Ingénierie optique

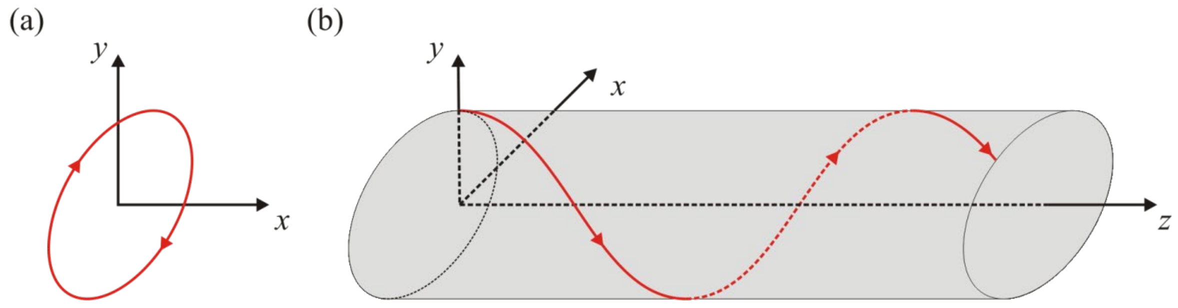
Semaine 7 – partie 1

Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie

EPFL

Polarisation de la lumière

- On s'intéresse à des ondes planes, le champ électromagnétique est toujours transverse (perpendiculaire à la direction de propagation)
- La polarisation linéaire est un cas très particulier, où l'extrémité du vecteur du champ électrique décrit une ligne
- En général, la polarisation est elliptique: l'extrémité du champ électrique décrit une ellipse
- Le sens de rotation du vecteur du champ électrique est différent dans le temps et dans l'espace (signes différents pour le temps et l'espace dans les équations)



Polarisation de la lumière

$$E_x(z,t) = a_x \cos(-kz + \omega t + \phi_x)$$
$$E_y(z,t) = a_y \cos(-kz + \omega t + \phi_y)$$

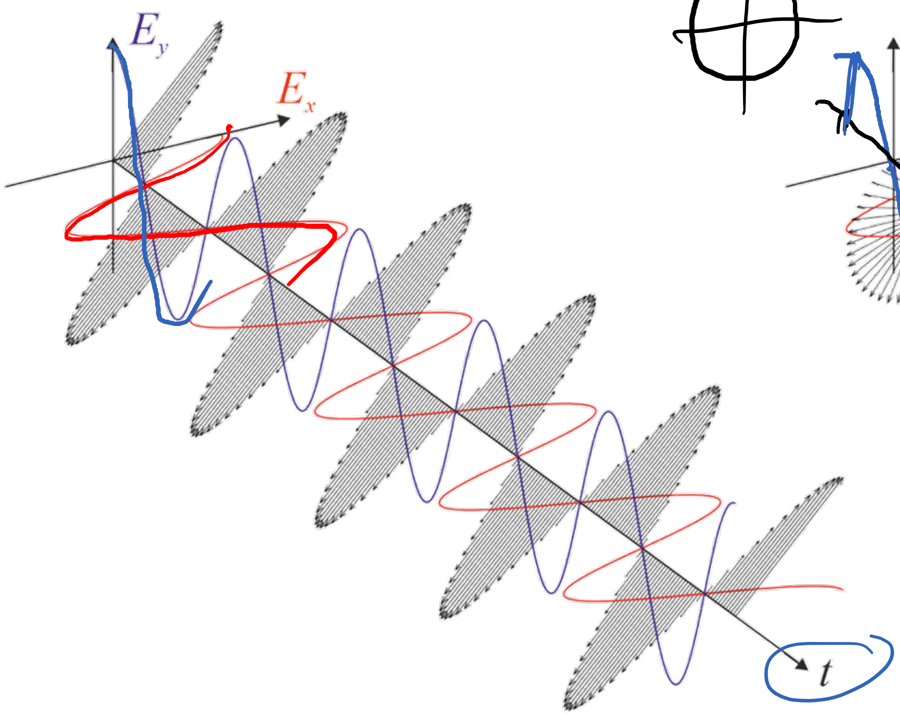
$$\phi = \phi_y - \phi_x$$

- On se concentre sur le sens de rotation dans le temps (lorsque la lumière vient vers nous):
  - Rotation dans le sens des aiguilles d'une montre → polarisation à droite
  - Rotation dans le sens contraire des aiguilles d'une montre → polarisation à gauche
- On peut décomposer cette ellipse selon deux axes → <u>deux composantes du champ électrique</u>
- La différence de phase ϕ entre ces deux composantes détermine la polarisation de la lumière

Onde polarisée circulairement (évolution dans le temps)

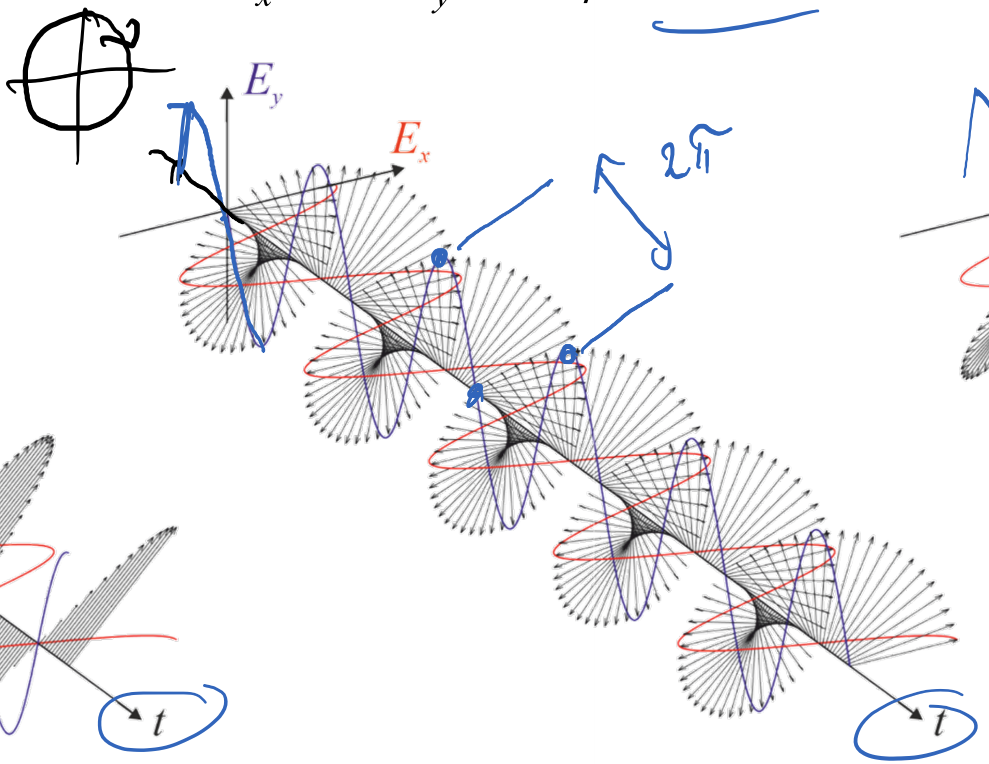
- Il est intéressant d'observer l'évolution de chaque composante du champ:

