

Exercices préparatoires à la série 3

Oscillateurs harmoniques

1. Equations différentielles et conditions initiales

L'équation du mouvement d'un oscillateur harmonique est de la forme :

$$x(t) = C \cos(\omega t + \phi) = A \cos(\omega t) + B \sin(\omega t)$$

- Etablir les relations entre les constantes A, B et C .
- Exprimer les constantes A, B, C et ϕ en fonction des conditions initiales (x_0, v_0) à $t = 0$ et de la pulsation ω .

Aide : Pour la question (a), utiliser l'identité trigonométrique

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos(\alpha) \cos(\beta) - \sin(\alpha) \sin(\beta)$$

Pour la question (b), utiliser l'identité

$$\cos^2(\alpha) + \sin^2(\alpha) = 1$$

2. Points matériels reliés par un ressort

On considère deux points matériels (de masse respective m_1 et m_2) attachés entre eux par un ressort de constante d'élasticité k et de longueur à vide l_0 et se déplaçant horizontalement. A $t = 0$, les 2 points sont en contact à une distance d de l'origine avec une vitesse initiale identique v_0 .

- Déterminer la position du centre de masse du système $\mathbf{OG}$ en fonction de $\mathbf{OP}_1$ et $\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2$. Quelles forces agissent sur le système ? Quelle est la position de G au cours du temps ?
- En déduire $\mathbf{OP}_1$ et $\mathbf{OP}_2$ en fonction de $\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2$
- Etablir l'équation du mouvement de P_2 par rapport à P_1 , c'est à dire $\mathbf{P}_1\mathbf{P}_2(t)$. (Aide : écrire les équations de Newton pour chaque point matériel et combiner les accélérations pour obtenir $\mathbf{P}_1\ddot{\mathbf{P}}_2$).
- Avec les résultats de (b) et (c), en déduire l'équation du mouvement de P_1 et P_2 (c'est à dire $\mathbf{OP}_1(t)$ et $\mathbf{OP}_2(t)$).