

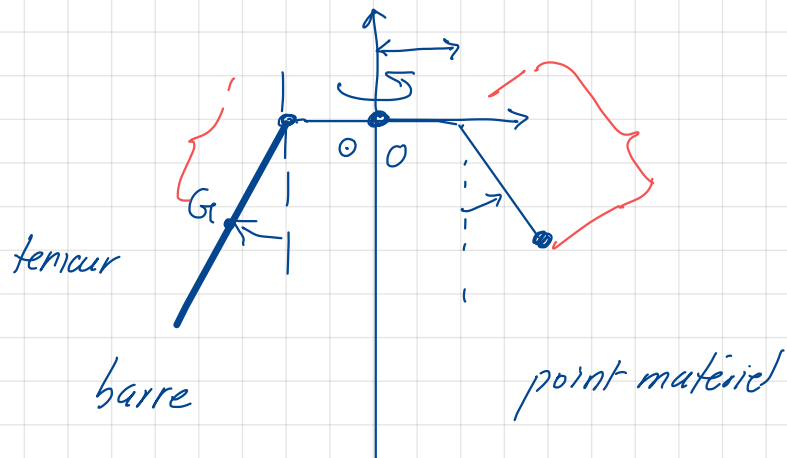
Pendule d'Ansermet

En. cinétique et potentielle.
dérivation des équations par la
méthode de Lagrange

γ

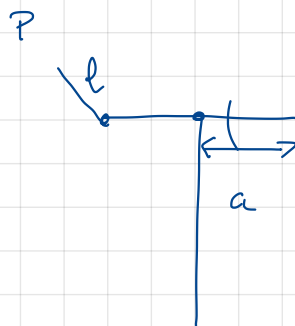
Ph. Willhaup





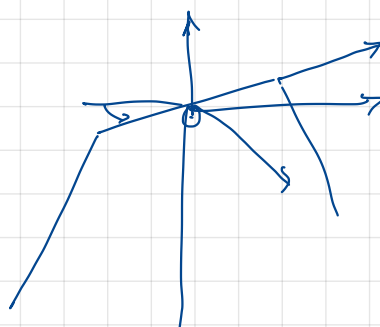
Quel est le type de contrainte si on utilise le repère (O, x, y, z) pour la position de G et de P .

Réponse:



⚠ aux coordonnées sphériques,

$\Rightarrow$ utilisons les coordonnées généralisées



Energie cinétique du point matériel

Ecrivons sa position

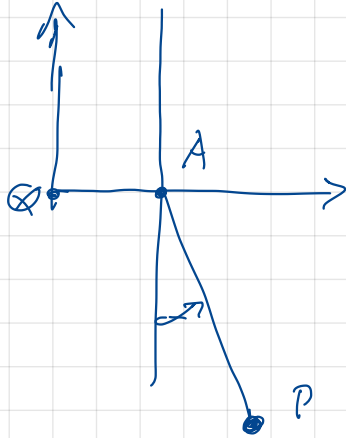


position du point A

$$x_A =$$

$$y_A =$$

$$z_A =$$



$$\vec{AP} =$$

$$\vec{OP} =$$

$$=$$

$$=$$

$$T = E_{cin} = \frac{1}{2} m \vec{V}_P \cdot \vec{V}_P$$

$$\vec{V}_P = \dot{\vec{OP}} = \dot{\vec{OA}} + \dot{\vec{AP}}$$

$$=$$

$$\dot{\vec{X}} = \vec{\omega} \wedge \vec{X} =$$

$$\vec{V}_P =$$

$$\vec{V}_P =$$

$$\vec{V}_P \cdot \vec{V}_P =$$

$$=$$

$$E_{cin} =$$

$$E_{pot} = mgh =$$

$$L = E_{cin} - E_{pot}$$

1 d° de l'axe θ

$$\frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}} =$$

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} =$$

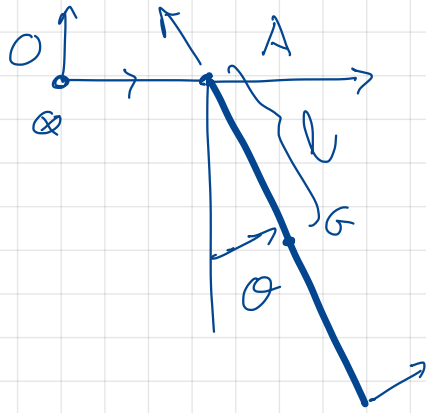
$$\frac{d}{dt} () =$$

Equations différentielles de la dynamique :

$$\frac{d}{dt} () - =$$



le système se comporte comme la glissière hémisphérique
que lorsque / sinon c'est différent.



