

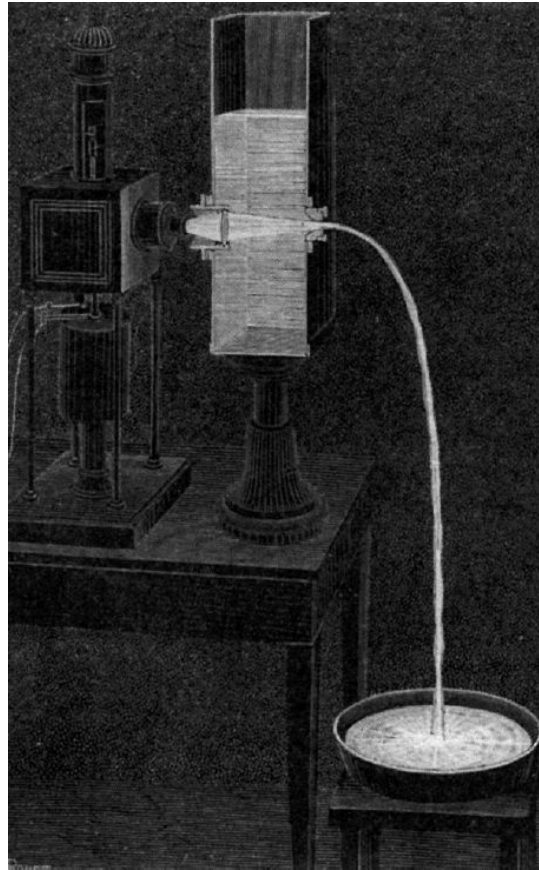
Ingénierie optique

Semaine 8 – partie 1

Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie

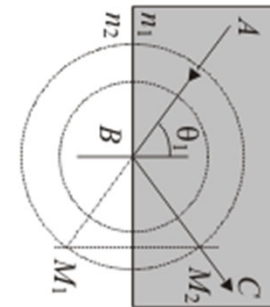
EPFL

Guides d'ondes et fibres optiques

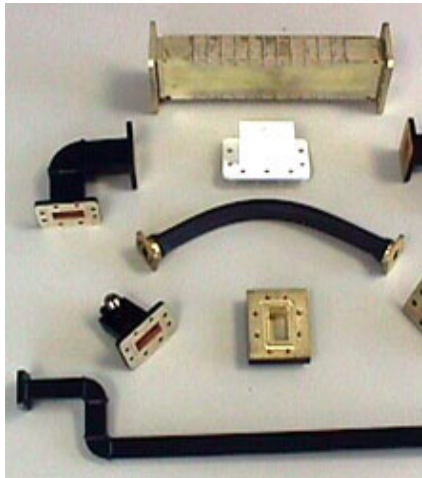


Jean-Daniel Colladon (1802-1893)
www.wikipedia.org

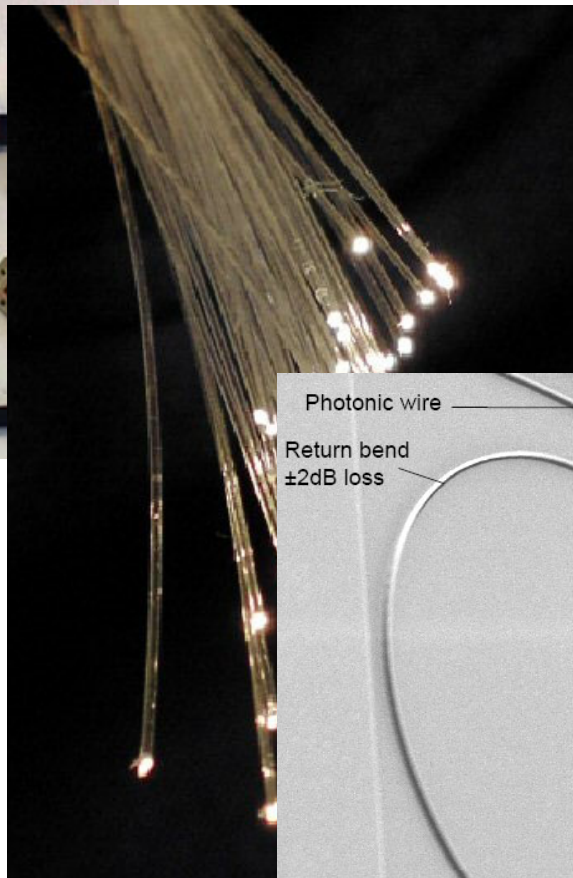
Réflexion
interne
totale



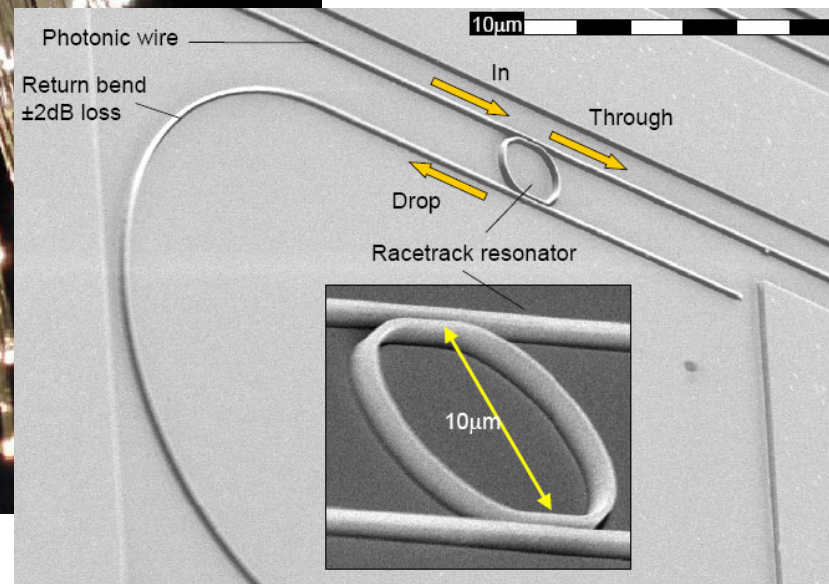
Guides d'ondes



Antek systems



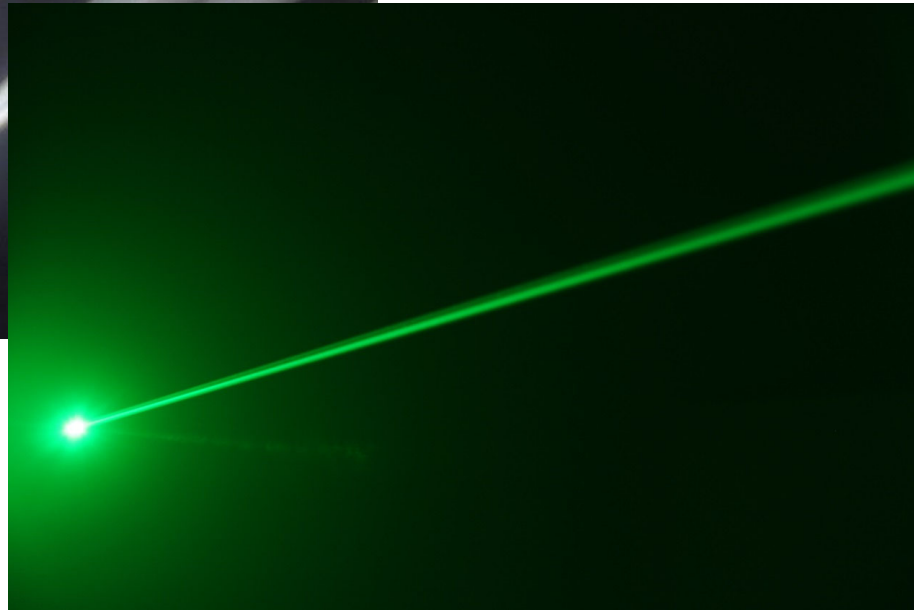
wikimedia



IMEC, Ghent University

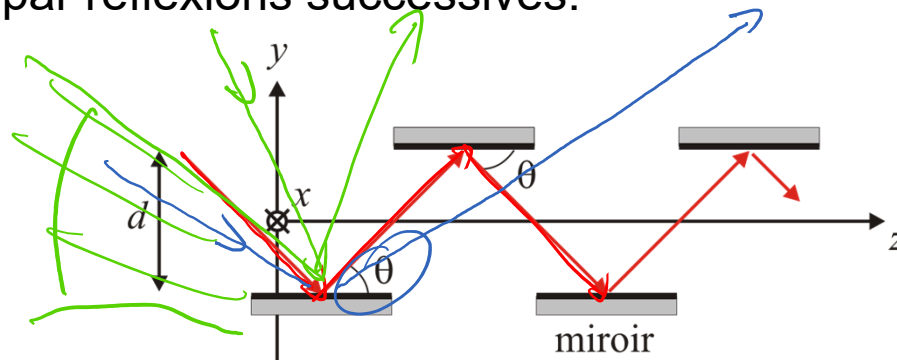
Propagation dans l'espace libre

- La lumière diffuse, l'intensité diminue et le faisceau s'élargi



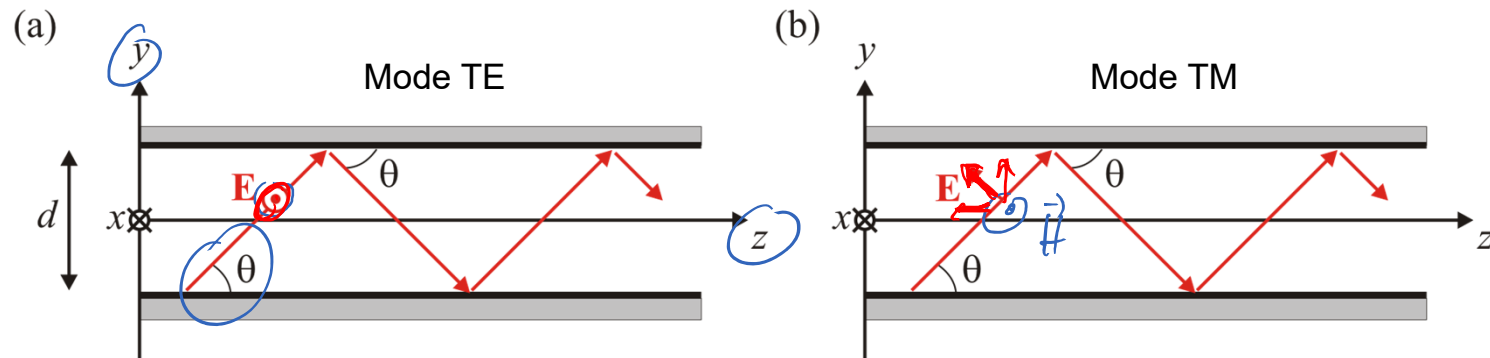
Guides d'onde

- Il faut confiner la lumière latéralement pour pouvoir la guider sur de grandes distances
- Modèle simplifié par réflexions successives:



- Pas tous les angles θ sont propagés (ouverture numérique NA du guide)
- Composants clés des télécommunication optiques... et micro-ondes

Guides d'onde miroir planaire



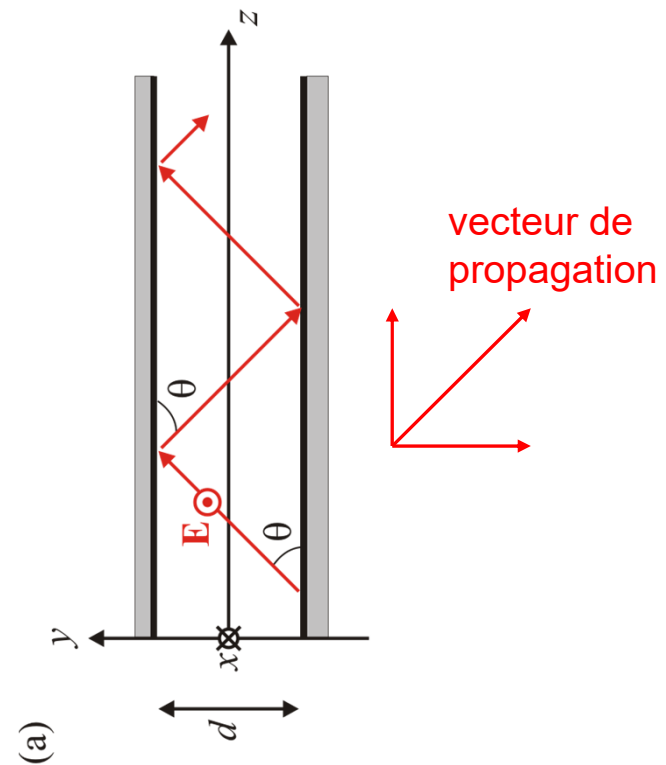
- Invariance dans la direction x (guide 1D)
- Propagation dans le plan $y-z$ dans la direction z
- Réflexion parfaite sur chaque miroir
- Deux polarisations:
 - Transverse électrique (TE) (champ E perpendiculaire au plan)
 - Transverse magnétique (TM) (champ H perpendiculaire)
- Guide rempli de matériau d'indice n

