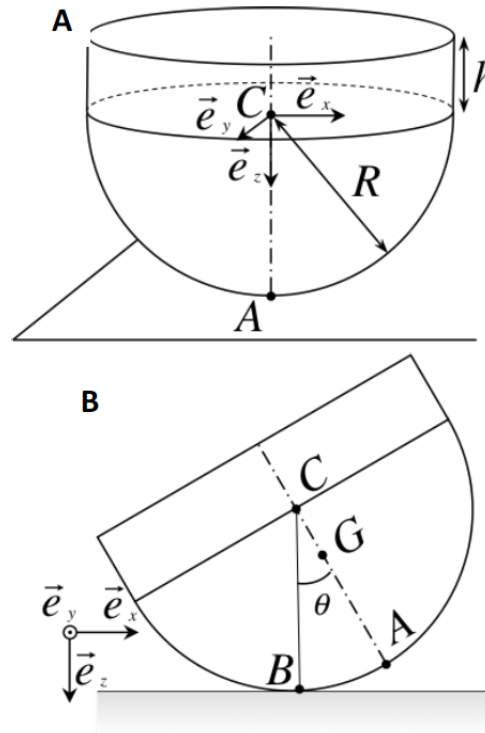


1 Culbuto (problème d'examen)

Le culbuto est un solide de masse volumique constante, constitué par une demi sphère pleine de rayon R surmontée par un cylindre plein de même rayon et de hauteur h variable.



- Exprimez la position du centre de masse du culbuto en fonction uniquement de R et de h dans le repère dessiné sur le schéma (l'origine du repère est le centre C de la sphère dont on considère la moitié).
- On pose le culbuto sur une table horizontale avec son axe de révolution vertical et coté sphérique vers le bas, comme représenté sur le schéma A. Montrez que cette position est une position d'équilibre.
- Le culbuto est posé sur la table de telle sorte que son axe de révolution forme un angle θ par rapport à la verticale (schéma B). Quelle est la condition pour que le culbuto soit en équilibre? Exprimez cette condition sous la forme d'une relation entre h et R .
- Quelle est la valeur maximum de h telle que le culbuto oscille quand il est lâché d'une position inclinée d'un petit angle θ_0 par rapport à la verticale?
- Le culbuto oscille dans le plan (xCz) en roulant sans glisser. Exprimez l'équation différentielle du mouvement en fonction des paramètres suivants : θ angle par rapport à la verticale ; M = masse du culbuto ; d = distance entre C et le centre de masse G ; I_A = moment d'inertie du culbuto selon l'axe parallèle à e_y passant par A , le point de contact à l'équilibre ; g = accélération de la pesanteur. Vous conduirez les calculs en faisant l'approximation usuelle aux petits angles et vous supposerez que le moment d'inertie au point de contact ne varie pas pendant le mouvement, i.e. $I_A \approx I_B$ (voir schéma B) .

f) Calculez I_A pour un culbuto constitué uniquement par la demi-sphère (i.e. $h = 0$).

Formulaire « Culbuto »

Centre de masse de la demi-sphère pleine : $CG = \frac{3}{8}R$

Moment d'inertie de la demi-sphère pleine selon $\vec{e}_y$; en C : $I_C = \frac{2}{5}MR^2$