$a_x = 1,\ a_y = 1,\ \phi = 0$



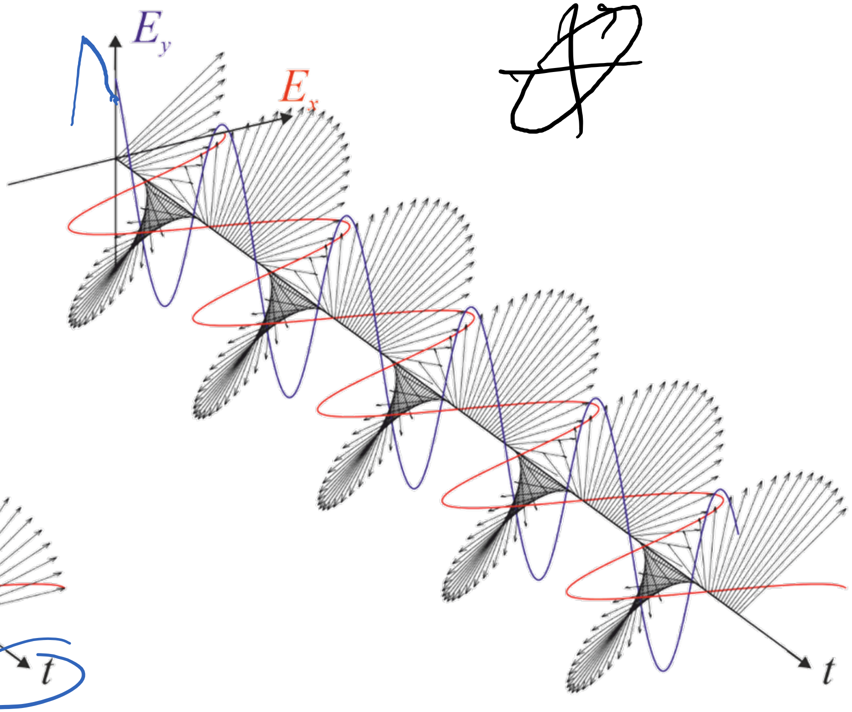
Polarisation linéaire à 45°

$a_x = 1,\ a_y = 1,\ \phi = \pi / 2$



Polarisation circulaire à droite
(rotation dans le sens des aiguilles d'une montre)

$a_x = 1,\ a_y = 1,\ \phi = \pi / 4$

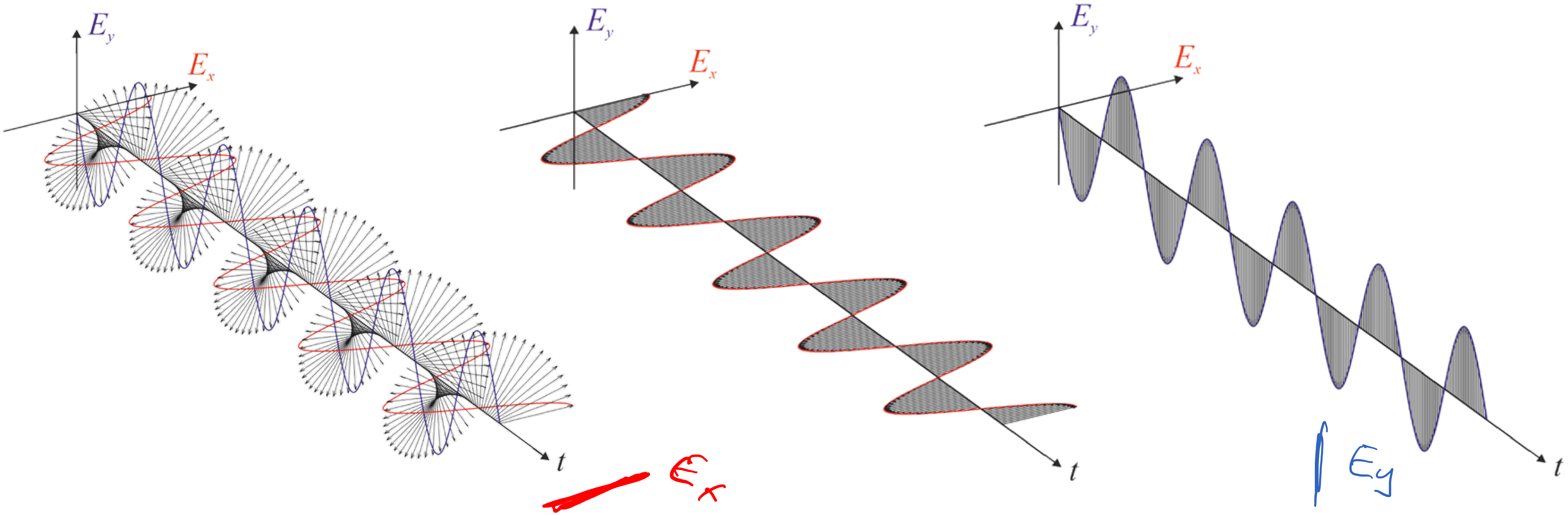


Polarisation elliptique à droite
(rotation dans le sens des aiguilles d'une montre)

Polariseurs – Première prise de contact

- Considérons une onde polarisée circulairement à droite; si on ne garde qu'une composante du champ, l'onde devient polarisée linéairement:

$$a_x = 1,\ a_y = 1,\ \phi = \pi / 2$$



Polarisation circulaire à droite
(rotation dans le sens des aiguilles d'une montre)

Polarisation linéaire horizontale

Polarisation linéaire verticale

Ingénierie optique

Semaine 7 – partie 2

Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie

EPFL

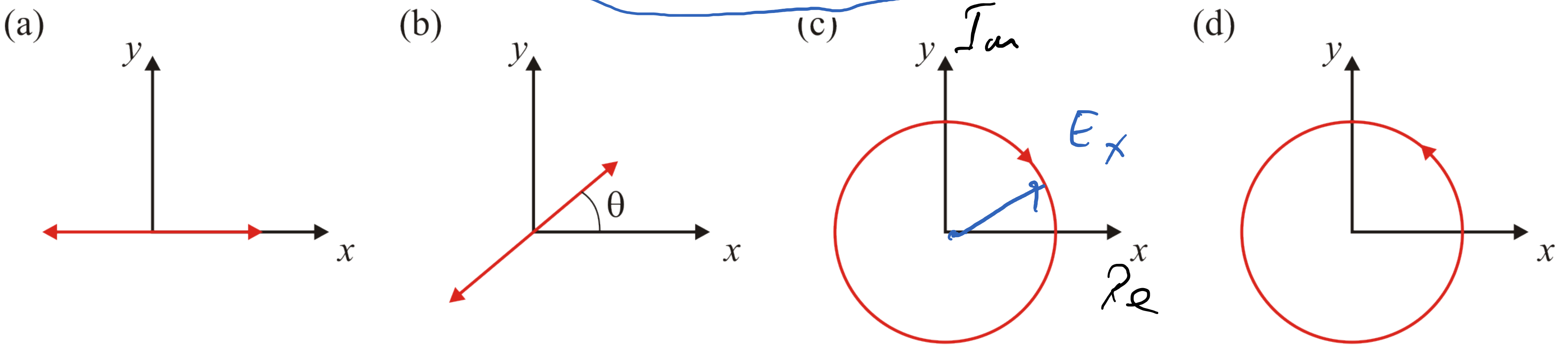
Vecteurs de Jones

$$\mathbf{E}(z,t)=\begin{pmatrix}E_x(z,t)\\E_y(z,t)\end{pmatrix}=\mathbf{A}e^{-jkz}e^{j\omega t}=\begin{pmatrix}\tilde{a}_x\\\tilde{a}_y\end{pmatrix}e^{-jkz}e^{j\omega t}=\begin{pmatrix}a_xe^{j\phi_x}\\a_ye^{j\phi_y}\end{pmatrix}e^{-jkz}e^{j\omega t}=\begin{pmatrix}A_x\\A_y\end{pmatrix}e^{-jkz}e^{j\omega t}$$