Escalade dans une cheminée

- La largeur des bras fixe la vitesse de progression (mode)



www.kairn.com



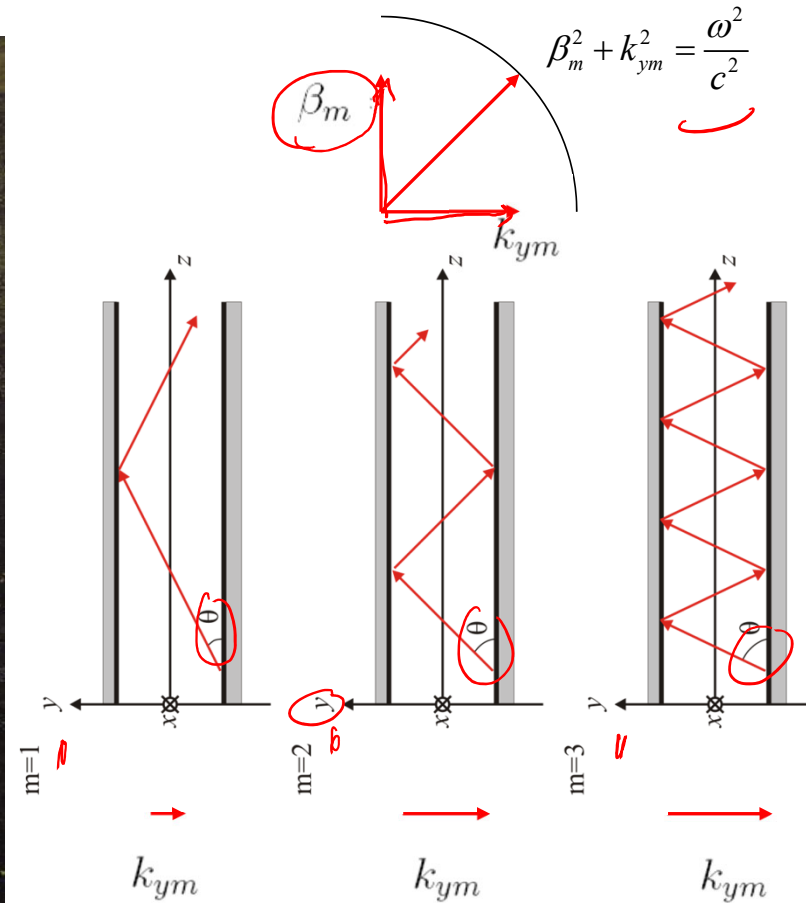
Olivier J.F. Martin

Escalade dans une cheminée

- Chaque mode est caractérisé par un vecteur transverse



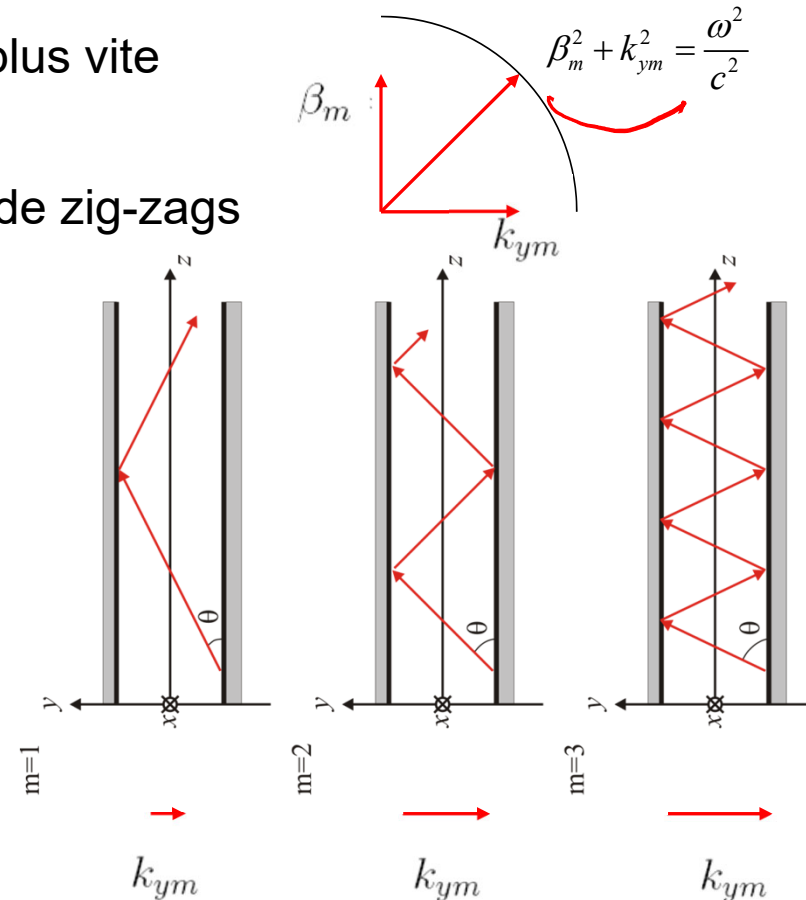
www.kairn.com



Olivier J.F. Martin

Propagation des modes

- Chaque mode est caractérisé par un vecteur transverse
- Le mode fondamentale se propage le plus vite dans le guide (zig-zague moins)
- Les modes plus élevés font beaucoup de zig-zags
- Comme $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ un petit vecteur k dans la direction transverse correspond à une grande "longueur d'onde" dans cette direction
- Inversement, un grand vecteur k dans la direction transverse correspond à une petite "longueur d'onde"

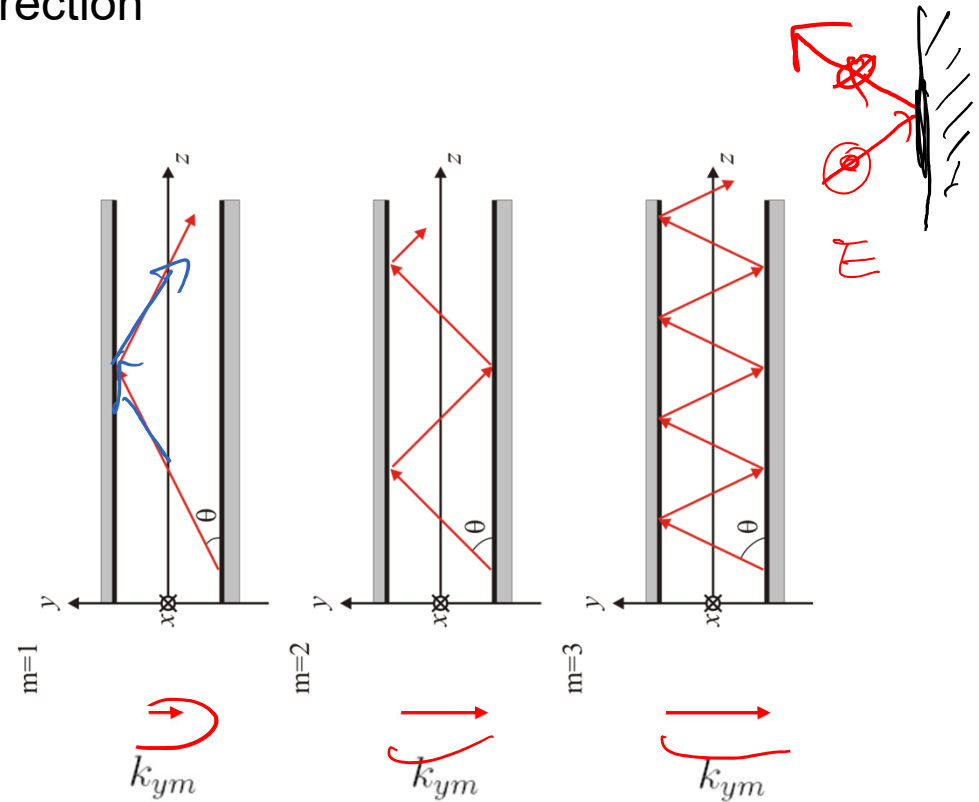
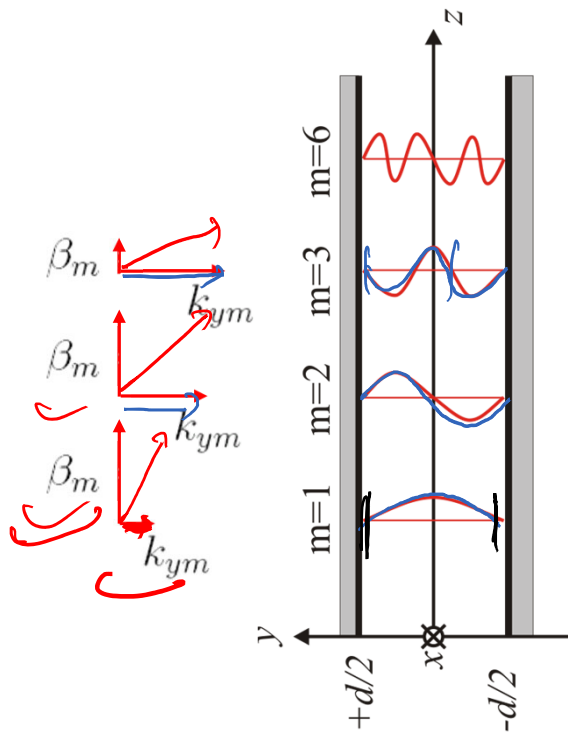


Propagation des modes

- Comme $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ un petit vecteur k dans la direction transverse correspond à une grande "longueur d'onde" dans cette direction

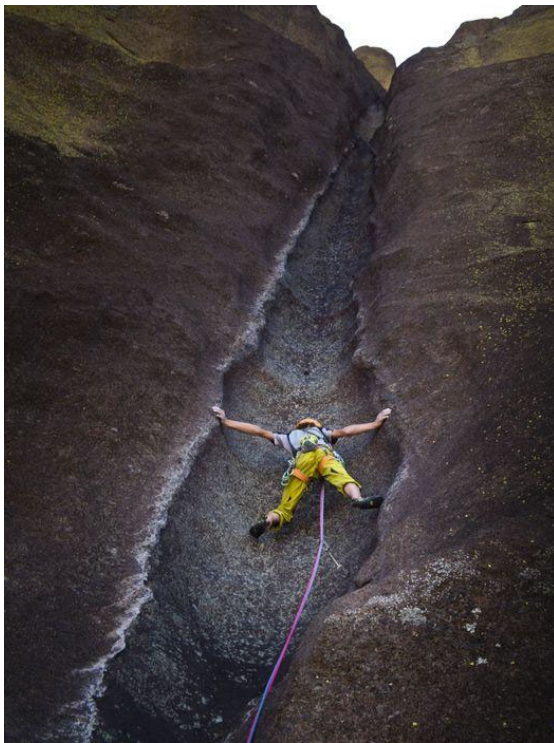
$$\beta_m^2 + k_{ym}^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$$

$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

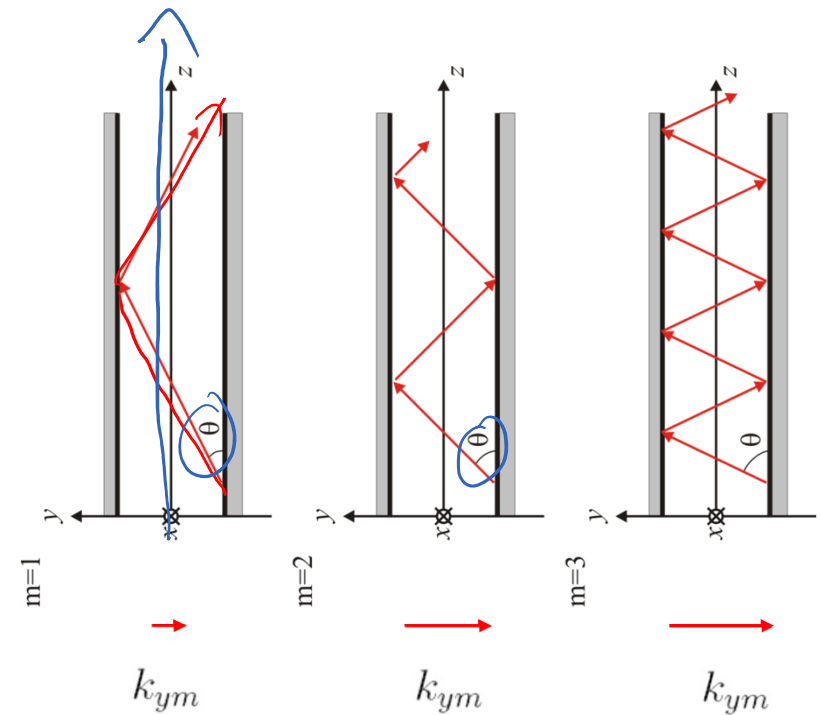
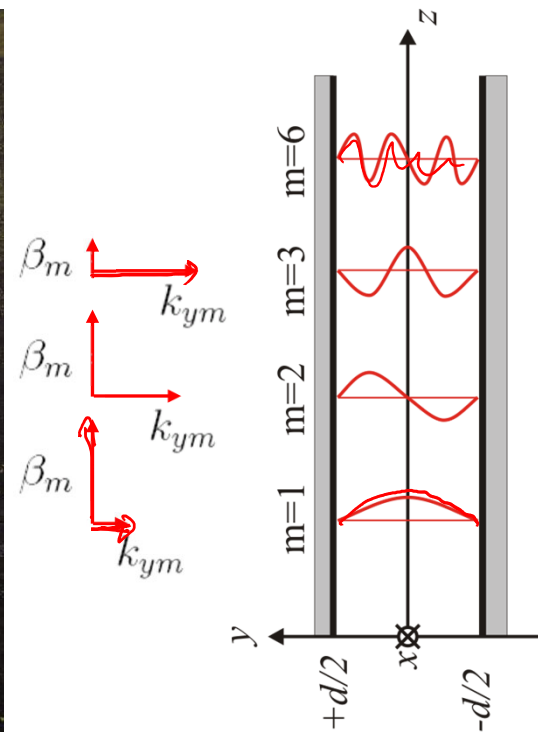


