

II. Newton - balistique

1.

1. Lois de Newton

1.1. persé

1.2. force et var.

1.3. Action =

2. Moments 2.1 ciné

2.2 force.

2.3 Fonc int. ext.

3. Centre de

4. bal

4.1 sans

4.2. avec

(5.

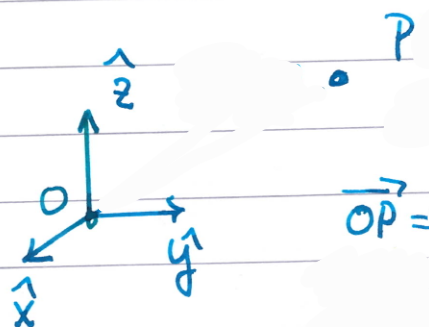
2 corps

5.1 masse

II.1 Lois de Newton

Le point P est matériel.

Il a donc



Dynamique: La dynamique introduit
des
la
dérivée de la cinématique en rapport
avec

1.1 Loi 1 : Persévérance du mouvement en absence de

En d'autres termes, il ne faut " " pour
maintenir un mouvement à vitesse
dans un référentiel

(Réf. $\equiv$ réf.)

Remarque: Ce concept ne faisait pas l'unanimité avant Newton!

1.2. Loi 2: La est introduite pour caractériser
la du mouvement, et l'équation qui
gouverne la du est

$$\vec{F} = \frac{d}{dt} (\quad)$$

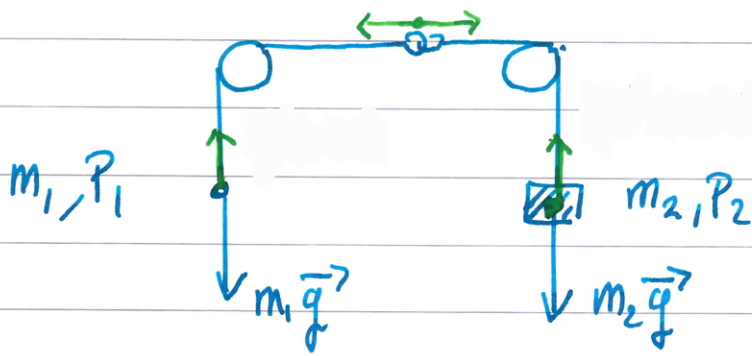
et pour un point unique

$$\vec{F} = \frac{d}{dt} (\quad) =$$

1.3 Loi 3

Loi de l'action-réaction

2.



$$\vec{F} = -\vec{F}$$

$$\vec{F} \neq -\vec{F}$$

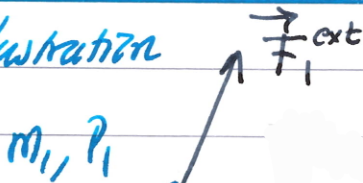
Dans une interaction mutuelle

(au sens des forces) dans le sens opposé

"A toute action, il y a tjrs une réaction égale qui lui est opposée"

Remarque sur les lois 2 et 3 les forces qui s'exercent sur un point s'add. Ainsi, plusieurs causes peuvent contribuer à la modification du mouvement du point matériel, et les causes/conséquences se

Illustration

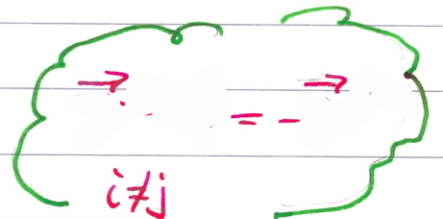
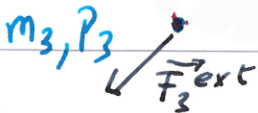
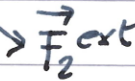


