

Assimilation de la Théorie 8 : Forces généralisées

L'objectif des exercices est d'utiliser la méthode de Lagrange avec des forces non-conservatives.

Exercice 1, cylindre sur plan incliné, frottement visqueux appliqué au centre de masse

Un cylindre de rayon R , de masse M , pesant, glisse sur un plan incliné d'un angle α . L'axe du cylindre reste horizontal. Le moment d'inertie du cylindre par rapport à cet axe est I_G . L'axe est retenu par un dispositif dont l'effet est équivalent à un ressort de constante élastique k , de longueur au repos l_0 ainsi qu'un amortisseur dont la force exercée sur le cylindre peut s'écrire comme telle : $\mathbf{F}_f = -b\dot{\mathbf{x}}$.

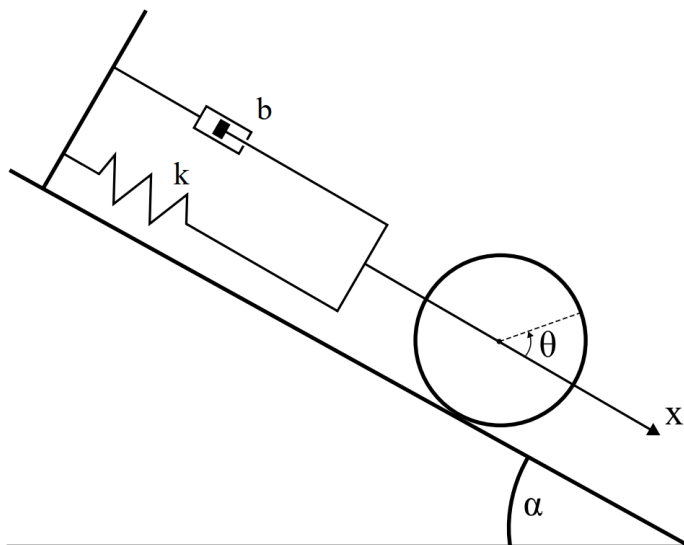


FIGURE 1 – Cylindre de masse M sur un plan incliné d'angle α par rapport à l'horizontal, maintenu en son centre de masse G par un ressort ainsi qu'un amortisseur tous deux reliés à une paroi rigide.

1. Trouver la force généralisée Q_q de F_f qui vérifie $\frac{d}{dt}(\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{q}}) - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q} = Q_q$ (Indice : Commencer par calculer δW , le travail virtuel, pour une unique coordonnée généralisée q).

(Exercice proposé par Louis De Germa De Cirfontaine, Assistant Physique 101-(d), 2023)

Exercice 2. Forces généralisées sur un cylindre qui roule en glissant, frottement sec

Considérons un cylindre qui roule en glissant et soumis à un ressort et à une force gravifique (cf. Série 11 exercice 1 pour une illustration dans le cas avec roulement sans glissement). Le cylindre est sur un plan incliné d'angle α . Lorsque le cylindre glisse, une force de frottement sec de coefficient de frottement μ_c est appliquée au cylindre qui freine celui-ci et diminue sa vitesse de rotation (moment de force). On propose d'écrire les équations différentielles du mouvement en utilisant la méthode de Lagrange sans utiliser les moments de forces et les équations de Newton.