Propagation des modes

- Comme $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ un petit vecteur k dans la direction transverse correspond à une grande "longueur d'onde" dans cette direction



www.kairn.com



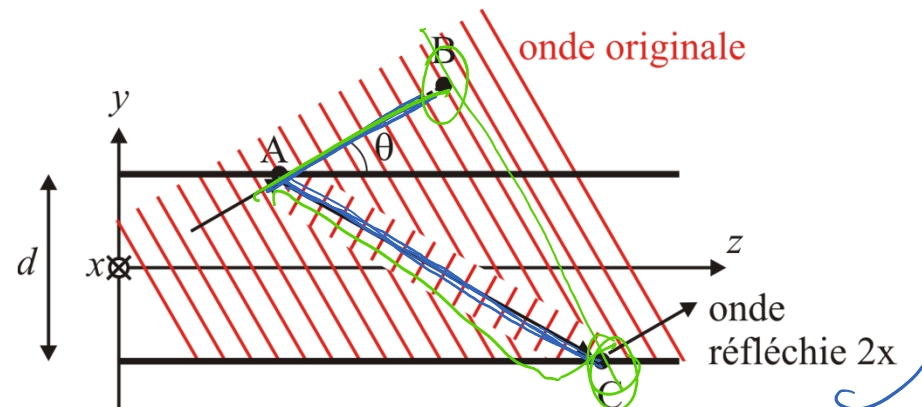
Ingénierie optique

Semaine 8 – partie 2

Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie



Modes guidés – Calcul des vecteurs de propagation



- On se concentre sur les modes TE et on cherche une condition pour avoir un mode guidé
- On impose que l'onde qui zig-zague soit la même que l'onde originale (l'onde ne change pas en se propageant)
- Différence de phase multiple entier de 2π

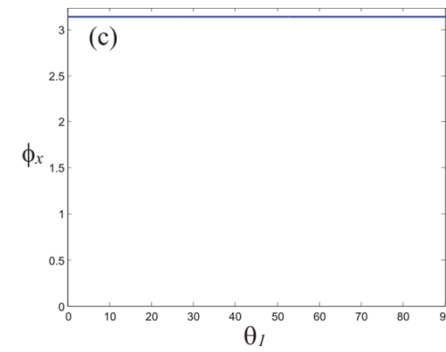
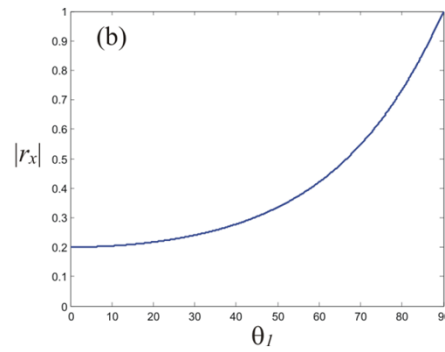
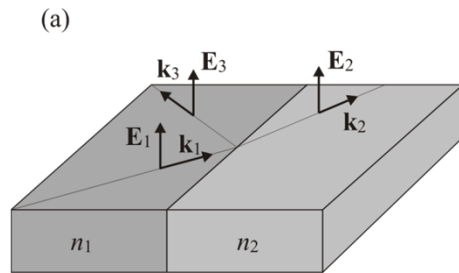
$$\Delta\phi = \underbrace{kAC}_{\uparrow 4} - 2\pi - \underbrace{kAB}_{\sim} = \underbrace{k(AC - AB)}_{\sim} - 2\pi = \underbrace{2\pi q}_{\sim},$$

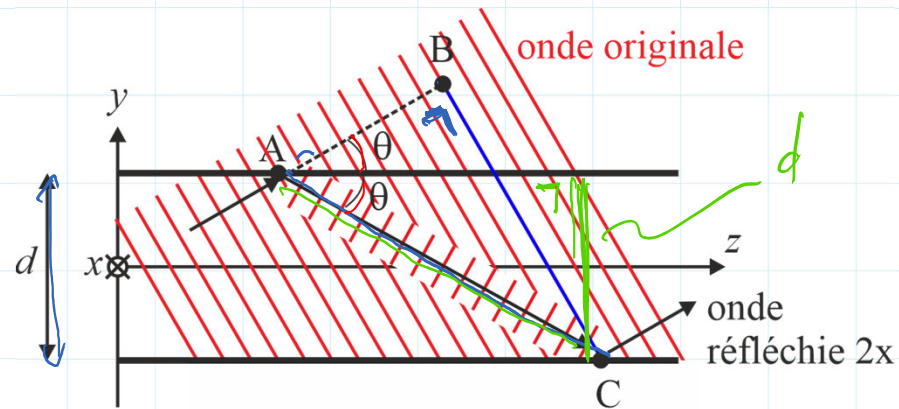
$$q = 0, 1, 2, \dots$$

Résumé d'un épisode précédent

- Réflexion externe TE

$$(n_1 < n_2)$$





$$AC \cos(2\theta) = \underline{\underline{AB}}$$

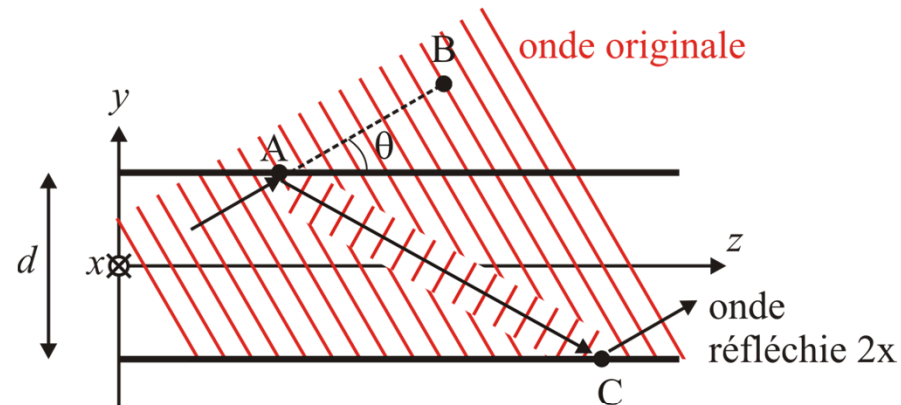
$$\cos(2\theta) = 1 - 2\sin^2\theta \quad (\text{Gibbs' formula})$$

$$AC \cos(2\theta) = \underline{AC} (1 - 2 \sin^2 \theta) = AB$$

$$AC - AB = 2 \sin 2\theta \quad AC = 2 \sin \theta \quad d$$

$$AC - AB = 2 \sin \theta \quad \uparrow$$

Modes guidés – Calcul des vecteurs de propagation



$$k(AC - AB) - 2\pi = 2\pi q$$

- On peut choisir le signe du saut de phase $\pm\pi$ à chaque réflexion
- "Un peu de géométrie" donne $AC - AB = 2d \sin \theta$
- Donc

$$k2d \sin \theta = 2\pi(q + 1) \quad q = 0, 1, 2, \dots$$

- Et finalement

$$k2d \sin \theta = 2\pi m, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

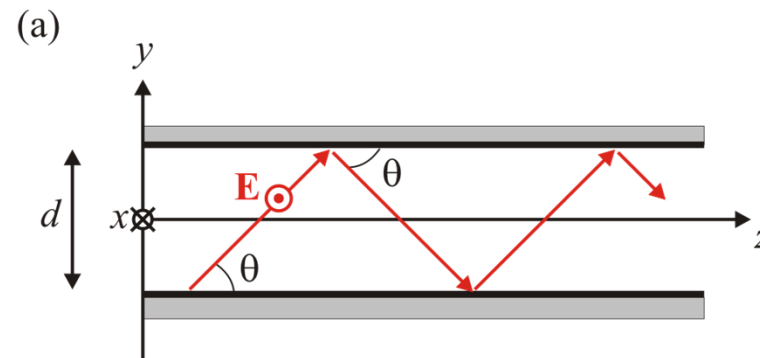
$$k = \frac{2\pi}{\lambda}$$

Modes guidés – Calcul des vecteurs de propagation

- Pour être guidé (i.e. se propager sans changement) un mode doit satisfaire:

$$\sin \theta_m = m \frac{\lambda}{2d}, \quad m = 1, 2, 3, \dots$$

- Quantification des modes
- Seuls des angles de propagation spécifiques θ_m sont possibles
- Pour les autres valeurs de θ l'onde ne se propage pas de façon invariante

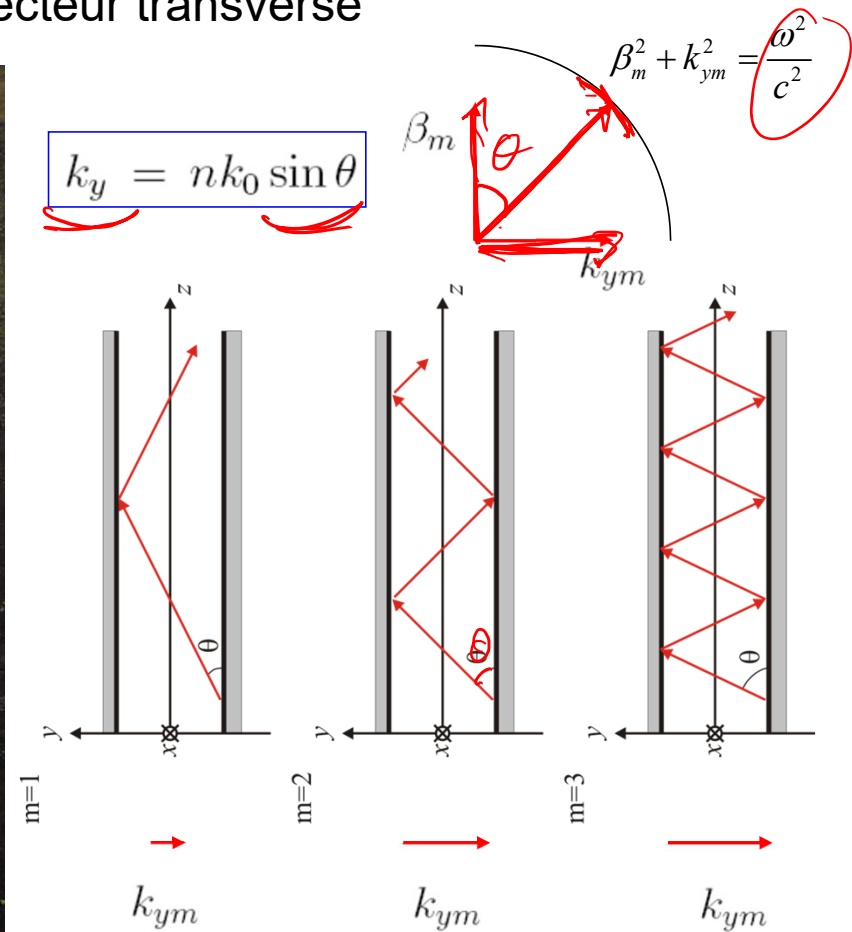


Modes guidés – Calcul des vecteurs de propagation

- Chaque mode est caractérisé par un vecteur transverse



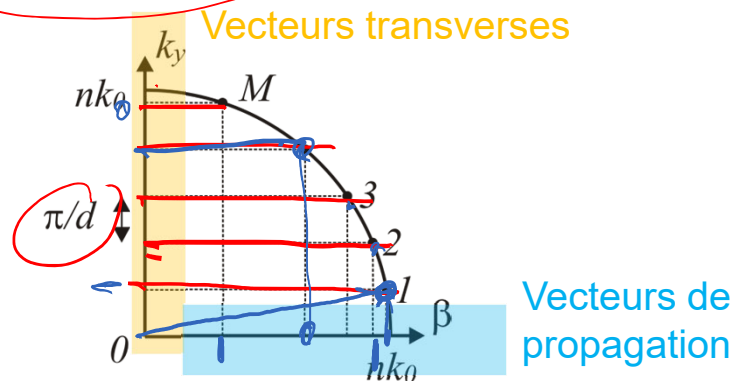
www.kairn.com



Olivier J.F. Martin

Modes guidés – Calcul des vecteurs de propagation

- Vecteur transverse $k_y = n k_0 \sin \theta$ $\sin \theta_m = m \frac{\lambda}{2d}$ $k_0 = \frac{2\pi}{\lambda}$
- Valeurs possibles (données par l'angle): $k_{ym} = m \frac{\pi}{d}$ $m = 1, 2, 3, \dots$ (dans le vide, $n=1$)
- Vecteur de propagation $\beta_m = k \cos \theta_m$
 $\beta_m^2 = k^2 (1 - \sin^2 \theta_m)$
- Valeurs possibles: $\beta_m^2 = k^2 - \frac{m^2 \pi^2}{d^2}$, $m = 1, 2, 3, \dots$ (dans le vide, $n=1$)
- Construction géométrique:



