

Table des symboles 6 : Rotations et Coordonnées

symbole	signification	formule	unités
$\mathbf{F}$	force planaire	$\mathbf{F} = F_x \hat{\mathbf{x}} + F_y \hat{\mathbf{y}}$	[N]
$\mathbf{F}$	force	$\mathbf{F} = F_x \hat{\mathbf{x}} + F_y \hat{\mathbf{y}} + F_z \hat{\mathbf{z}}$	[N]
$\mathbf{r}$	rayon vecteur planaire	$\mathbf{r} = r_x \hat{\mathbf{x}} + r_y \hat{\mathbf{y}} := \mathbf{OP}$	[m]
$\mathbf{r}$	rayon vecteur	$\mathbf{r} = r_x \hat{\mathbf{x}} + r_y \hat{\mathbf{y}} + r_z \hat{\mathbf{z}} := \mathbf{OP}$	[m]
M	moment de force scalaire d'une force planaire unique autour de l'origine	$M := x F_y - y F_x$	[N m]
M_O	moment des forces par rapport à l'origine O d'un repère lié au référentiel galiléen	$M_O := \sum_{\alpha} \mathbf{OP}_{\alpha} \wedge \mathbf{F}_{\alpha}$	[N m]
M_A	moment des forces par rapport à un point arbitraire A	$M_A := \sum_{\alpha} \mathbf{AP}_{\alpha} \wedge \mathbf{F}_{\alpha}$	[N m]
M_G	moment des forces par rapport au centre de gravité	$M_G := \sum_{\alpha} \mathbf{GP}_{\alpha} \wedge \mathbf{F}_{\alpha}$	[N m]
L_O	moment cinétique par rapport à l'origine O d'un repère lié au référentiel galiléen	$L_O := \sum_{\alpha} \mathbf{OP}_{\alpha} \wedge m_{\alpha} \mathbf{v}_{\alpha}$	[kg m ² /s]
L_A	moment cinétique par rapport à un point arbitraire A	$L_A := \sum_{\alpha} \mathbf{AP}_{\alpha} \wedge m_{\alpha} \mathbf{v}_{\alpha}$	[kg m ² /s]

symbole	signification	formule	unités
$\mathbf{L}_G$	moment cinétique par rapport à centre de gravité G	$\mathbf{L}_O := \sum_{\alpha} \mathbf{G} \mathbf{P}_{\alpha} \wedge m_{\alpha} \mathbf{v}_{\alpha}$	[kg m ² /s]
θ	angle d'une rotation finie		[rad]
$\mathbf{p}$	quantité de mouvement	$\mathbf{p} := \sum_{\alpha} m_{\alpha} \mathbf{v}_{\alpha}$	[kg m/s]
R_{θ}	matrice d'une rotation dans le plan (les vecteurs tournent, le repère reste fixe)	$R_{\theta} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$	
R_{θ}'	matrice d'une rotation dans le plan (les vecteurs restent fixes, le repère tourne)	$R_{\theta}' = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$	
$(O, \hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$	repère fixe		
$(O, \hat{x}', \hat{y}', \hat{z}')$	repère qui a tourné d'un angle fini		
x, y, z	coordonnées cartésiennes avant rotation		[m]
x', y', z'	coordonnées cartésiennes après rotation		[m]
$(O, \hat{x}, \hat{y})$	repère fixe du plan		
$(O, \hat{x}', \hat{y}')$	repère qui a tourné d'un angle fini		

symbole	signification	formule	unités
r, θ, z	coordonnées cylindriques	$x = r \cos \theta$ $y = r \sin \theta$ $z = z$	
ρ, ϕ, z	coordonnées cylindriques	$x = \rho \cos \phi$ $y = \rho \sin \phi$ $z = z$	
r, θ, ϕ	coordonnées sphériques	$x = r \sin \theta \cos \phi$ $y = r \sin \theta \sin \phi$ $z = r \cos \theta$	
$(P, \mathbf{e}_r, \mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_z)$	repère cylindrique lié au point P		
$\hat{\mathbf{n}}$	vecteur unitaire le long de l'axe de rotation		
$\boldsymbol{\omega}$	vecteur instantané de rotation		[rad/s]
C	point à l'intersection du plan orthogonal à l'axe de rotation (i.e. $\perp \hat{\mathbf{n}}$) et passant par le point P		
P	point avant la rotation		
Q	point après la rotation		
$\frac{d}{dt} \mathbf{V} = \boldsymbol{\omega} \wedge \mathbf{V}$	formule de Poisson : rotation instantanée d'un vecteur $\mathbf{V}$ de norme constante		