- Les vecteurs de Jones permettent de caractériser la polarisation de la lumière:

$$\mathbf{J}=\begin{pmatrix}A_x\\A_y\end{pmatrix}$$

- Quelques cas particuliers pour $|A_x|^2+|A_y|^2=1$:

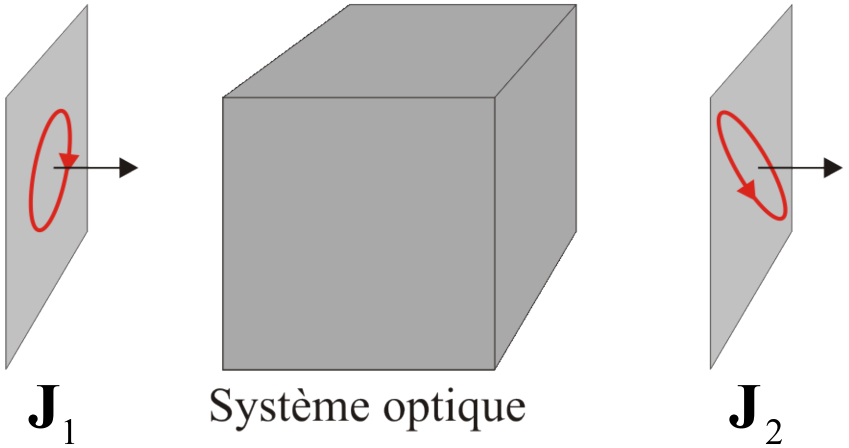


$$\mathbf{J}=\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix}\qquad\mathbf{J}=\begin{pmatrix}\cos\theta\\\sin\theta\end{pmatrix}\qquad\mathbf{J}=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\j\end{pmatrix}\qquad\mathbf{J}=\frac{1}{\sqrt{2}}\begin{pmatrix}1\\-j\end{pmatrix}$$

Matrices de Jones

- Les matrices de Jones indiquent comment un système optique modifie la polarisation de la lumière (i.e. le vecteur de Jones):

$\vec{J}_1 = \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \end{pmatrix}$



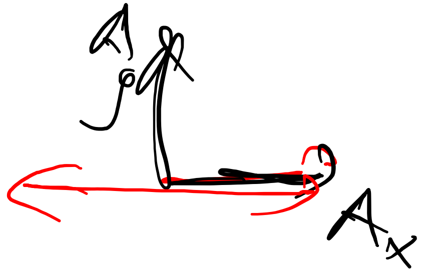
$\vec{J}_2 = \begin{pmatrix} A'_x \\ A'_y \end{pmatrix}$

- On suppose une relation linéaire $\mathbf{J}_2 = \mathbf{T} \cdot \mathbf{J}_1$:

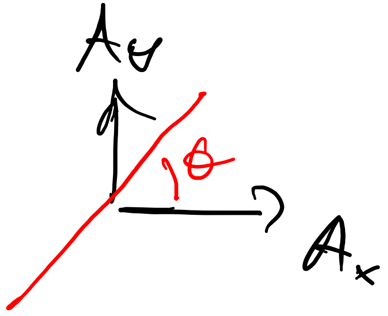
$$\boxed{\mathbf{T} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix}}$$

Matrices de Jones

- Quelques éléments optiques particuliers $\begin{pmatrix} A'_x \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \end{pmatrix}$



  – polariseur linéaire (selon x): $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$



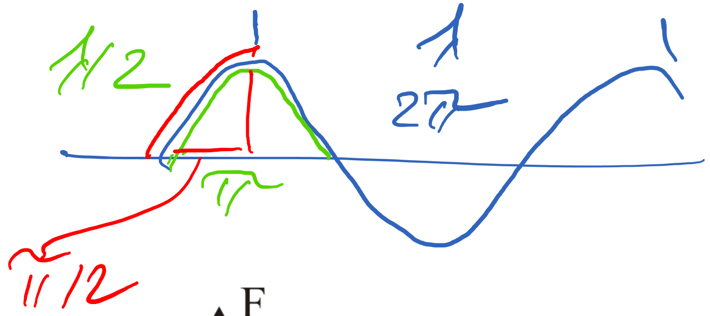
  – polariseur à un angle θ: $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \cos^2\theta & \cos\theta\sin\theta \\ \sin\theta\cos\theta & \sin^2\theta \end{pmatrix}$

  – retardateur (avec une phase Γ): $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-j\Gamma} \end{pmatrix}$

  – rotateur (tourne la polarization d'un angle θ): $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \cos\theta & -\sin\theta \\ \sin\theta & \cos\theta \end{pmatrix}$

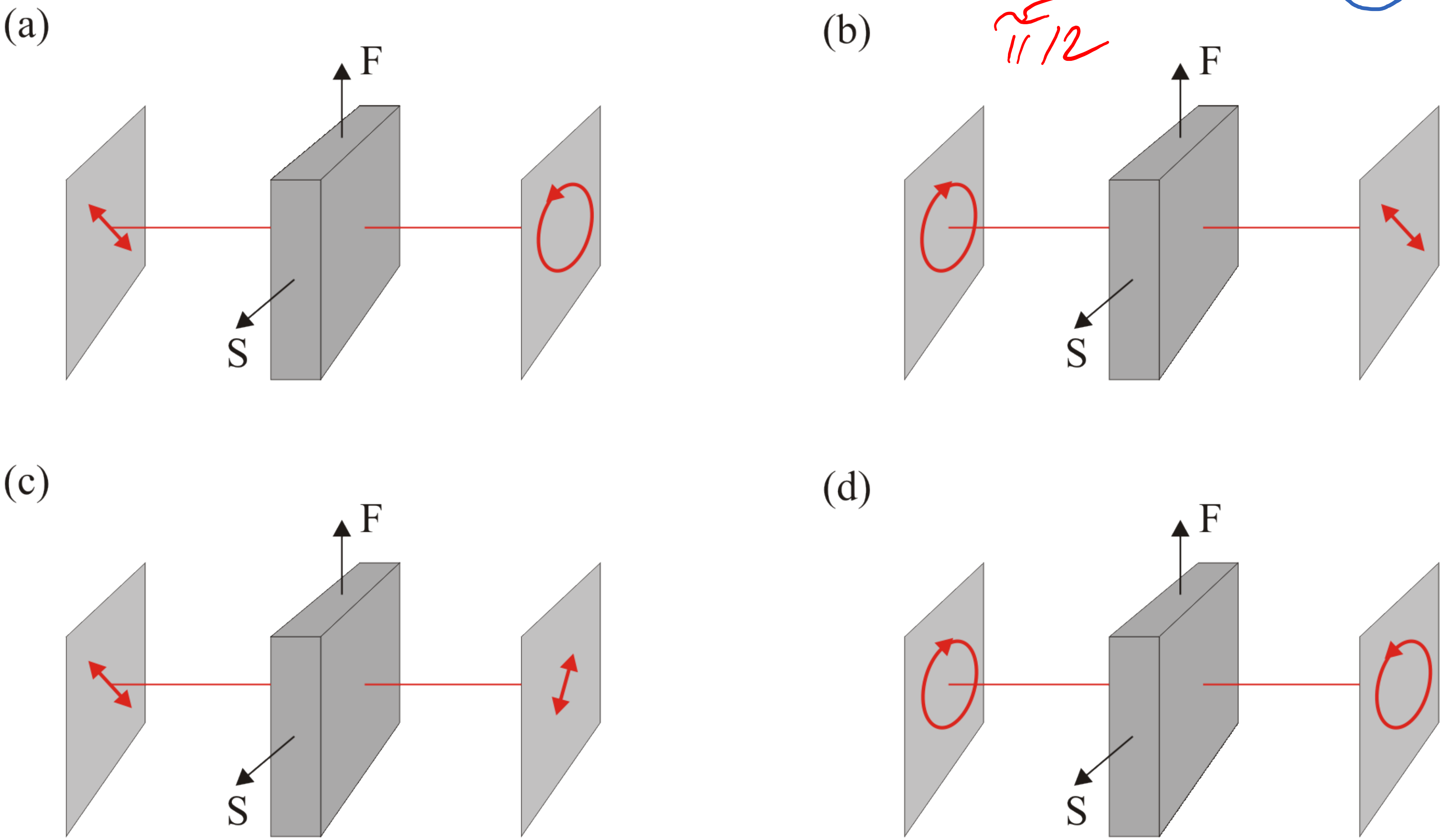
Retardateurs – Lame quart d'onde et demi-onde