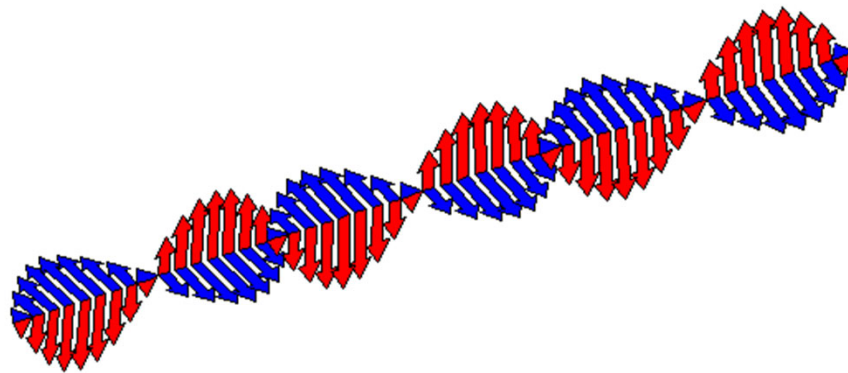
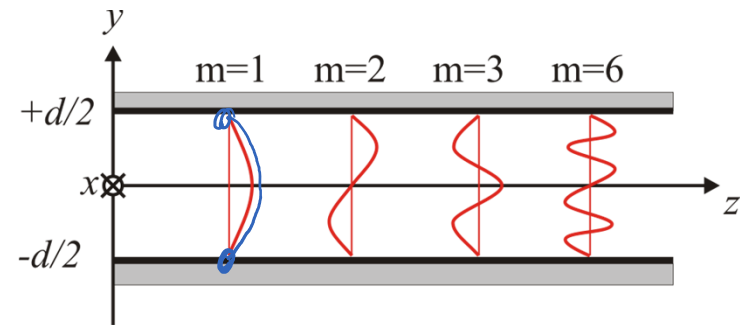
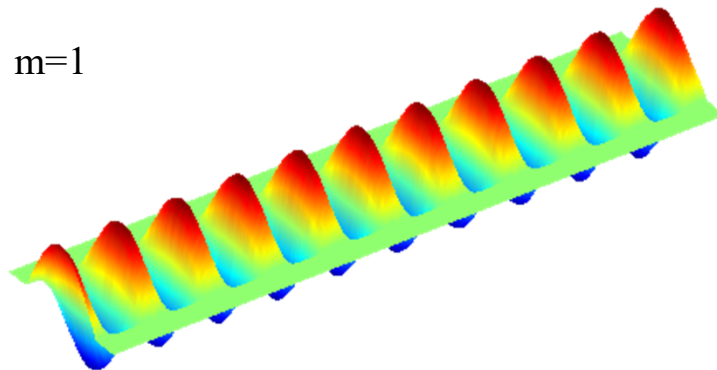
Ingénierie optique

Semaine 8 – partie 3

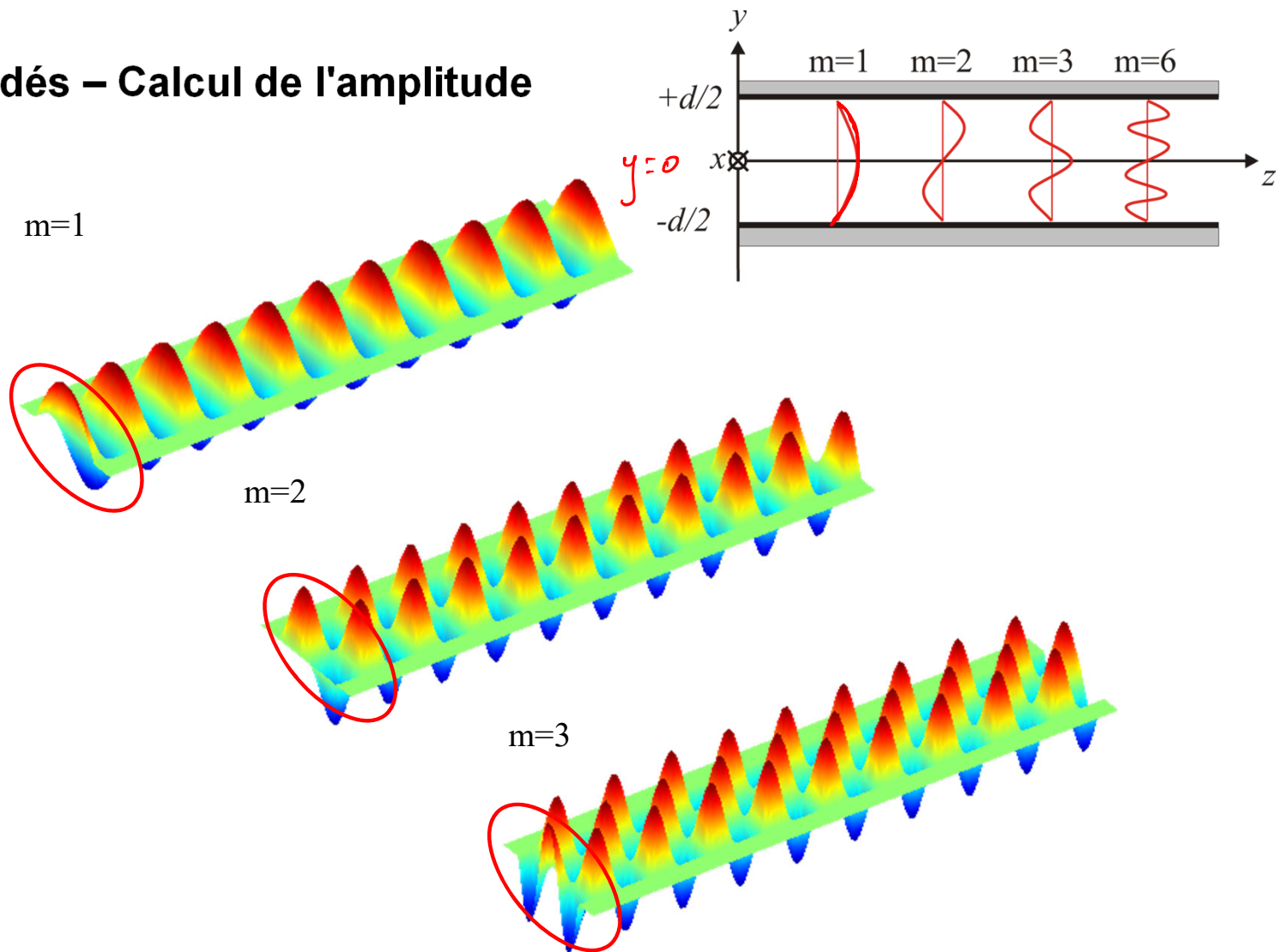
Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie



Modes guidés – Calcul de l'amplitude



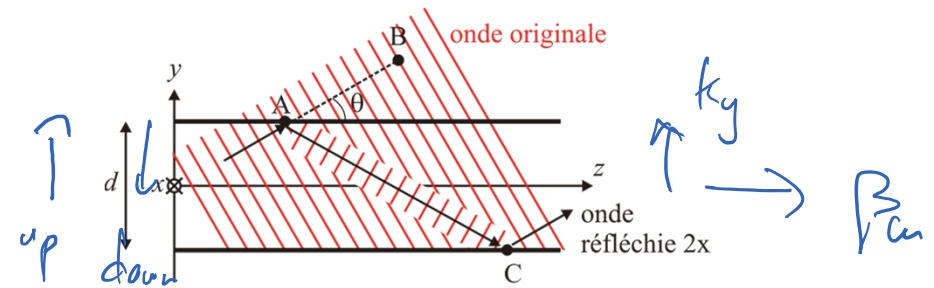
Modes guidés – Calcul de l'amplitude



Modes guidés – Calcul de l'amplitude

- Superposition de deux ondes

- up $k_{\uparrow} = (k_y, k_z) = (\underline{k_{ym}}, \underline{\beta_m})$
- down $k_{\downarrow} = (k_y, k_z) = (\underline{-k_{ym}}, \underline{\beta_m})$



$$E_{x\uparrow}(y, z) = A_m e^{-j k_{ym} y - j \beta_m z} \quad E_{x\downarrow}(y, z) = e^{j(m-1)\pi} A_m e^{+j k_{ym} y - j \beta_m z}$$

- En faisant la somme on obtient des sinus et des cosinus:

$$E_x(y, z) = a_m u_m(y) e^{-j \beta_m z}$$

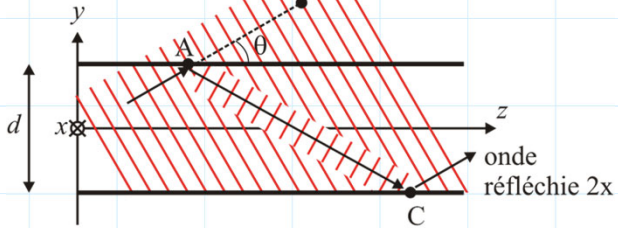
$$u_m(y) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2}{d}} \cos\left(m\pi \frac{y}{d}\right), & m = 1, 3, 5, \dots \\ \sqrt{\frac{2}{d}} \sin\left(m\pi \frac{y}{d}\right), & m = 2, 4, 6, \dots \end{cases}$$

$$a_m = \sqrt{2d} A_m \text{ pour } m \text{ impaire} \quad a_m = j\sqrt{2d} A_m \text{ pour } m \text{ paire}$$

$$k_{ym} = m \frac{\pi}{d}$$

$$E_{x\uparrow}(y, z) = A_m e^{-jk_{ym}y - j\beta_m z}$$

$$E_{x\downarrow}(y, z) = \underbrace{e^{j(m-1)\pi}}_{\text{phase}} A_m e^{+jk_{ym}y - j\beta_m z}$$



= 1 par $n = 1, 3, 5 \dots$

$n-1$ par $m = 2, 4, 6 \dots$

$$k_{ym} = m \frac{\pi}{d} \quad E_{x\uparrow}(y, z) = A_m e^{-jk_{ym}y - j\beta_m z} \quad E_{x\downarrow}(y, z) = e^{j(m-1)\pi} A_m e^{+jk_{ym}y - j\beta_m z}$$

$$m=1 \quad k_{y1} = \frac{\pi}{d} \quad e^{j(m-1)\pi} = 1$$

$$e^{-jk_{y1}y} + e^{+jk_{y1}y} = 2 \cos(k_{y1}y) e^{-j\beta_m z}$$

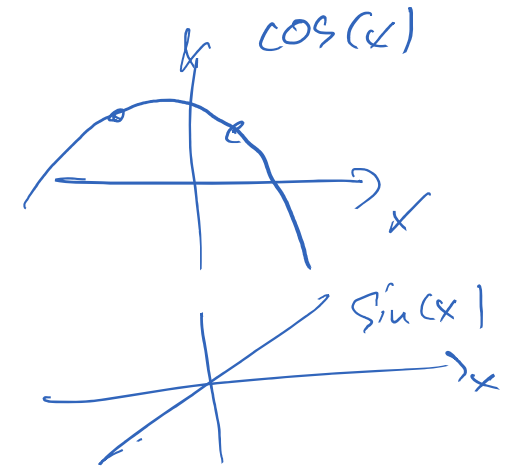
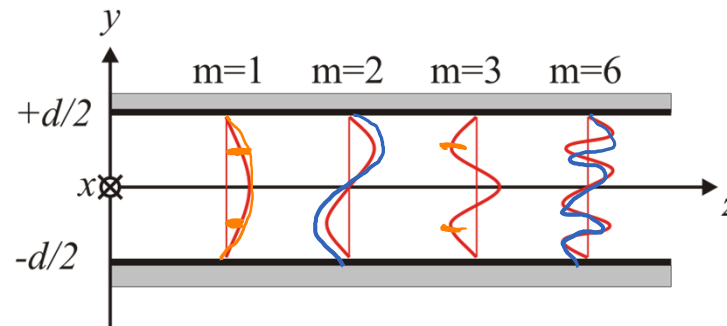
$$k_{ym} = m \frac{\pi}{d} \quad E_{x\uparrow}(y, z) = A_m e^{-jk_{ym}y - j\beta_m z} \quad E_{x\downarrow}(y, z) = e^{j(m-1)\pi} A_m e^{+jk_{ym}y - j\beta_m z}$$

$$m=2 \quad k_{y2} = \frac{2\pi}{d} \quad e^{j(m-1)\pi} = -1$$

$$e^{-jk_{y2}y} \quad e^{+jk_{y2}z}$$

$$\underbrace{\cos(-\alpha)}_{\cos(\alpha)} + \underbrace{j \sin(-\alpha)}_{-j \sin(\alpha)} - \underbrace{\cos(\alpha)}_{\cos(\alpha)} - \underbrace{j \sin(\alpha)}_{j \sin(\alpha)} = -2j \sin(k_{y2}y) e^{-j\beta_m z}$$

