la géométrie est que le point P

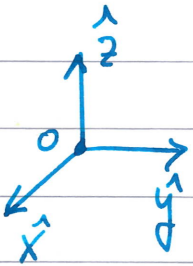


Déf. la traj

$$\{P \mid \dots\}$$

Déf. Equation hor : Relation (fonction) entre la
et le
 $t \mapsto$

Vitesse moyenne pour se déplacer de A à B.



A.

B.

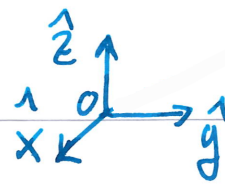
$$\vec{V} = \frac{\dots}{t - t} = \frac{\dots}{t - t}$$

Vitesse instantanée $\approx$

$$\vec{V} \approx \frac{\Delta \dots}{h}$$

$$h = t - t$$

I.9 dcr



$$\vec{OP} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

notation

$$\frac{d}{dt} = \frac{\Delta}{h}$$

$$\vec{V}_P = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} = \dot{x} \hat{x} + \dot{y} \hat{y} + \dot{z} \hat{z}$$

Accélération

$$= \frac{d}{dt} = \frac{\Delta}{h}$$

$$= \dot{x} \hat{x} + \dot{y} \hat{y} + \dot{z} \hat{z} = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix}$$

Règle de la dérivée de fonctions composées

$$\left(\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \right)' = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix}$$

En d'autres termes, $\left(\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \right)' = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix}$

I.10 Règle de

Thm

$$= +$$

notation plus compact

$$= +$$

$$\frac{d}{dt} \left(\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix}$$

La règle de Leibniz s'applique également aux produit scalaire produit vectoriel

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{d}{dt} \\ \frac{d}{dt} \\ \frac{d}{dt} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{d}{dt} \\ \frac{d}{dt} \\ \frac{d}{dt} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{d}{dt} \\ \frac{d}{dt} \\ \frac{d}{dt} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \\ \\ \end{pmatrix}$$

Complément: calcul des déterminants: par développement récursif

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = +a_1 \begin{vmatrix} b_2 & c_2 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} - a_2 \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_3 & c_3 \end{vmatrix} + a_3 \begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix}$$

← signature

+	-	+
-	+	-
+	-	+

Règle de Sarrus:

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$$

$$= \underline{a_1 b_2 c_3} + \underline{a_3 b_1 c_2} + \underline{a_2 b_3 c_1} - \underline{a_3 b_2 c_1} - \underline{a_2 b_1 c_3} - \underline{a_1 b_3 c_2}$$

+ permutations circulaires des indices 1,2,3 : $(1,2,3)$ $(3,1,2)$ $(2,3,1)$
 - permutations circulaires des indices 3,2,1 : $(3,2,1)$ $(2,1,3)$ $(1,3,2)$