$\lambda/4$



Quart d'onde ($\Gamma = \pi/2$)

Demi-onde ($\Gamma = \pi$)



Ingénierie optique

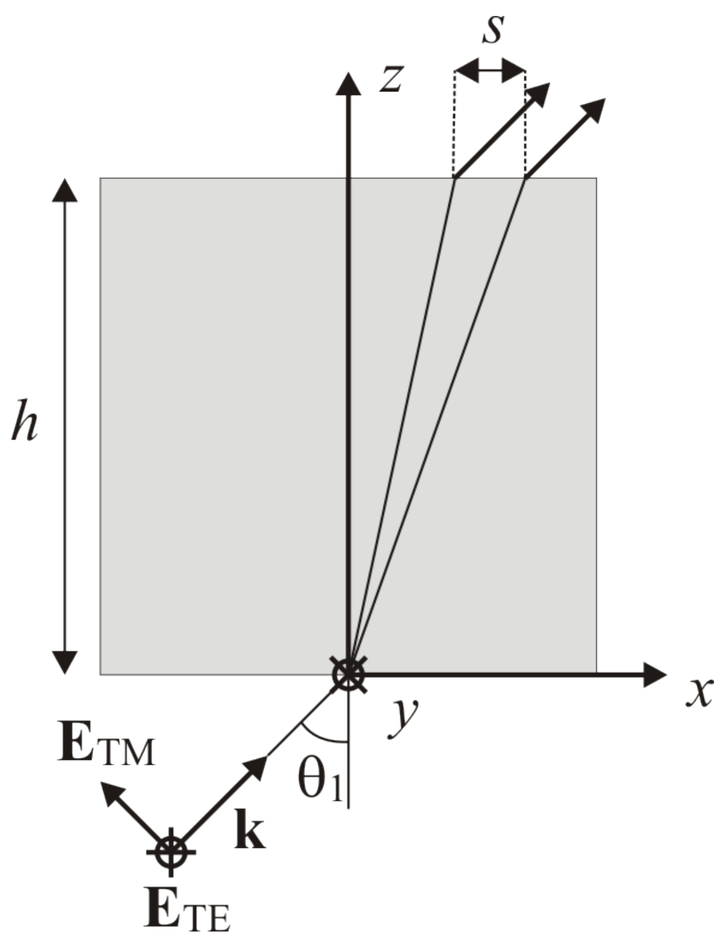
Semaine 7 – partie 3

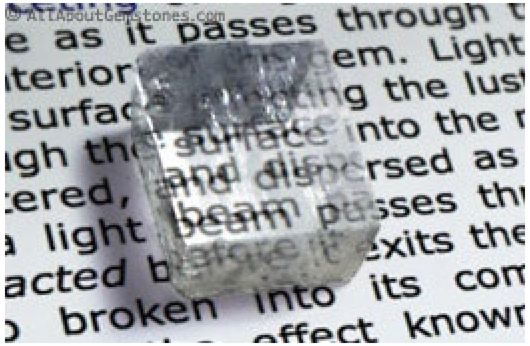
Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie

EPFL

Birefringence

- Chaque polarisation voit un autre cristal (un autre indice de réfraction) et est donc reffractée différement

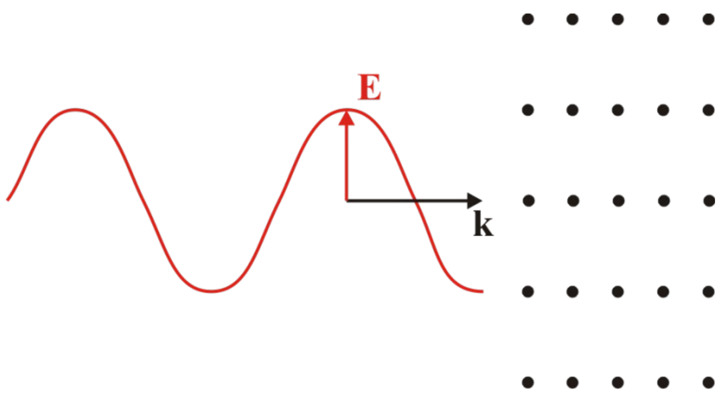




Matériau anisotrope

$$\boxed{\mathbf{D}(\mathbf{r},t) = \epsilon_0\mathbf{E}(\mathbf{r},t) + \mathbf{P}(\mathbf{r},t) = \epsilon_0\epsilon_r(\mathbf{r},t)\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \epsilon_0(1+\chi(\mathbf{r},t))\mathbf{E}(\mathbf{r},t)}$$

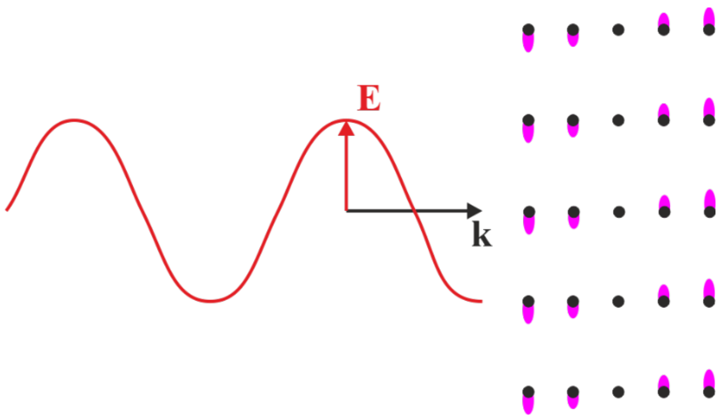
- L'interaction dépend de l'orientation du champ électrique par rapport au crystal



Matériau anisotrope

$$\boxed{\mathbf{D}(\mathbf{r},t) = \epsilon_0\mathbf{E}(\mathbf{r},t) + \mathbf{P}(\mathbf{r},t) = \epsilon_0\epsilon_r(\mathbf{r},t)\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \epsilon_0(1+\chi(\mathbf{r},t))\mathbf{E}(\mathbf{r},t)}$$