Modes guidés – Calcul de l'amplitude

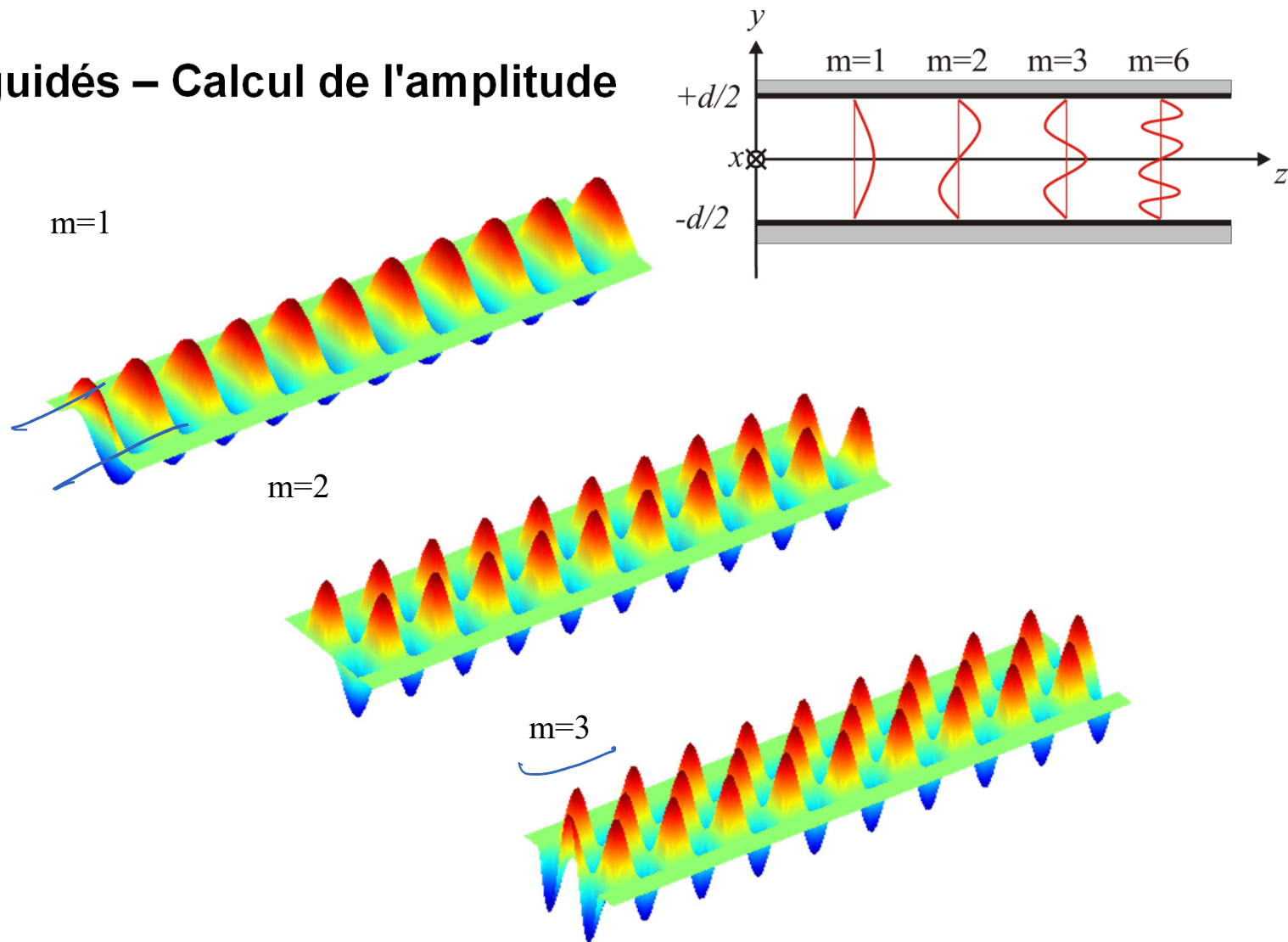


- Séparation des parties longitudinales z et transverses y (le mode est invariant dans la direction x):

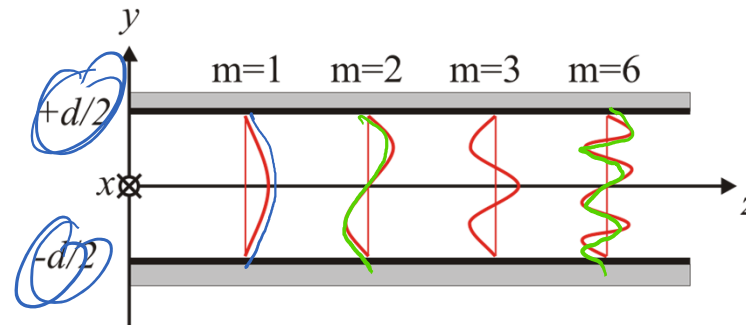
$$E_x(y, z) = a_m u_m(y) e^{-j\beta_m z}$$

- Mode fondamental ($m=1$)
- Modes d'ordres plus élevés:
 - L'angle de propagation et la complexité transverse augmentent
 - Symétrie: m impaire: mode symétrique ($u_m(y) = u_m(-y)$)
 m paire: mode antisymétrique ($u_m(y) = -u_m(-y)$)

Modes guidés – Calcul de l'amplitude



Modes guidés – Calcul de l'amplitude



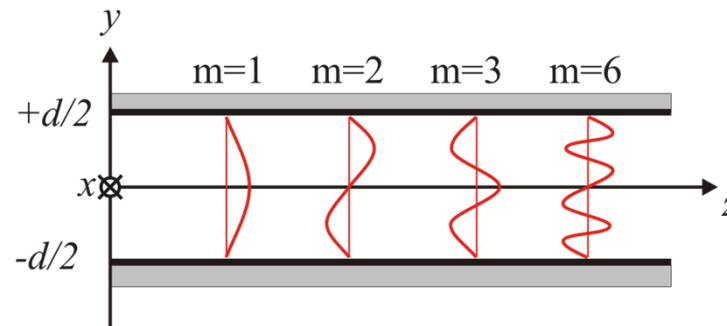
$$E_x(y, z) = a_m u_m(y) e^{-j\beta_m z}$$

- Normalisation $\int_{-d/2}^{d/2} u_m^2(y) dy = 1$

- Propriété d'orthogonalité

$$\int_{-d/2}^{d/2} u_l(y) u_m(y) dy = 0, \quad \text{si } l \neq m.$$

Fréquence de coupure



- Nombre de modes:

$$M = \frac{2d}{\lambda}$$

si $0,8 \rightarrow \pi = 0$
 $1,0 \rightarrow \pi = 0$
 $1,1 \rightarrow \pi = 1$

- si $d \leq \lambda/2$ alors

$$M = 0$$

- Fréquence de coupure

$$\nu_c = \frac{c}{2d}$$

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi\nu}{c} \equiv \frac{\pi}{d} \Rightarrow \nu = \frac{c}{2d}$$

- Dépend de l'indice du milieu dont le guide est rempli

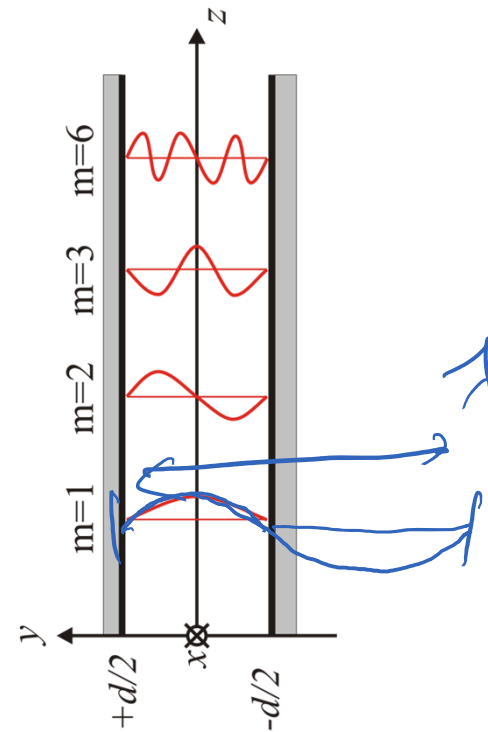
$$\omega_c = 2\pi\nu = \frac{\pi c}{d}$$

Fréquence de coupure

- Il faut que la cheminée soit au moins assez large pour laisser passer le corps!



www.kairn.com



Olivier J.F. Martin

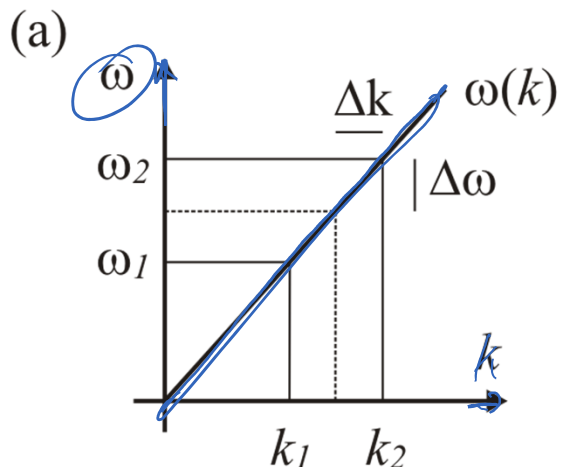
Résumé de l'épisode précédent: Vitesse de groupe

- Comment définir la vitesse d'un pulse?
- Vitesse à laquelle l'information (l'enveloppe ou la modulation) est transmise:

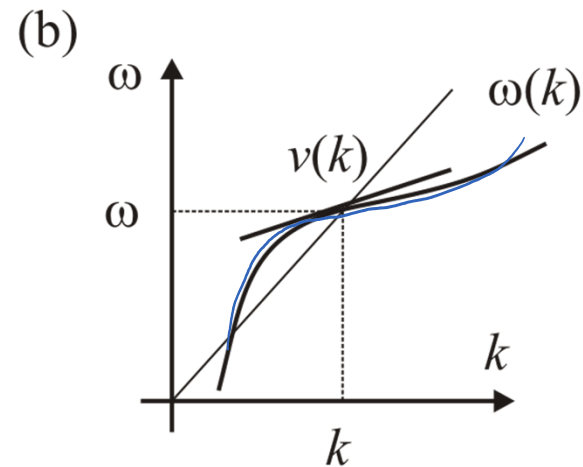
$$v = \frac{\partial \omega}{\partial k} \quad \text{Vitesse de groupe}$$

$$c = \frac{\omega}{k} \quad \text{Vitesse de phase}$$

Milieu non dispersif:

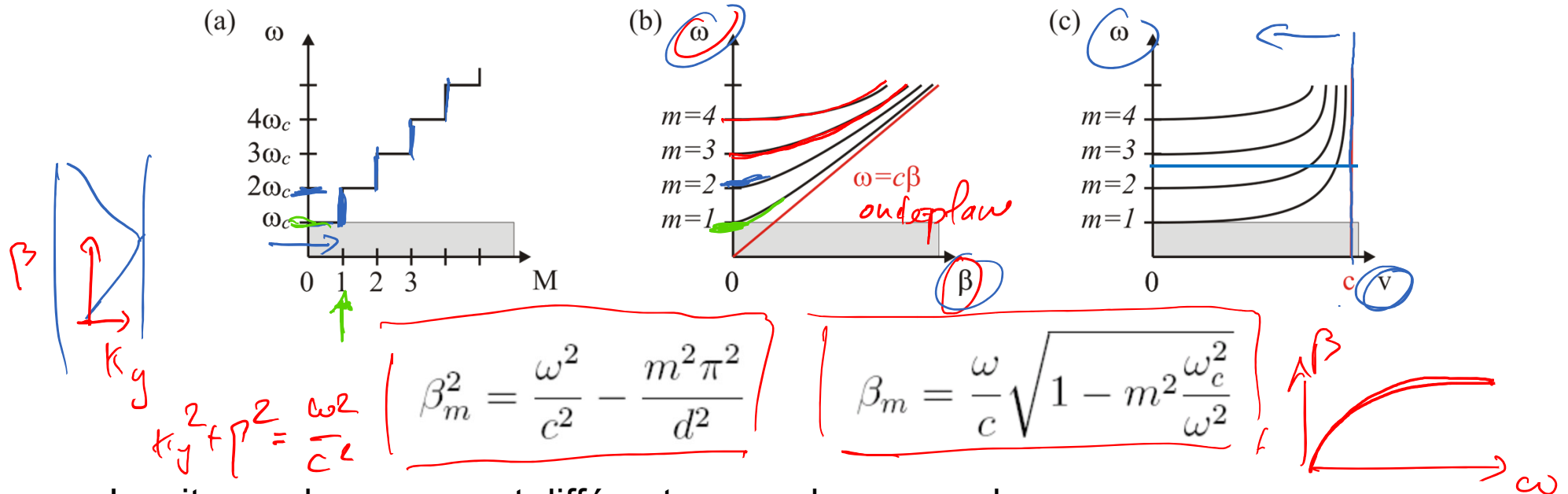


Milieu dispersif:



- Dans les milieux dispersifs, la vitesse de groupe est différente de la vitesse de phase

Nombre de modes, relation de dispersion, vitesse de groupe

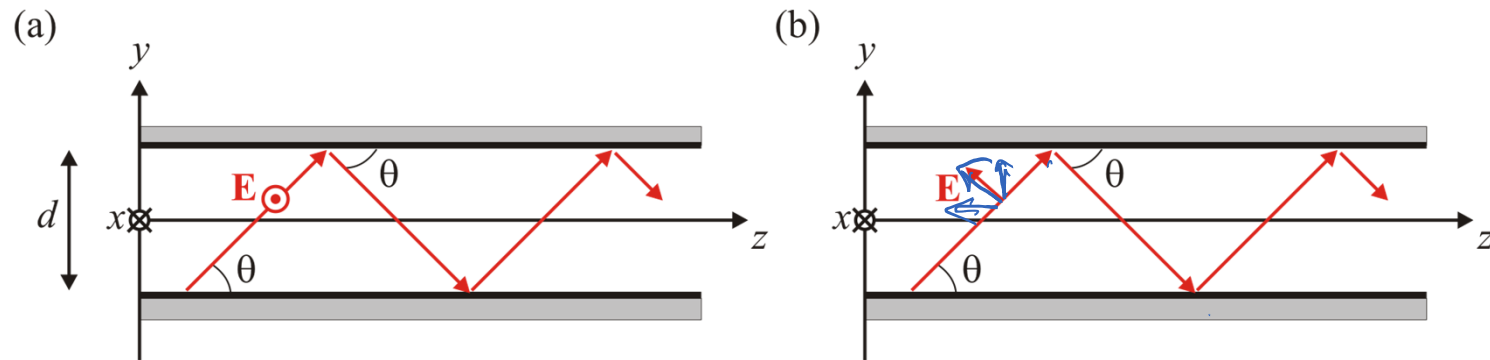


- La vitesse de groupe est différente pour chaque mode:

$$v_m = \frac{d\omega}{d\beta_m} \quad v_m = \frac{c^2 \beta_m}{\omega} = c \sqrt{1 - m^2 \frac{\omega_c^2}{\omega^2}}$$

- v_m diminue avec le numéro du mode (à fréquence fixe)
- Limitation de la bande passante d'un guide multimode!

Modes TM



- En composantes:

$$E_z(y, z) = \begin{cases} a_m \sqrt{\frac{2}{d}} \cos \left(m\pi \frac{y}{d} \right) e^{-j\beta_m z}, & m = 1, 3, 5, \dots \\ a_m \sqrt{\frac{2}{d}} \sin \left(m\pi \frac{y}{d} \right) e^{-j\beta_m z}, & m = 2, 4, 6, \dots, \end{cases}$$

$$E_y(y, z) = \begin{cases} a_m \sqrt{\frac{2}{d}} \cot \theta_m \cos \left(m\pi \frac{y}{d} \right) e^{-j\beta_m z}, & m = 1, 3, 5, \dots \\ a_m \sqrt{\frac{2}{d}} \cot \theta_m \sin \left(m\pi \frac{y}{d} \right) e^{-j\beta_m z}, & m = 2, 4, 6, \dots, \end{cases}$$

avec $a_m = \sqrt{2d}A_m$ pour m impaire et $a_m = j\sqrt{2d}A_m$ pour m paire.

Ingénierie optique

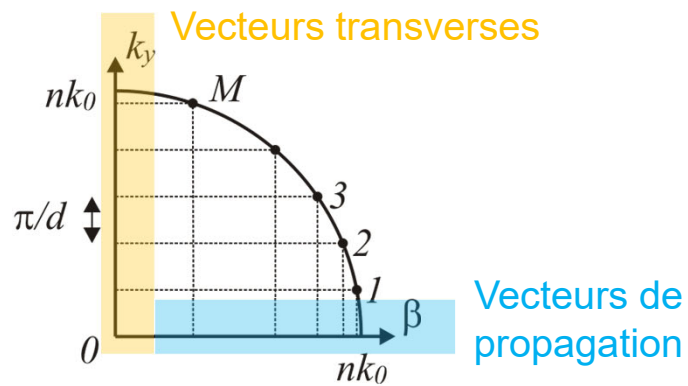
Semaine 8 – partie 4

Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie



Guide d'onde miroir (guide 1D)

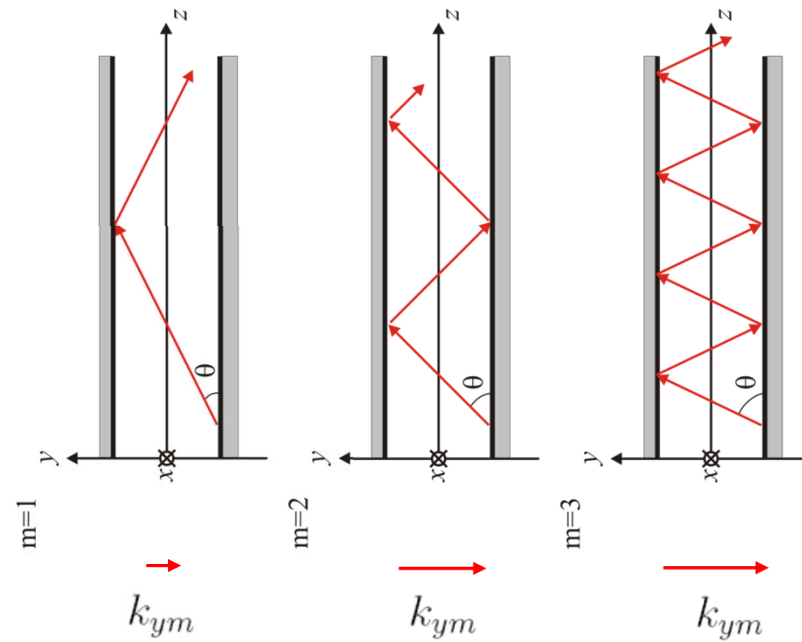
- Les modes zig-zagent dans un plan



$$\beta_m^2 = k^2 - \frac{m^2 \pi^2}{d^2},$$

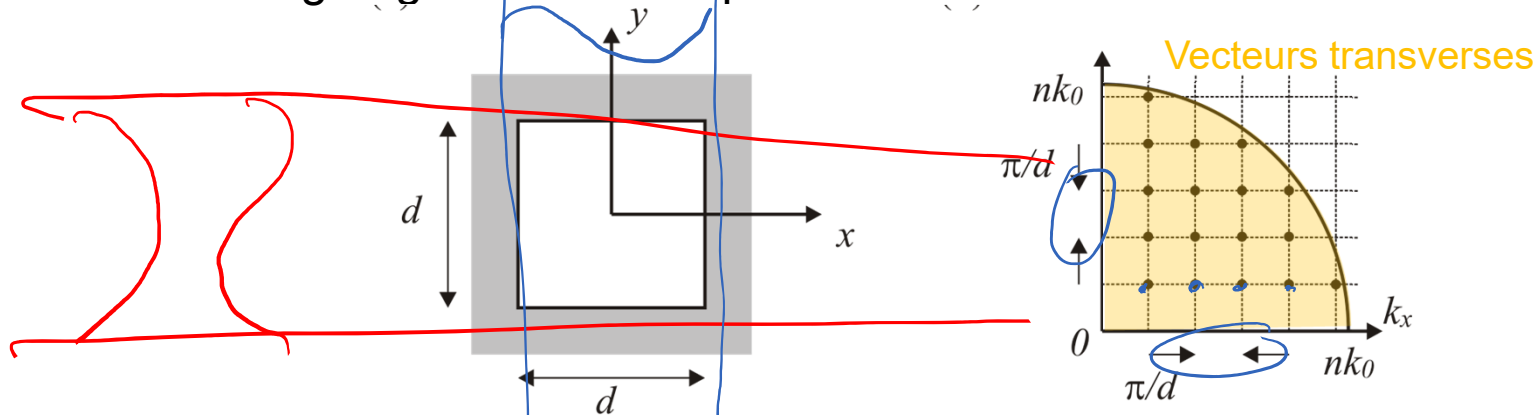
$$n^2 k_0^2 = \frac{n^2 \omega^2}{c_0^2}$$

$$m = 1, 2, 3, \dots$$



Guide d'onde miroir carré (guide 2D)

- Les modes zig-zaguent dans l'espace



- La démarche est la même, mais avec deux composantes transverses:

$$\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z) = (k_x, k_y, \beta)$$

$$k_x^2 + k_y^2 + \beta^2 = n^2 k_0^2 = \frac{n^2 \omega^2}{c_0^2}$$

$$2k_x d = 2\pi m_x,$$

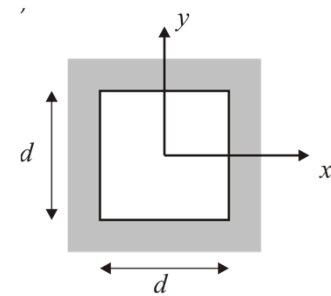
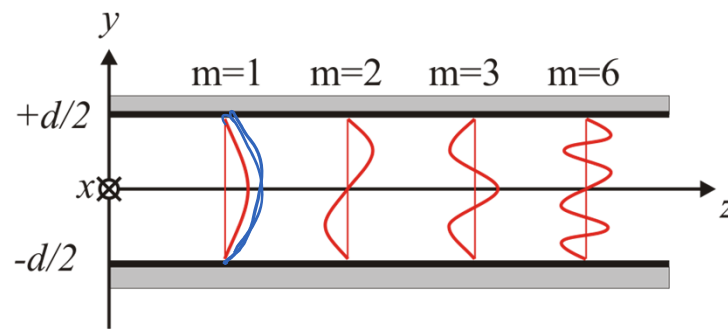
$$m_x = 1, 2, 3, \dots$$

$$2k_y d = 2\pi m_y,$$

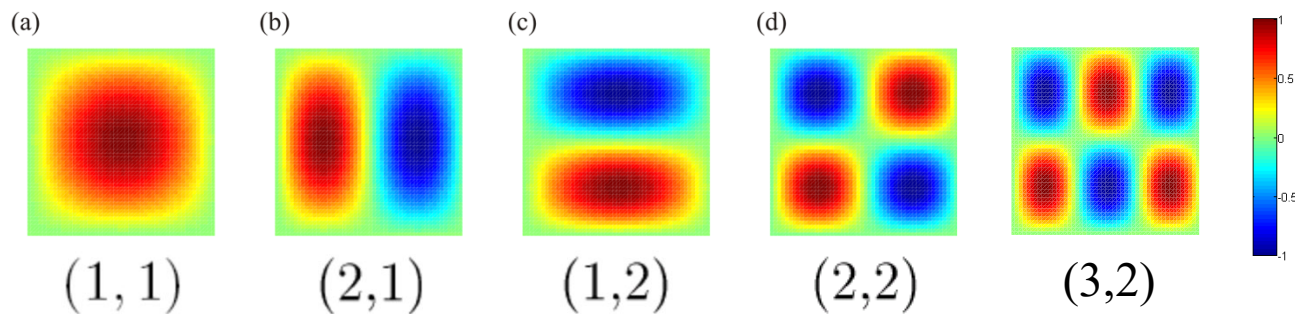
$$m_y = 1, 2, 3, \dots$$

Guide d'onde miroir carré (guide 2D)

- On peut voir les modes 2D comme le produit de deux modes 1D:

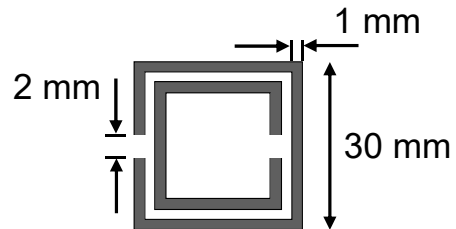


- Les modes 2D sont caractérisés par les indices (l, m)

