

Problèmes elliptique et éléments finis 2D

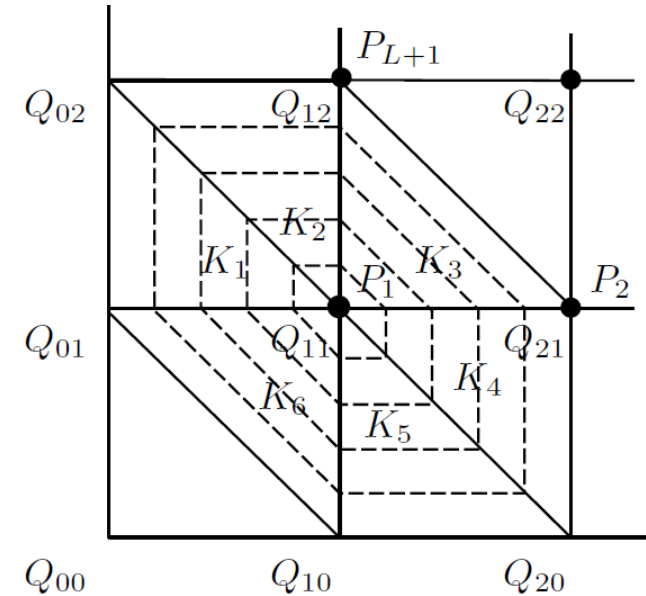
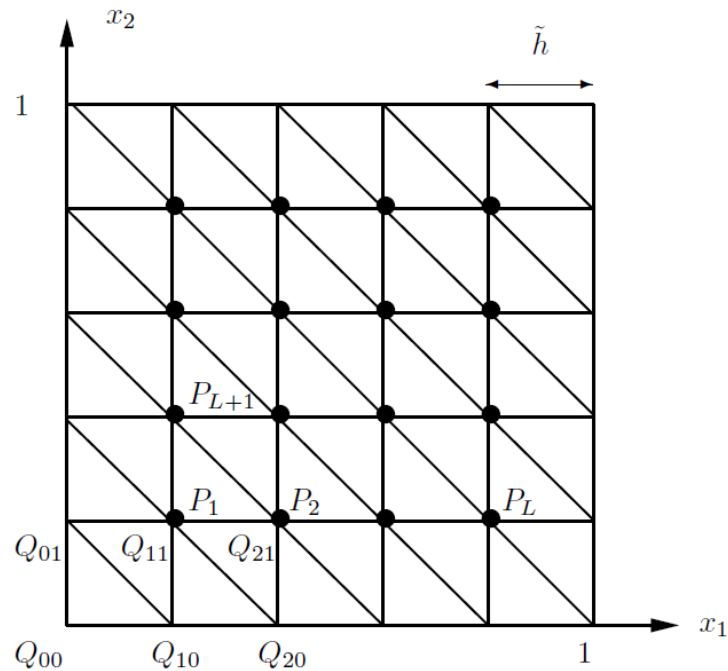
Exo4a: dans le cas $L = 4$ ($N = 16$), montrer que