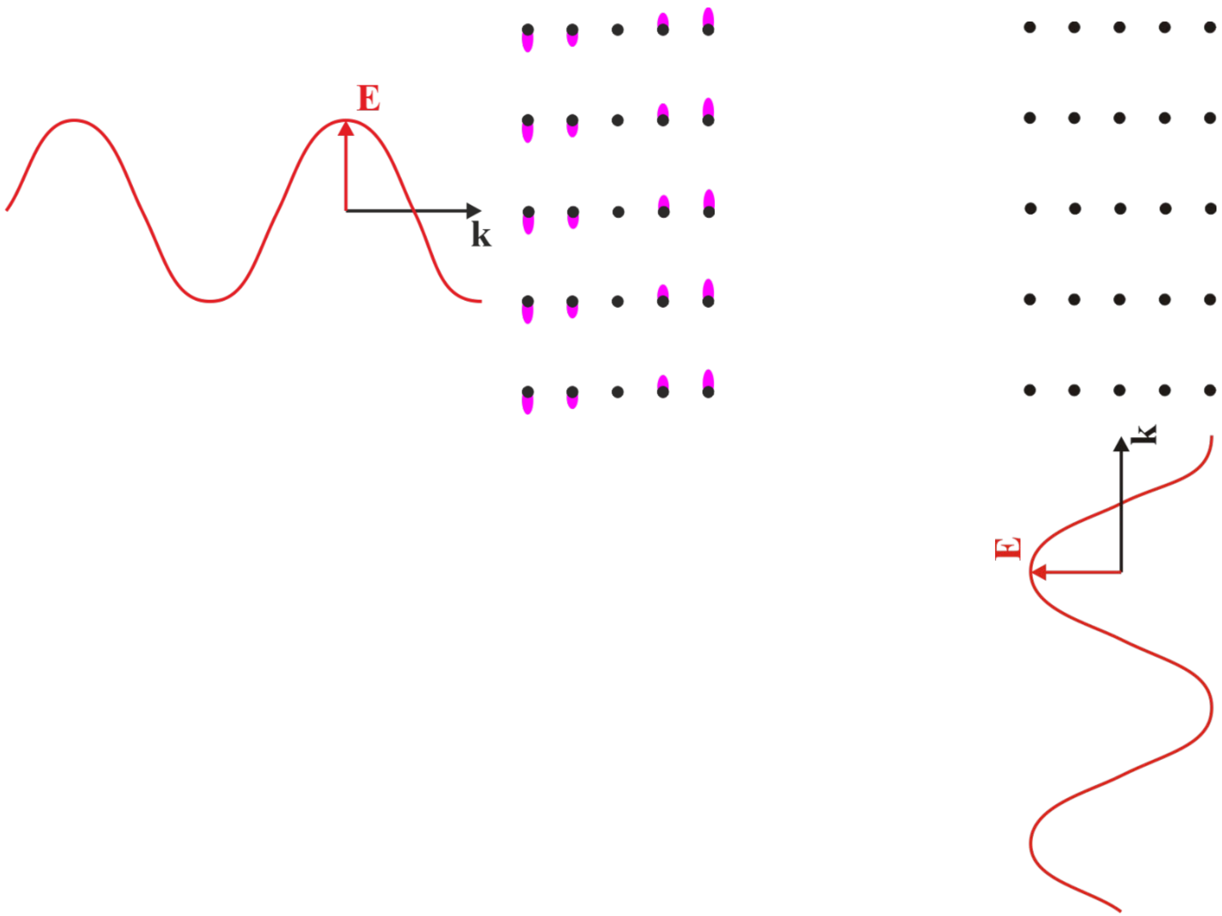
- L’interaction dépend de l’orientation <u>du champ électrique</u> par rapport au crystal



Matériau anisotrope

$$\boxed{\mathbf{D}(\mathbf{r},t) = \epsilon_0\mathbf{E}(\mathbf{r},t) + \mathbf{P}(\mathbf{r},t) = \epsilon_0\epsilon_r(\mathbf{r},t)\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \epsilon_0(1+\chi(\mathbf{r},t))\mathbf{E}(\mathbf{r},t)}$$

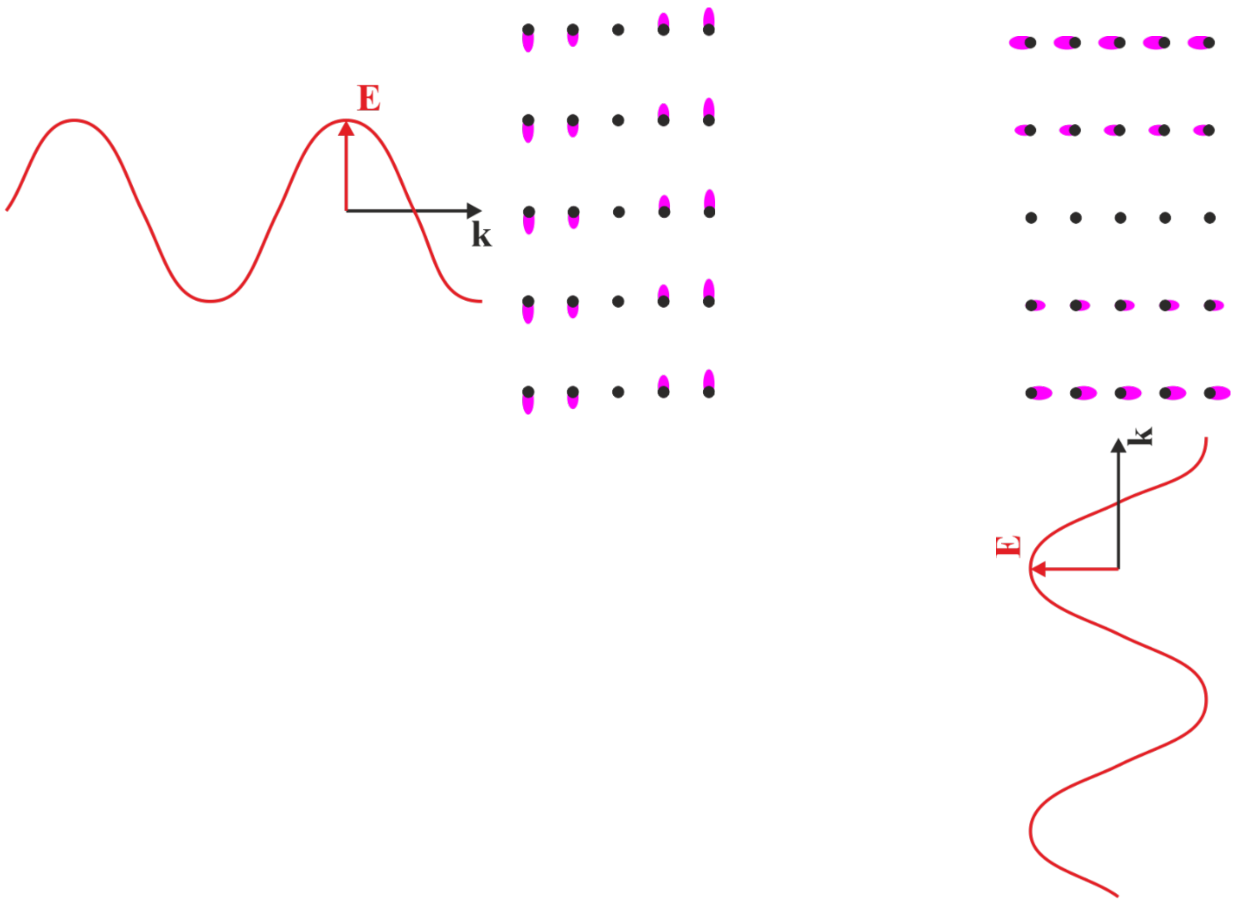
- L'interaction dépend de l'orientation <u>du champ électrique</u> par rapport au crystal



Matériau anisotrope

$$\boxed{\mathbf{D}(\mathbf{r},t) = \epsilon_0\mathbf{E}(\mathbf{r},t) + \mathbf{P}(\mathbf{r},t) = \epsilon_0\epsilon_r(\mathbf{r},t)\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \epsilon_0(1+\chi(\mathbf{r},t))\mathbf{E}(\mathbf{r},t)}$$