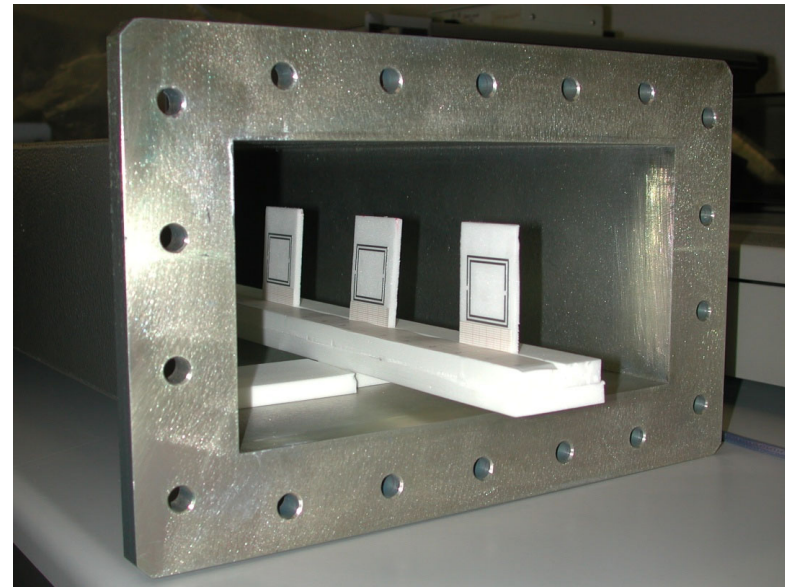
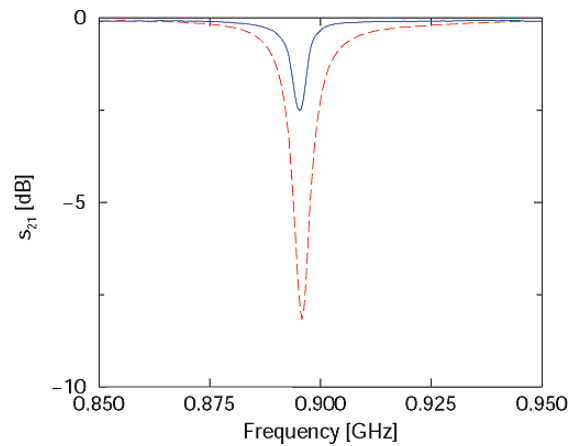


Guide d'onde miroir carré (guide 2D)

- Très utilisé pour les fréquences micro-onde:



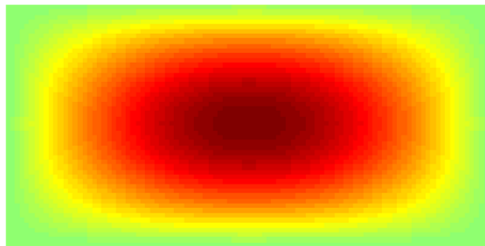
- 5 μm thick Al foil
- Rohacell substrate ($\epsilon=1.07$)



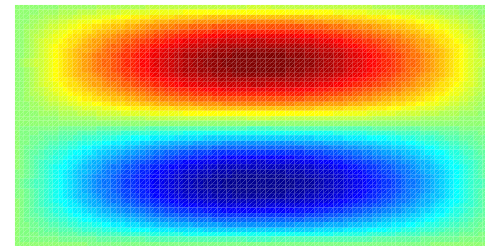
- SRRs in R9 waveguide, TE_{10} excitation:

Guide d'onde miroir rectangulaire (guide 2D)

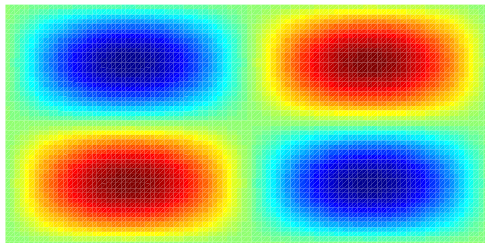
- Le principe reste le même avec les produits de modes 1D différents, selon les largeurs différentes du guide:



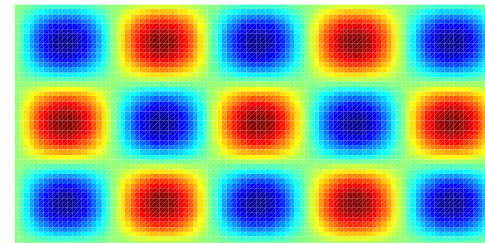
(1,1)



(1,2)



(2,2)



(5,3)

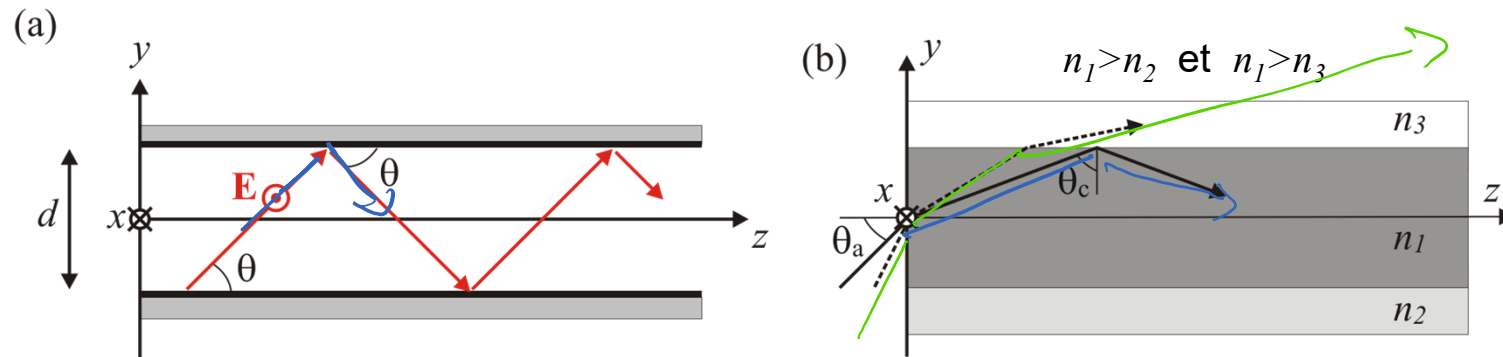
Ingénierie optique

Semaine 8 – partie 5

Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie



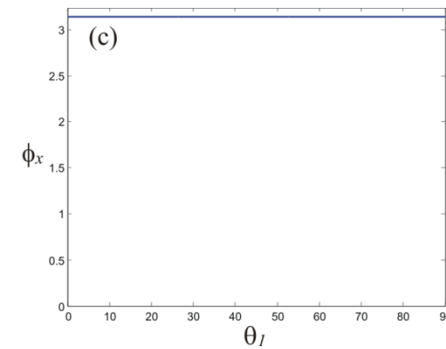
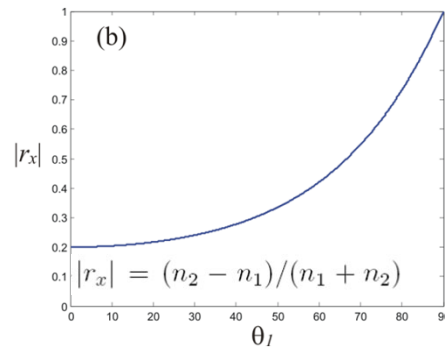
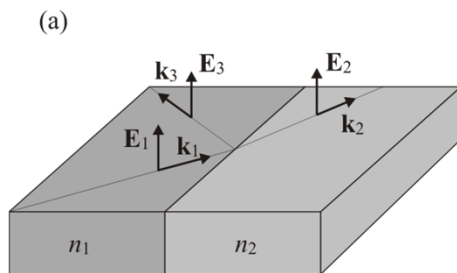
Guides miroirs – guides diélectriques



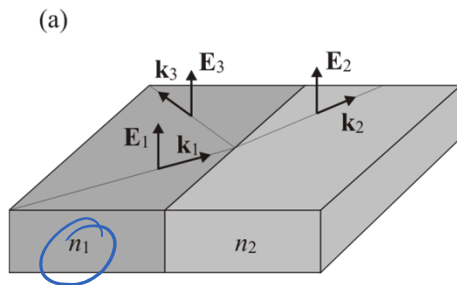
- Un miroir parfait est très difficile à réaliser à large échelle aux fréquences optiques
- Il est par contre possible de déposer des couches diélectriques avec une précision atomique
- Le guidage se fait par réflexion interne totale
- Configuration symétrique ou asymétrique
- Il existe un angle limite d'entrée dans le guide θ_a au-delà duquel les rayons ne se propagent pas

Coefficients de Fresnel – Champ TE

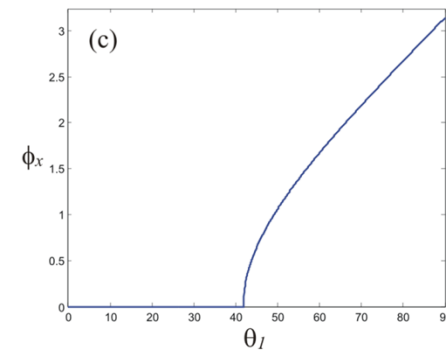
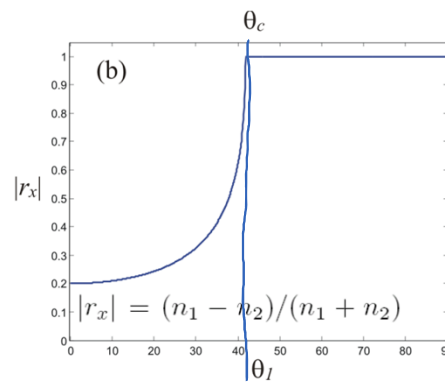
- Réflexion externe ($n_1 < n_2$)



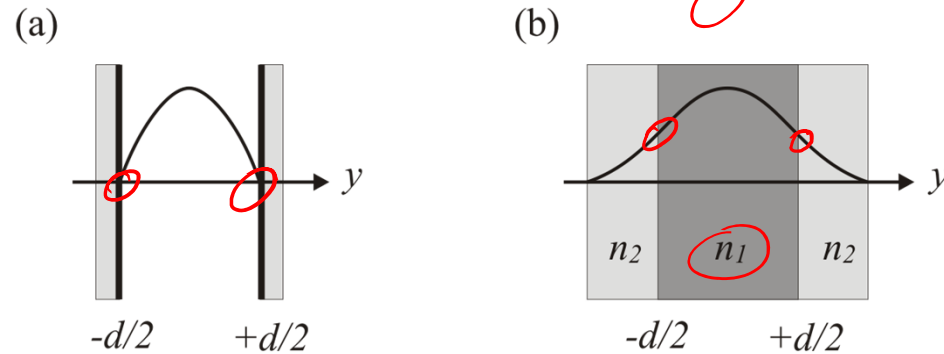
- Réflexion interne ($n_1 > n_2$)



vers 1,5 au 1



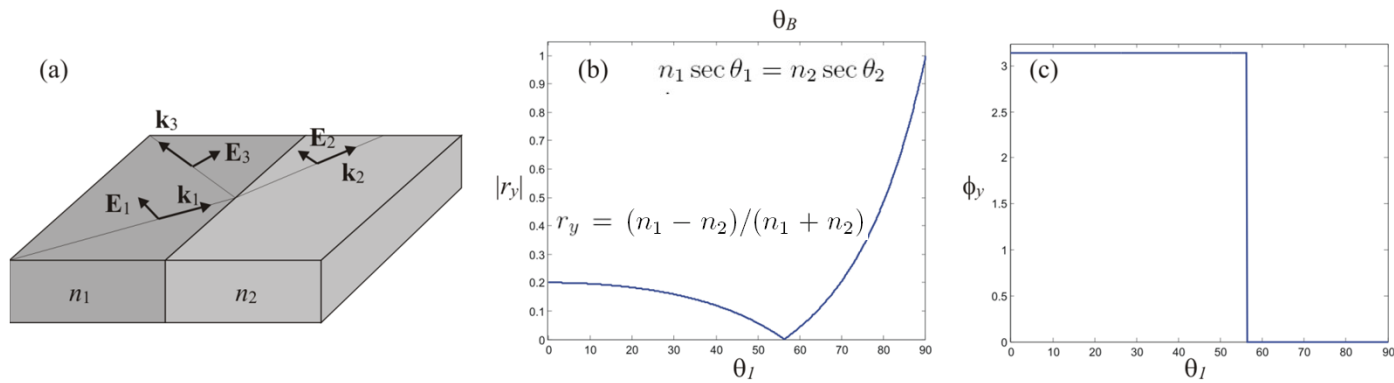
Guides miroirs – guides diélectriques



- Comme pour le guide miroir les conditions d'interfaces déterminent les modes
- Dans le cas du guide miroir:
 - le champ s'annule au bord du guide
- Dans le cas du guide diélectrique:
 - le champ s'annule à l'infini
 - continuité de certaines composantes du champ électromagnétique