$$m\vec{v}_1 = \vec{F}_1^{\text{ext}} + \dots$$

$$m\vec{v}_2 = \vec{F}_2^{\text{ext}} + \dots$$

$$m\vec{v}_3 = \vec{F}_3^{\text{ext}} + \dots$$

m_2, P_2



2. Moments

2.1 moment de force

2.2 moment cinétique

lié au point

lié au point

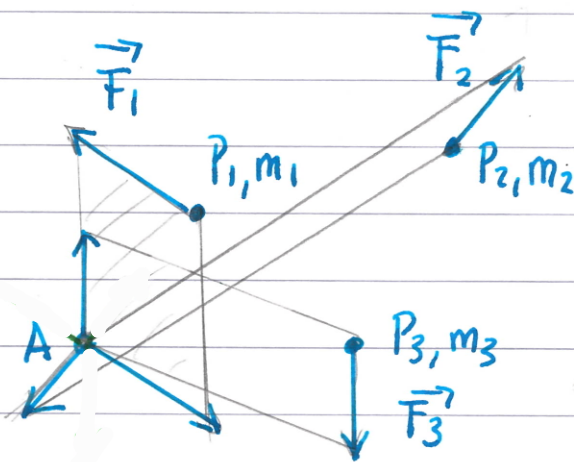
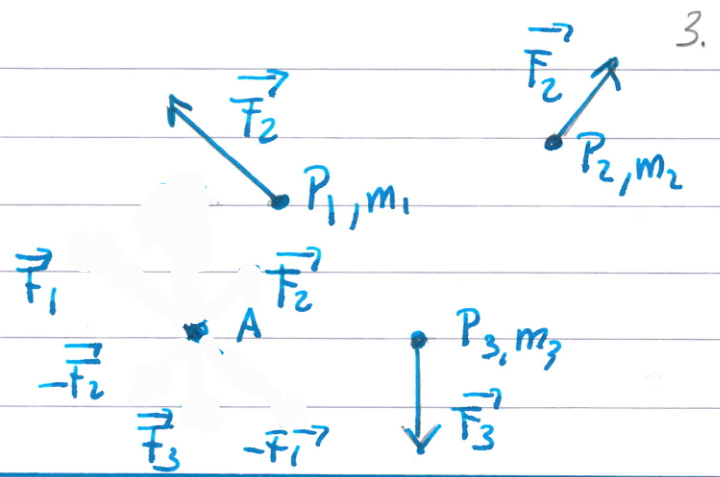
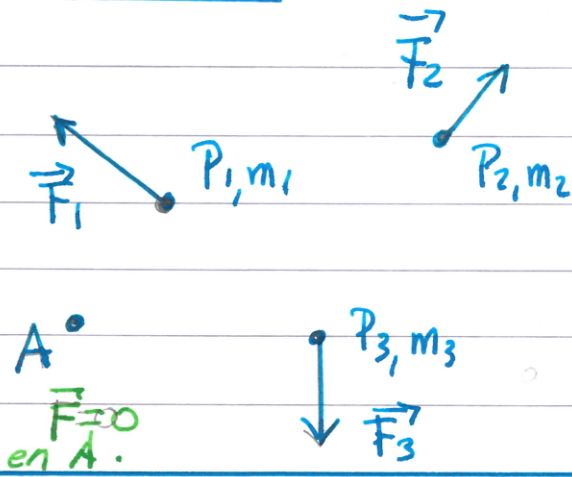
2.1 $\vec{\pi}_O =$

2.2 $\vec{L}_O =$

Thm

$$\frac{d}{dt} =$$

Réduction des forces en un moment de force et une résultante



$$\vec{M}_A = \vec{M}_{A,1} + \vec{M}_{A,2} + \vec{M}_{A,3}$$

$$\vec{M}_A = \vec{r}_{A,1} \wedge \vec{F}_1 + \vec{r}_{A,2} \wedge \vec{F}_2 + \vec{r}_{A,3} \wedge \vec{F}_3$$

couple: deux vecteurs parallèles et opposés, les couples se somment vectoriellement (droite de support)

$$\vec{M}_A = \sum_{i=1}^3 \vec{r}_{A,i} \wedge \vec{F}_i$$

→ La résultante sera toujours égale à la somme de forces
 $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$
 que ce que soit le point de réduction.

→ les moments de forces dépendent du point de réduction.

on a la règle BABAR

$$\vec{M}_A = \vec{r}_{A,B} \wedge \vec{F} + \vec{M}_B$$

Démonstration de $\frac{d}{dt} L_O = \vec{\Pi}_O$

4.

conséquence directe des lois de Newton

$$\frac{d}{dt} \sum \vec{r}_i \cdot \vec{p}_i = \sum \vec{r}_i \cdot \frac{d\vec{p}_i}{dt} + \sum \vec{p}_i \cdot \frac{d\vec{r}_i}{dt}$$

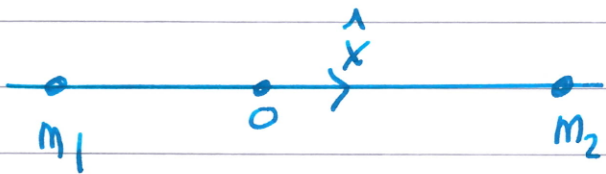
$$= \sum \vec{r}_i \cdot \vec{F}_i + \sum \vec{p}_i \cdot \vec{v}_i = \vec{\Pi}_O$$

3. centre de masse

Exemple numérique

$$m_1 = 1 \text{ [kg]}$$

$$m_2 = 3 \text{ [kg]}$$



on s'attend à trouver le centre de masse
plus proche de m_2 que de m_1 .

