

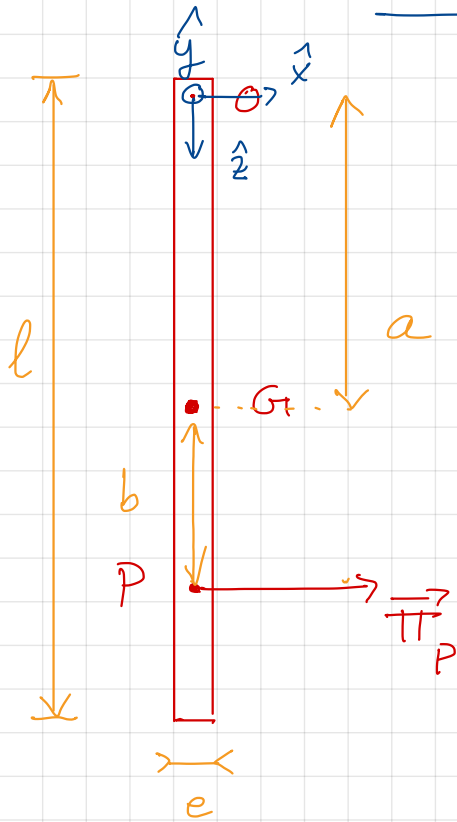
leçon 9: choc, exemple complet
choc sur tige
centre de percussion.

Ph. Kießhaupt

Cours PG1



Centre de percussion



Une barre de longueur l et largeur e , uniforme, initialement à l'arrêt, subit une percussion horizontale $\vec{\Pi}_P$ au point P .

Déterminer la position du point P (la distance b) pour qu'il n'y ait pas de répercussion en O , i.e. $\vec{\Pi}_O = \vec{0}$.

On applique les deux lois du choc (Newton des chocs)

$$\begin{cases} \vec{p} - \vec{p}_0 = \vec{\Pi}_O \\ \vec{L}_O - \vec{L}_{O0} = \vec{\Pi}_O \times \vec{r}_{O0} \end{cases}$$

Cinématique du solide: (tenseur d'inertie et moment cinétique)

$$\vec{L}_O = m \vec{r}_{OG} \times \vec{V}_G + \vec{L}_G$$
$$\vec{L}_O = I_O \vec{\omega}$$

Que se passe-t-il juste après le choc ?

$$m \vec{V}_G = \vec{\Pi}_O$$
$$\vec{L}_O = I_O \vec{\omega} = \vec{\Pi}_O \times \vec{r}_{O0}$$

Réécrivons les deux dernières expressions en enlevant (+).

$$\begin{aligned} (1) \quad m \vec{V}_G &= \\ (2) \quad \vec{L}_O &= \end{aligned}$$

1ère méthode : exprimez $\vec{\Pi}_P$ et gardez $\vec{\omega}$

utilisons (1) $\rightarrow$ (2) en éliminant $\vec{\Pi}_P$

$$\vec{\omega} = \vec{OP} \wedge (\quad)$$

cinématique du solide $\vec{V}_G = \vec{\omega} \wedge$

$$\vec{\omega} = \vec{OP} \wedge (\quad)$$

produit triple : m est d'abord factorisé

$$\begin{aligned} \vec{\omega} &= m \wedge (\quad) - \quad \wedge \\ &= m (\quad) - (\quad) - \quad \wedge \end{aligned}$$

$$\vec{OG} = a \hat{z}$$

car $\perp$ perpendiculaire

$$\vec{OP} \cdot \vec{OG} = (a+b)a$$

$$\vec{\omega} = \omega \hat{y}$$

$$\vec{OP} = (b+a)\hat{z}$$

$$\omega \hat{y} = \hat{y} - \quad \wedge$$

On veut $\vec{\Pi}_O = 0$, quel que soit $\vec{\omega} =$

=

=

à résoudre pour b

$$b =$$

centre de percussion

$$\frac{1}{12} m (e^2 + l^2) = I_G \quad a = \frac{l}{2}$$

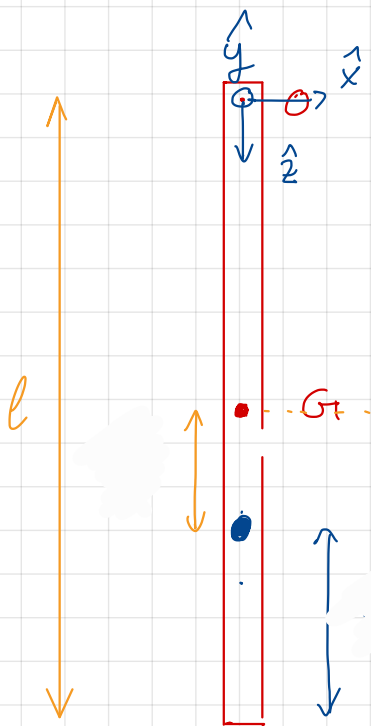
e négligeable. $I_G = \frac{1}{12} m l^2$

Steiner $I_o = I_G +$ $= I_G +$

$$= \frac{1}{12} m l^2 +$$

$$b =$$

$$= l = l$$



$$(1) \quad m \vec{V}_G =$$

$$(2) \quad \vec{L}_O =$$

2ème méthode on garde $\vec{\pi}_P$, mais on élimine $\vec{\omega}$

$$(2) \rightarrow \vec{\omega} = \lambda \vec{\pi}_P$$

$$\vec{OP} = (a+b)\hat{z}$$

$$\vec{\pi}_P = \hat{x}$$

$$\vec{\omega} = \lambda \hat{x} = \lambda \hat{g}$$

$$(1) \quad m \vec{V}_G =$$

$$\text{cinématique du solide} \quad \vec{V}_G = \vec{\omega} \wedge \vec{OG}$$

$$\rightarrow m \left(\vec{V}_G \right) =$$

$$m \left(\vec{V}_G \right) \hat{x} =$$

mais pour $\vec{\pi}_O = 0$ et quel que soit $\vec{\pi}_P$,

$$m \left(\vec{V}_G \right) =$$

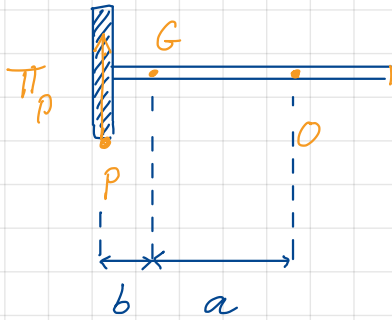
$\rightarrow$

$$b =$$

la même condition que celle obtenue précédemment.

Autres exemples similaires :

marteau :



$$b =$$

Les paramètres doivent respecter cette condition pour avoir $\vec{\Pi}_O = \vec{0}$.

G : centre de masse du marteau

I_O : inertie au point O.

$$I_O = I_G +$$

$$b = \frac{I_G}{$$

$$a =$$

$\Rightarrow$ Ainsi en trouvant le centre de masse G (le paramètre b), connaissant I_G , on détermine la position où il faut tenir le marteau.

$$I_G =$$

$\Rightarrow$ interprétation: prendre un marteau, le peser pour trouver m , déterminer G en trouvant son équilibre de rotation ($\rightarrow b$); utiliser le marteau et déterminer l'endroit où il faut le tenir pour ne plus sentir de répercussion ($\rightarrow a$)

On obtient expérimentalement $I_G =$ [kg m²].