- L'interaction dépend de l'orientation <u>du champ électrique</u> par rapport au crystal



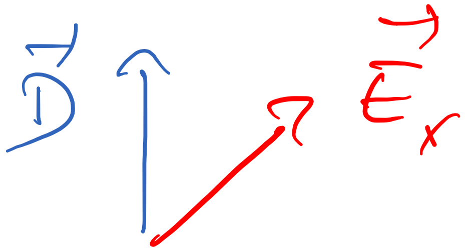
Matériaux anisotropes

- C'est le champ $\mathbf{D}$ qui caractérise la réponse de la matière:

$$\boxed{\mathbf{D}(\mathbf{r},t) = \epsilon_0\mathbf{E}(\mathbf{r},t) + \mathbf{P}(\mathbf{r},t) = \epsilon_0\epsilon_r(\mathbf{r},t)\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \epsilon_0(1+\chi(\mathbf{r},t))\mathbf{E}(\mathbf{r},t)}$$

- Pour un cristal, la permittivité devient tensorielle:

$$\begin{pmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}$$



- On peut cependant toujours la diagonaliser dans les axes principaux du cristal (axes cristallographiques):

$$\boxed{\begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix}}$$

- Matériau isotrope: 1 seul indice de réfraction

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \varepsilon \qquad D = \varepsilon E = \varepsilon_0\varepsilon_r E \qquad n = \sqrt{\varepsilon_r}$$

Matériaux anisotropes

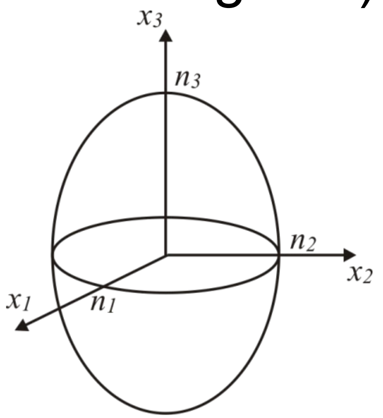
- Matériau anisotrope: 3 indices de réfraction différents

$$n_1 = \sqrt{\epsilon_1/\epsilon_0} \qquad n_2 = \sqrt{\epsilon_2/\epsilon_0} \qquad n_3 = \sqrt{\epsilon_1/\epsilon_0}$$

$$\sqrt{\varepsilon_{1r}} \qquad \sqrt{\varepsilon_{2r}} \qquad \sqrt{\varepsilon_{3r}}$$

- Ellipsoïde d'indices (axes principaux, dans lesquels ε est diagonal):

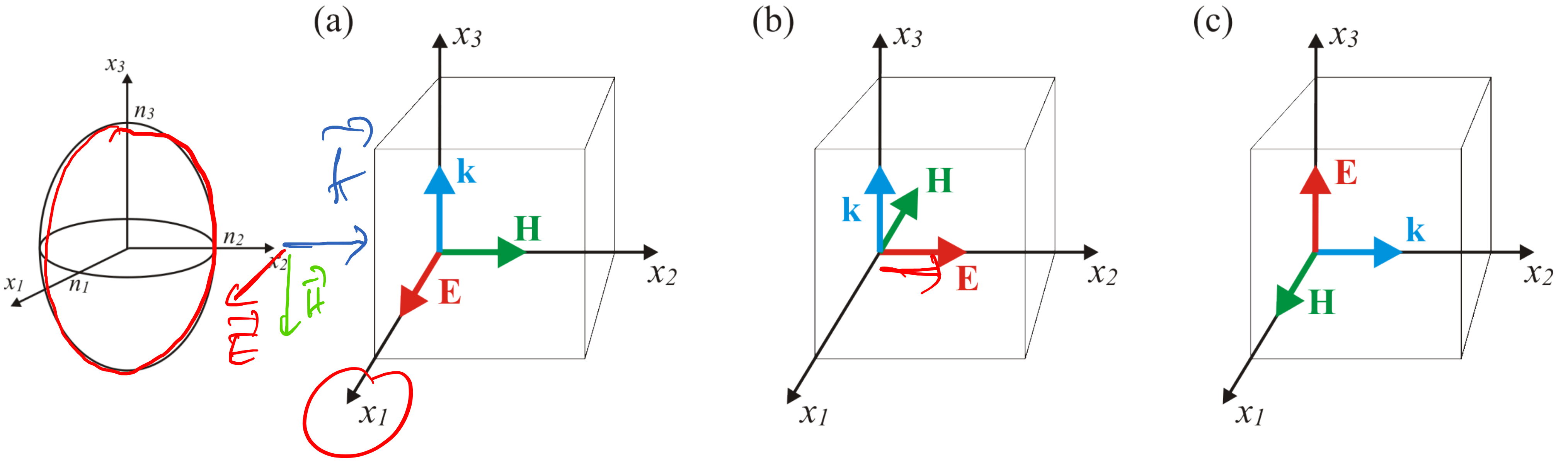
$$\frac{x_1^2}{n_1^2} + \frac{x_2^2}{n_2^2} + \frac{x_3^2}{n_3^2} = 1$$



- Il existe donc trois familles de matériaux:
  - anisotrope ou biaxial (trois indices différents)
  - uniaxial $(n_1 = n_2 \neq n_3)$ (deux indices identiques, la plupart des cristaux)
  - isotrope $(n_1 = n_2 = n_3)$ (l'ellipsoïde d'indices est une sphère)

Propagation le long d'un axe principal

- C'est la relation avec le champ électrique (pas avec la direction de propagation) qui détermine l'indice de réfraction, donc la vitesse de propagation et le vecteur d'onde



$$D_1 = \epsilon_1 E_1 \qquad c_0/n_2 \qquad c_0/n_3$$

$c = \frac{c_0}{n_1}$

$$k = n_1 k_0 \qquad k = n_2 k_0 \qquad k = n_3 k_0$$

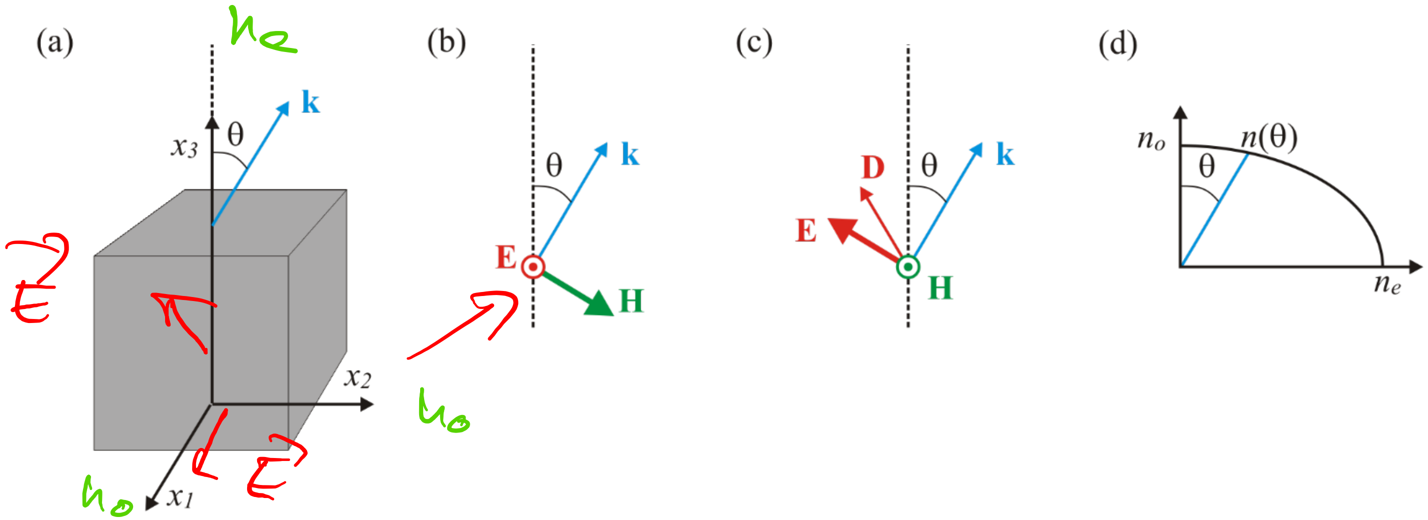
λ_0/n_1 λ_0/n_2

Cristal uni-axial

- Beaucoup de cristaux utilisés en optique ont une direction privilégiée qui correspond à la direction de croissance et sont isotropes dans les deux autres directions
- Un indice extraordinaire ε_e, n_e et deux indices ordinaires ε_o, n_o:

$$\begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon_o & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_o & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_e \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix} \qquad n = \sqrt{\varepsilon_r}$$

- La propagation selon les axes donne un indice ordinaire ou extraordinaire
- Pour une autre direction de propagation, on observe un indice intermédiaire entre n_o et n_e :



Olivier J.F. Martin

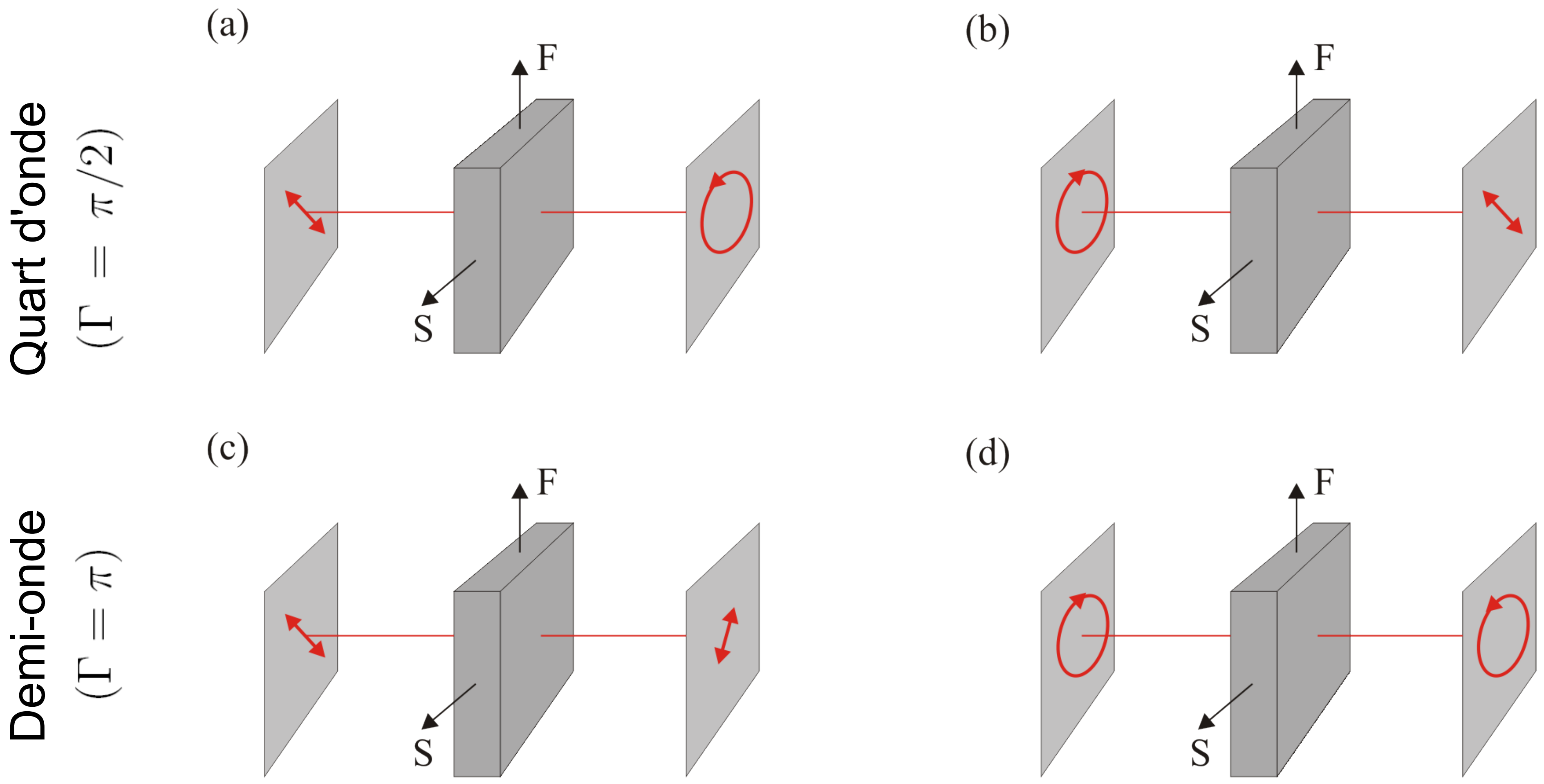
Ingénierie optique

Semaine 7 – partie 4

Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie

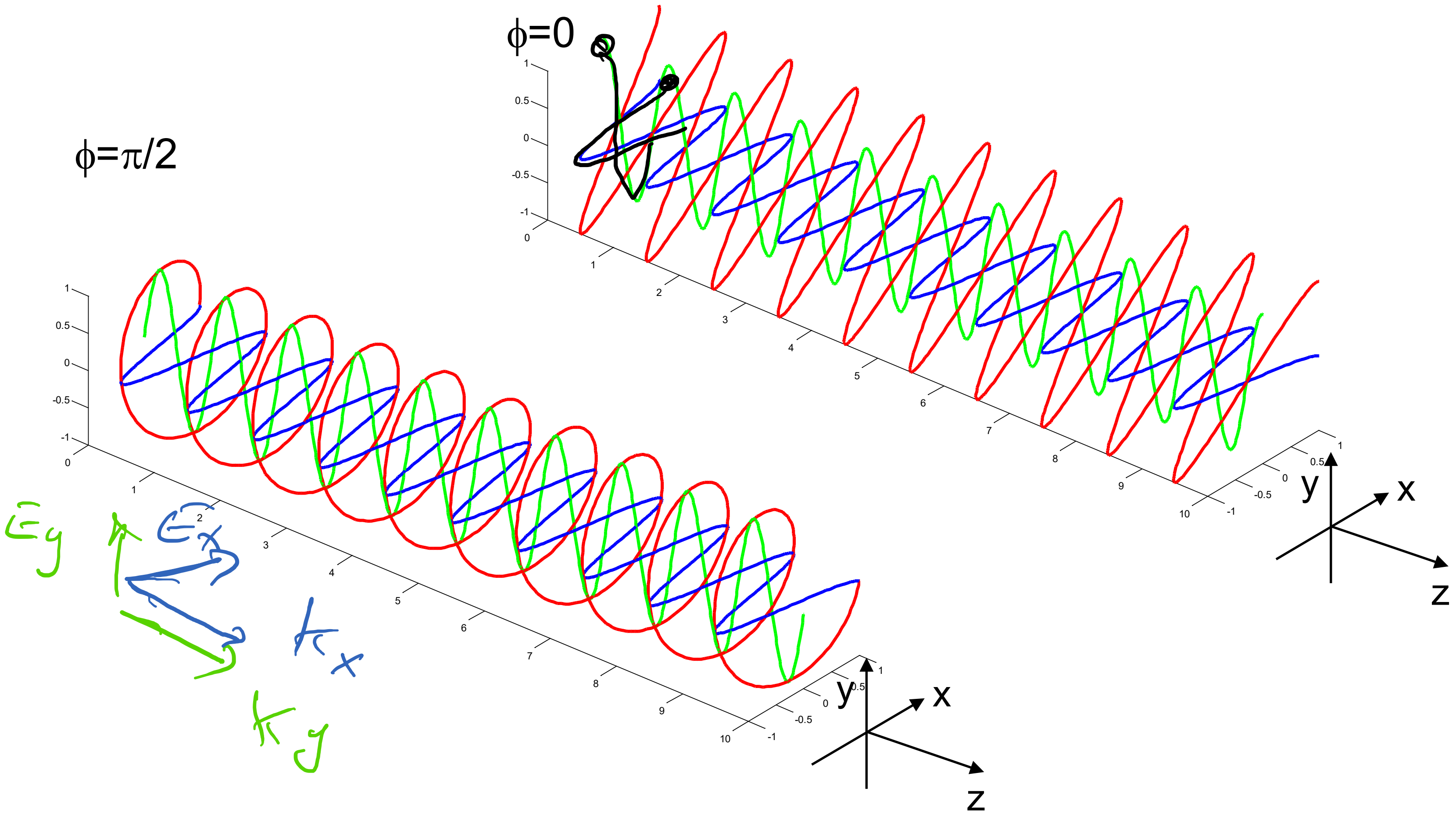
EPFL

Retardateurs – Lame quart d'onde et demi-onde



Polarisation – Matériau isotrope

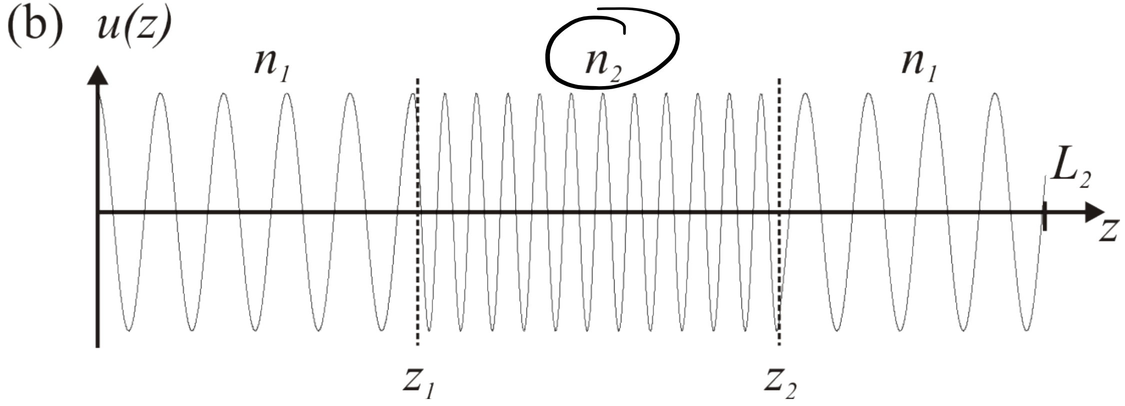
- La différence de phase ϕ entre les composantes transverses du champ électrique détermine la polarisation