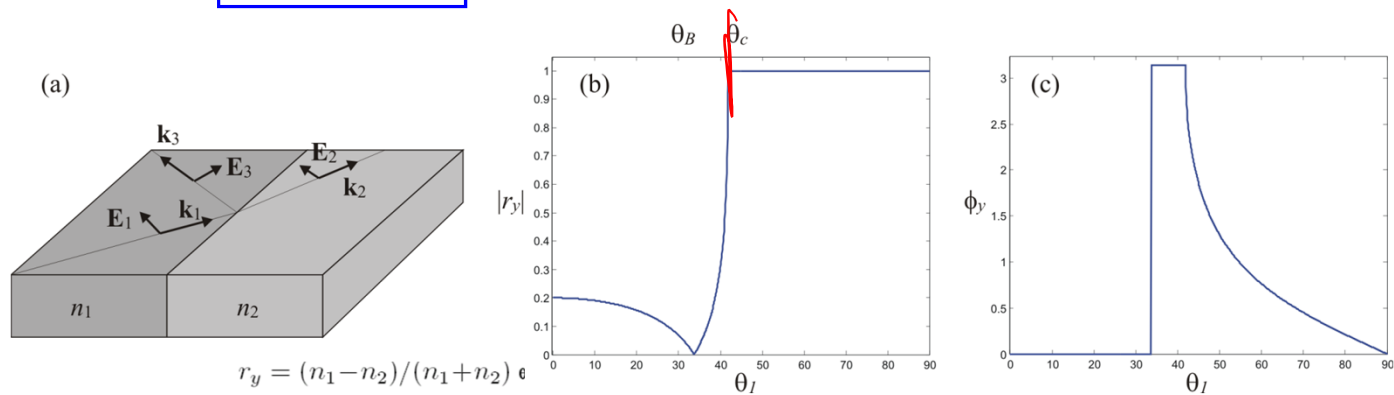
Coefficients de Fresnel – Champ TM

- Réflexion externe ($n_1 < n_2$)



- Réflexion interne ($n_1 > n_2$)

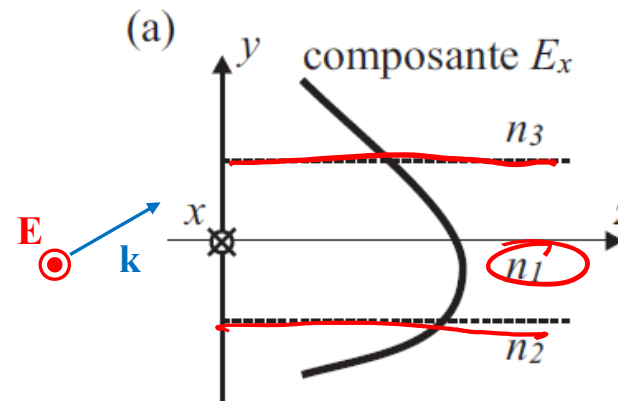
$$\theta_B = \arctan(n_2/n_1)$$



Guides diélectriques

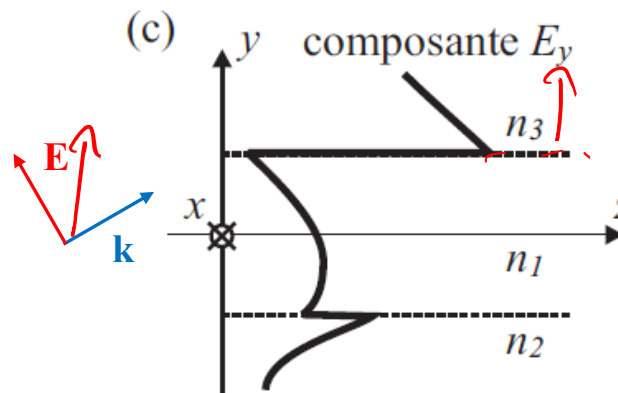
- Conditions d'interface imposées par les équations de Maxwell:

- Modes TE:
 - composante E_x



Les composantes E_x et E_z sont continues

- Modes TM:
 - composante E_y dominante
 - petite composante E_z

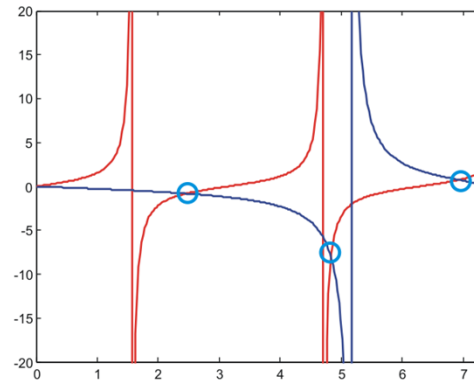


La composante E_y n'est pas continue

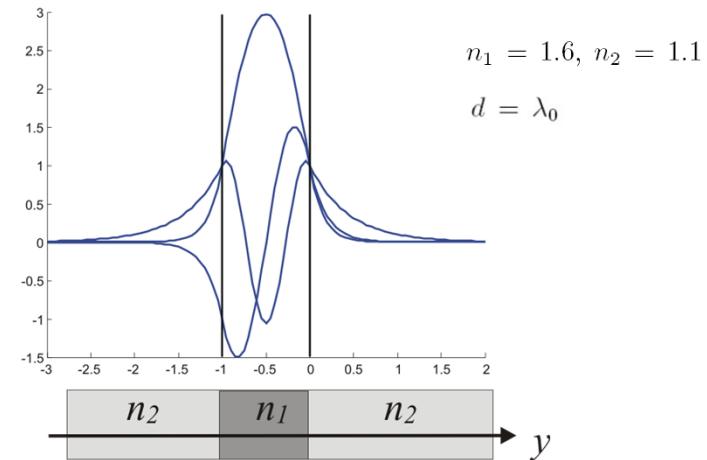
$$\begin{aligned} \epsilon_1 E_{1,y} &= \epsilon_2 E_{2,y} \\ n_1^2 E_{1,y} &= n_2^2 E_{2,y} \end{aligned}$$

Guides diélectriques planaires (guide 1D) – Profile du champ

(a)



(b)



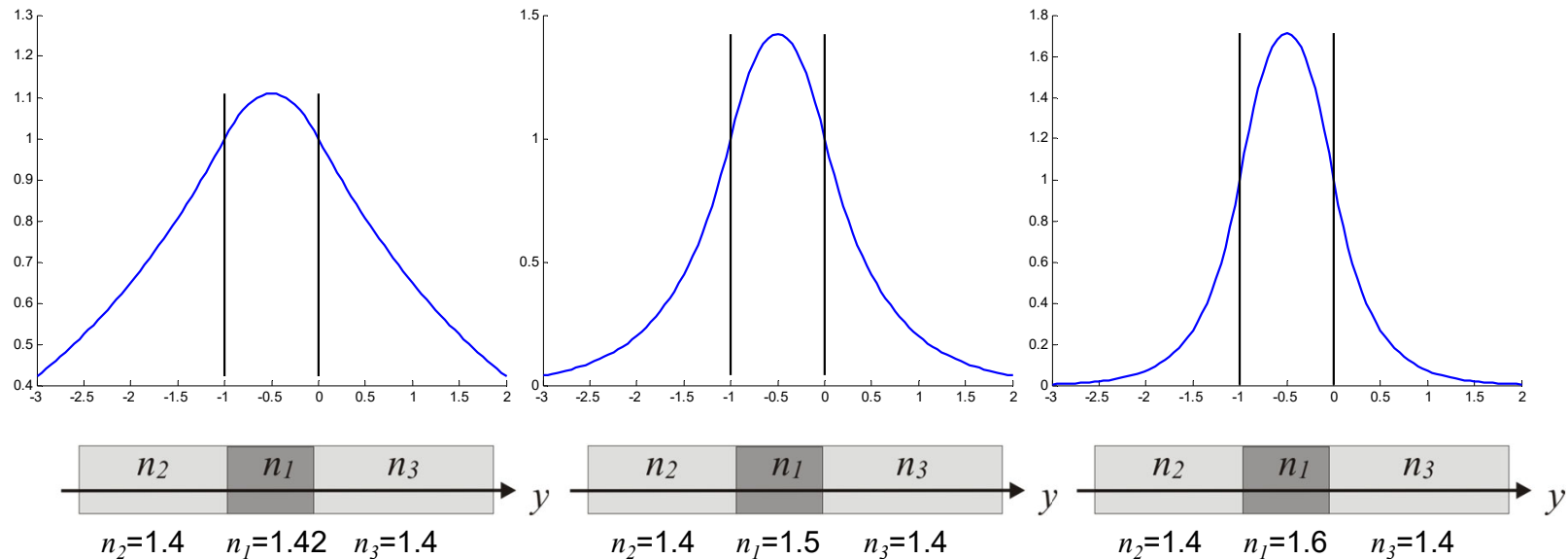
- Les modes doivent satisfaire une équation transcendante de la forme

$$\arctan \beta = \frac{1}{\sqrt{(\beta - \gamma)}}$$

- Résolution numérique seulement → détermination du vecteur de propagation et de la forme du champ

Guides diélectriques planaires (guide 1D) – Profile du champ

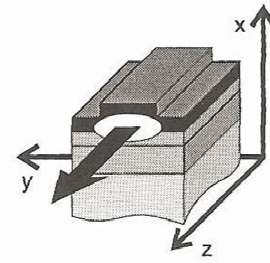
- Pour un guide symétrique, il existe toujours un mode TE



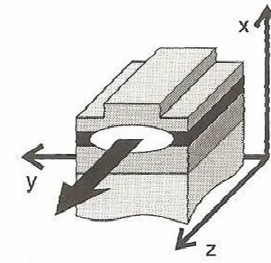
- Le nombre de modes augmente avec l'épaisseur du guide ou avec le contraste d'indice
- La lumière est guidée dans la région d'indice élevé

Guides diélectriques 2D

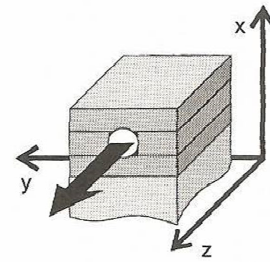
- Le principe est toujours le même: on crée une région d'indice élevé, dans laquelle la lumière est guidée
- Des géométries variées existent qui permettent un confinement de la lumière dans les deux directions transverses



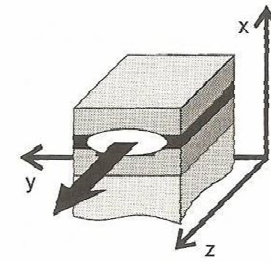
Rib waveguide



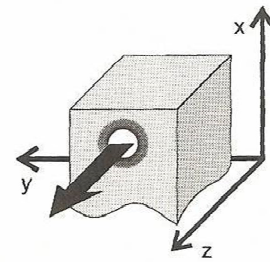
Strip-loaded waveguide



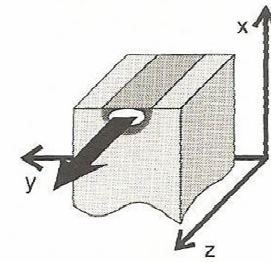
Buried-strip waveguide



Buried-rib waveguide



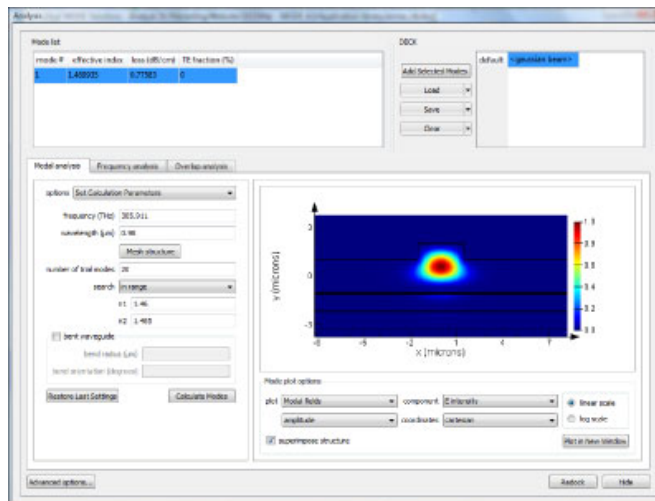
Buried diffused waveguide



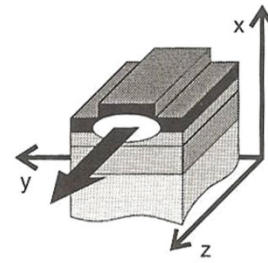
Diffused waveguide

Guides diélectriques 2D

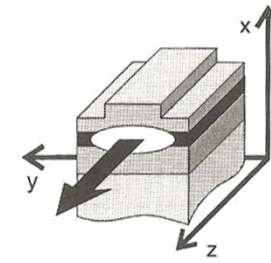
- On ne peut plus calculer les modes (semi)-analytiquement, il faut utiliser des méthodes numériques sur un maillage de la section du guide



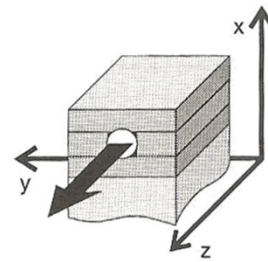
www.lumerical.com



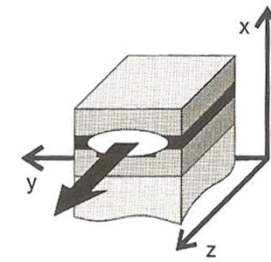
Rib waveguide



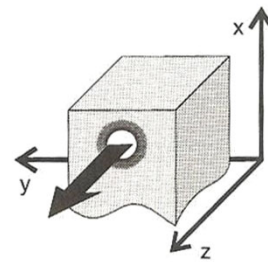
Strip-loaded waveguide



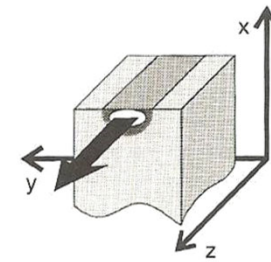
Buried-strip waveguide



Buried-rib waveguide



Buried diffused waveguide



Diffused waveguide