Energie cinétique du solide
point arbitraire A

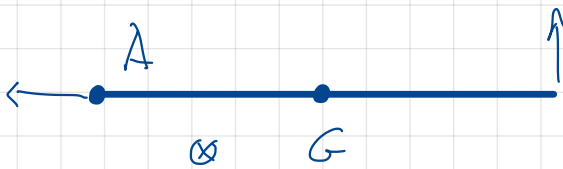
$$E_{cin} = \frac{1}{2} m \vec{V}_A \cdot \vec{V}_A + \mathcal{M} (\vec{\omega} \wedge \vec{AG}) \cdot \vec{V}_A + \frac{1}{2} \vec{\omega} \cdot \underline{I}_A \vec{\omega}$$

calculer

$$\rightarrow \underline{I}_A =$$

(Steiner) =

$$\vec{\omega} = \hat{y}' + \hat{z} \leftarrow \text{du solide}$$



$$\hat{z}' =$$

$$\vec{\omega}' =$$

$$E_{cin} = \frac{1}{2} m \vec{V}_A \cdot \vec{V}_A + \mathcal{M} (\vec{\omega}' \wedge \vec{AG}) \cdot \vec{V}_A + \frac{1}{2} \vec{\omega}' \cdot \underline{I}_A \vec{\omega}'$$

$$\underline{I}_A \vec{\omega}' =$$

$$\frac{1}{2} \vec{\omega}' \cdot \underline{I}_A \vec{\omega}' =$$

$$\vec{V}_A =$$

$$\frac{1}{2} m \vec{V}_A \cdot \vec{V}_A =$$

$$\vec{AG} =$$

$$\vec{\omega} =$$

$$\vec{\omega} \wedge \vec{AG} =$$

$$=$$

$$=$$

$$E_{\text{cin}} =$$

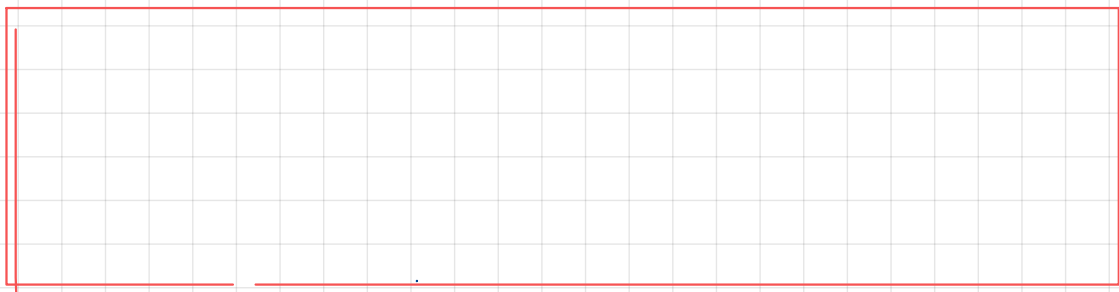
$$E_{\text{pot}} =$$

$$\mathcal{L} =$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\theta}} =$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \theta} =$$

$$\frac{d}{dt} (\quad) - \quad = 0$$



à comparer avec

Application numérique $l = 16 \text{ [cm]}$ $a = 5 \text{ [cm]}$

$$\Omega = 75 \text{ [t/min]}$$

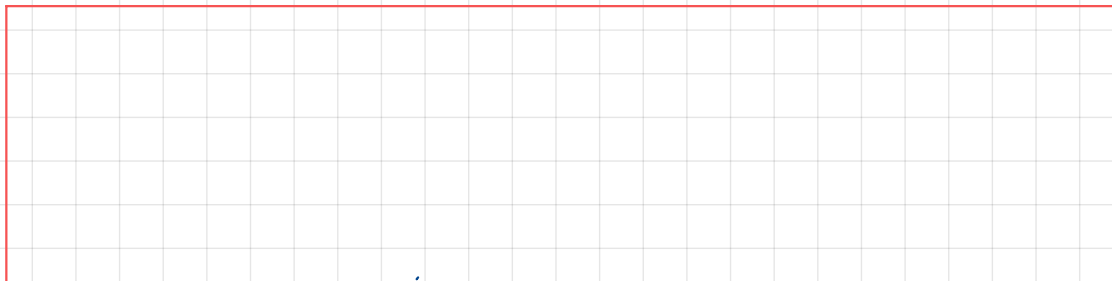
$$= \text{ [rad/s]}$$

Angle d'équilibre (dynamique) du pendule simple.

=

=

$$\theta =$$



À l'équilibre
dynamique

$$I_A =$$

$$\Rightarrow \theta =$$