"point où toute la masse se concentre et tel que les forces
extérieures entraînent avec elle"

idée: prendre la moyenne des distances pondérées par les
masses

$$\vec{OG} = \frac{1}{M} \sum \vec{r}_i$$

($M =$
masse totale)

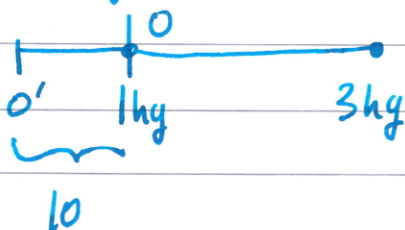


$$\vec{OP}_1 = \hat{x} \quad \vec{OP}_2 = 3\hat{x}$$

$$\vec{OG} = \frac{1}{4} \hat{x} = \frac{1}{4} \hat{x}$$

Le centre de masse ne dépend pas

changer l'origine



$$\vec{OG} = \vec{O'O} + \vec{OG}$$

$$= \vec{O'O} + \frac{1}{4} \hat{x}$$

$$= \left(\frac{1}{4} \right) \hat{x}$$

$$\vec{OG} = \left(\sum_{\alpha} \right) \frac{1}{n}$$

$$\vec{OG} = \left(\sum_{\alpha} \right) \frac{1}{n}$$

$$\vec{O'P}_{\alpha} = \vec{\quad} + \vec{\quad}, \text{ ainsi,}$$

$$\vec{O'G} = \underbrace{\left(\sum_{\alpha} \right) \frac{1}{n}}_{\quad} + \underbrace{\left(\sum_{\alpha} \right) \frac{1}{n}}_{\quad} = \vec{\quad} + \vec{\quad}$$

4. balistique

4.1 sans

- Forces extérieures
- forces issues
 - dans l'échelle laboratoire: champ prop.
 - et

- ① repère
- ② coordonnées, liaisons
 $P(t), m$
- ③ forces en présence
 $\vec{F} =$
 (champ
 $\vec{g} = \hat{z} = \hat{z}$
 $[m/s^2]$
- ④ Loi de Newton

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix} =$$

④ Lois = donne équations différentielles

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} \quad \\ \quad \\ \quad \end{pmatrix} =$$

{ = = = (point ④)
 Ecrire les équations du mouvement.

⑥ $\Rightarrow$ intégrer les équations du mouvement

5.

$\ddot{x} = 0$ $\int = \int$ $\Rightarrow \dot{x} =$	$\dot{x} =$ $\int = \int$ $\Rightarrow x(t) =$	sont toutes des constantes il y en aura autant
--	--	--

L'équation pour y est analogue à celle pour x
(avec de nouvelles

$y =$

Par contre, pour z, c'est différent

$$\ddot{z} =$$

$$\dot{z} =$$

$z =$

interprétation des constantes d'intégration

les constantes d'intégration permettent de ^{tenir compte} (spécifier) des
ou plus précisément, à chaque correspond
une rotation . les constantes d'intégration
différentes (les éga hor)

et	$\Rightarrow$	déterminant	et
et	$\Rightarrow$	déterminant	et
et	$\Rightarrow$	déterminant	et

$$x(t) =$$

$$y(t) =$$

justification

7.

$$x(0) = \quad = \quad \Rightarrow C_2 =$$

$$\dot{x}(t) = \quad \dot{x}(0) = \quad \Rightarrow C_1 =$$

idem pour y.

$$z(0) = \quad \dot{z}(0) = \quad = \quad =$$

$$z(t) =$$

4.2 Balistique avec frottement

- ① repère
- ② coord.

③ modèle de force:

④ Lois de Newton:

$$\quad$$

⑤ Equations dynamique

$$\begin{cases} \ddot{x} = \\ \ddot{y} = \\ \ddot{z} = \end{cases}$$

⑥ Solution des équations différentielles

8.

$$x'' =$$

introduire la variable intermédiaire

$$y \triangleq \dot{x}$$

$$\dot{y} =$$

solution

$$y(t) =$$

ensuite résoudre, une intégration supplémentaire, pour obtenir x :

$$x(t) = \int y(t) dt =$$

$\Rightarrow$

$$x(t) =$$

idem pour $y(t)$.

Complément:

$$\frac{dy}{dt} = -y$$

$= -$

$$\int = \int =$$

$$\ln(y) = t + C_0 \rightarrow y = e^{t+C_0} = C \cdot e^t$$

Solution homogène

et

solution particulière

(solution) d'une équ. diff.
qui ne comporte que les
variables.

solution quelconque de
l'équ. diff. Pas nécessaire
d'introduire les constantes d'intégration.
N'importe quelle solution convient!

$$\ddot{z} = -g - \frac{b}{m} \dot{z}$$

solution h

9.

z_h

$$z_h =$$

- Solution particulière, sous forme polynomiale,

$$z_p(t) =$$

$$\dot{z}_p =$$

$$\ddot{z}_p =$$

$$=$$

$$\Rightarrow$$

$$=$$

$$z_p(t) =$$

solution complète:

$$z + z_p =$$

$$z(t) =$$

Introduction des conditions initiales:

$$\| \quad z(0) =$$

+

$$\Leftrightarrow$$

$$=$$

$$\| \quad \dot{z}(0) =$$

-

$$=$$

$$z(t) =$$