symbole	signification	formule	unités
$R_{\theta,\hat{x}}$	matrice de rotation d'angle θ et d'axe x (le repère reste fixe, le vecteur tourne)	$R_{\theta,\hat{x}} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & -\sin \theta \\ 0 & \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$	
$R_{\theta,\hat{y}}$	matrice de rotation d'angle θ et d'axe y (le repère reste fixe, le vecteur tourne)	$R_{\theta,\hat{y}} = \begin{pmatrix} \cos \theta & 0 & \sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{pmatrix}$	
$R_{\theta,\hat{z}}$	matrice de rotation d'angle θ et d'axe z (le repère reste fixe et le vecteur tourne)	$R_{\theta,\hat{z}} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta & 0 \\ \sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	
$[\boldsymbol{\omega}\wedge]$	matrice du produit vectoriel $\boldsymbol{\omega}\wedge$	$[\boldsymbol{\omega}\wedge] = \begin{pmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{pmatrix}$	
$[\hat{\mathbf{n}}\wedge]$	matrice du produit vectoriel $\hat{\mathbf{n}}\wedge$	$[\hat{\mathbf{n}}\wedge] = \begin{pmatrix} 0 & -n_3 & n_2 \\ n_3 & 0 & -n_1 \\ -n_2 & n_1 & 0 \end{pmatrix}$	
$R_{\theta,\hat{\mathbf{n}}}$	matrice de rotation d'angle θ et d'axe de rotation généré par $\hat{\mathbf{n}}$ (le vecteur tourne, le repère reste fixe)	$R_{\theta,\hat{\mathbf{n}}} = (I - \hat{\mathbf{n}}\hat{\mathbf{n}}^T) \cos \theta + \hat{\mathbf{n}}\hat{\mathbf{n}}^T + \sin \theta [\hat{\mathbf{n}}\wedge]$	
$R_{\theta,\hat{\mathbf{n}}}^{'}$	matrice de rotation d'angle θ et d'axe de rotation généré par $\hat{\mathbf{n}}$ (le vecteur reste fixe, le repère tourne)	$R_{\theta,\hat{\mathbf{n}}}^{' } = (I - \hat{\mathbf{n}}\hat{\mathbf{n}}^T) \cos \theta + \hat{\mathbf{n}}\hat{\mathbf{n}}^T - \sin \theta [\hat{\mathbf{n}}\wedge]$	

symbole	signification	formule	unités
$\mathbf{a}_P = \ddot{\mathbf{O}}P$	accélération du point P par rapport à un référentiel galiléen exprimé dans un repère cylindrique en mouvement lié au point P	$\mathbf{a} = a_\rho \mathbf{e}_\rho + a_\phi \mathbf{e}_\phi + a_z \mathbf{e}_z$	[m/s ²]
a_ρ	composante selon $\mathbf{e}_\rho$ de l'accélération du point P dans le référentiel galiléen exprimée dans le repère cylindrique en mouvement lié au point P	$a_\rho = \ddot{\rho} - \dot{\phi}^2 \rho$	[m/s ²]
a_ϕ	composante selon $\mathbf{e}_\phi$ de l'accélération du point P dans le référentiel galiléen exprimée dans le repère cylindrique en mouvement lié au point P	$a_\phi = \rho \ddot{\phi} + 2\dot{\rho}\dot{\phi}$	[m/s ²]
a_z	composante selon $\mathbf{e}_z$ de l'accélération du point P par rapport à un référentiel galiléen exprimé dans un repère cylindrique en mouvement et lié au point P	$a_z = \ddot{z}$	[m/s ²]
$\mathbf{a}_P = \ddot{\mathbf{O}}P$	accélération du point P par rapport à un référentiel galiléen exprimé dans un repère sphérique en mouvement lié au point P	$\mathbf{a} = a_r \mathbf{e}_r + a_\theta \mathbf{e}_\theta + a_\phi \mathbf{e}_\phi$	[m/s ²]
a_r	composante radiale de l'accélération du point P dans le référentiel galiléen exprimé dans le repère sphérique en mouvement et lié au point P	$a_r = \ddot{r} - r\dot{\theta}^2 - r\dot{\phi}^2 \sin^2 \theta$	[m/s ²]
a_θ	composante selon $\mathbf{e}_\theta$ de l'accélération du point P par rapport à un référentiel galiléen exprimé dans un repère sphérique en mouvement et lié au point P	$a_\theta = r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} - r\dot{\phi}^2 \cos \theta \sin \theta$	[m/s ²]
a_ϕ	composante selon $\mathbf{e}_\phi$ de l'accélération du point P par rapport à un référentiel galiléen exprimé dans un repère sphérique en mouvement et lié au point P	$a_\phi = r\ddot{\phi} \sin \theta + 2r\dot{\phi}\dot{\theta} \cos \theta + 2\dot{r}\dot{\phi} \sin \theta$	[m/s ²]