$$A_{12} = A_{21} = -1$$

$$A_{13} = A_{14} = 0$$

$$A_{15} = A_{51} = -1$$

$$A_{25} = A_{52} = 0$$



Problèmes elliptique et éléments finis 2D

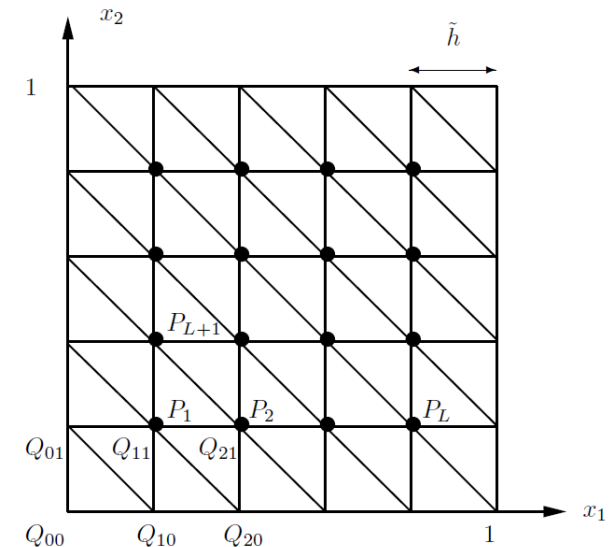
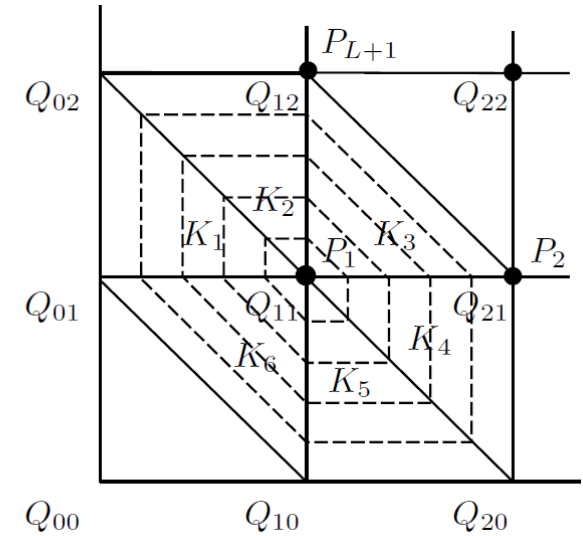
Corrigé exo 4a: calcul de A_{12} , A_{13} et A_{14} :

Intersection des supports de φ_1 et φ_2 : triangles K_3 et K_4

$$A_{12} = \int_{K_3} \overrightarrow{\text{grad}}\varphi_1(x) \overrightarrow{\text{grad}}\varphi_2(x) d\Omega + \int_{K_4} \overrightarrow{\text{grad}}\varphi_1(x) \overrightarrow{\text{grad}}\varphi_2(x) d\Omega$$

$$A_{12} = \begin{pmatrix} -1/h \\ -1/h \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/h \\ 0 \end{pmatrix} \frac{h^2}{2} + \begin{pmatrix} -1/h \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/h \\ 1/h \end{pmatrix} \frac{h^2}{2} = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -1$$

$A_{13} = A_{14} = 0$ car l'intersection des supports des fonctions de base est vide.



Problèmes elliptique et éléments finis 2D

Corrigé exo 4a: calcul de A_{12} , A_{13} et A_{14} :

Calcul de $A_{15} = A_{1,L+1}$ avec $L = 4$

Intersection des supports de φ_1 et φ_5 : triangles K_2 et K_3

$$A_{15} = \int_{K_2} \overrightarrow{\text{grad}}\varphi_1(x) \overrightarrow{\text{grad}}\varphi_5(x) d\Omega + \int_{K_3} \overrightarrow{\text{grad}}\varphi_1(x) \overrightarrow{\text{grad}}\varphi_5(x) d\Omega$$

$$A_{15} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1/h \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1/h \\ 1/h \end{pmatrix} \frac{h^2}{2} + \begin{pmatrix} -1/h \\ -1/h \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1/h \end{pmatrix} \frac{h^2}{2} = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2} = -1$$

Calcul de $A_{25} = A_{2,L+1}$ avec $L = 4$

Intersection des supports de φ_2 et φ_5 : triangles K_2 et K_{33}

$$A_{25} = \int_{K_3} \overrightarrow{\text{grad}}\varphi_2(x) \overrightarrow{\text{grad}}\varphi_5(x) d\Omega + \int_{K_{33}} \overrightarrow{\text{grad}}\varphi_2(x) \overrightarrow{\text{grad}}\varphi_5(x) d\Omega$$

$$A_{25} = \begin{pmatrix} 1/h \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1/h \end{pmatrix} \frac{h^2}{2} + \begin{pmatrix} 0 \\ -1/h \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1/h \\ 0 \end{pmatrix} \frac{h^2}{2} = 0$$