- ϕ reste constant, la polarisation ne change pas dans un matériau isotrope



Olivier J.F. Martin

Rappel: accumulation de la phase

- Comme la longueur d'onde dépend du milieu, la phase accumulée dépend aussi du milieu:
  - plus rapide lorsque n est grand
  - plus lente lorsque n est petit

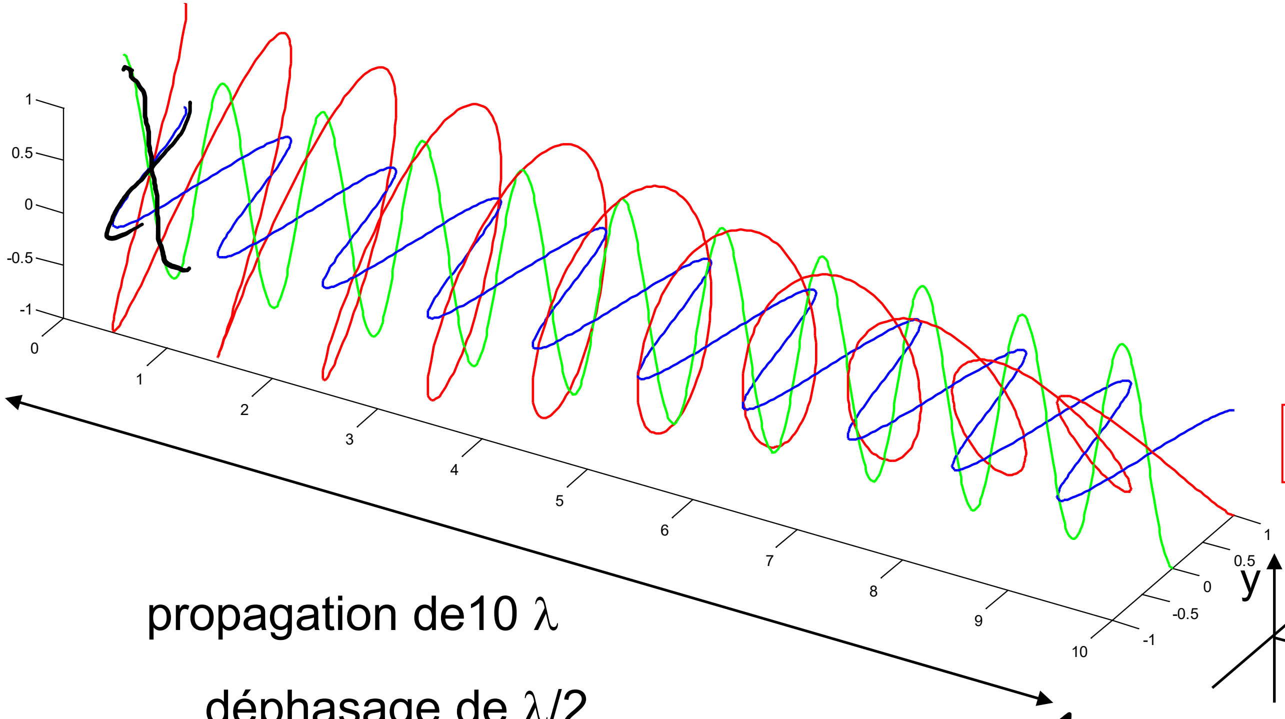


- Dans un cristal, la phase accumulée va dépendre de la polarisation et peut être différente pour chacune des composantes du champ électrique!
- La phase accumulée sur une distance d s'obtient à partir du vecteur de propagation:

$$\phi = kd = nk_0 d = \frac{2\pi}{\lambda} d = n \frac{2\pi}{\lambda_0} d$$

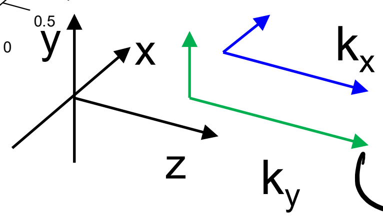
Polarisation – Matériau <u>anisotrope</u>

- La différence de phase entre les deux composantes transverses change, si chaque composante se déplace avec un autre vecteur de propagation



$$k = nk_0$$

$\boxed{k_y = 1.05\, k_x}$



$k_x = k_0 n_x$

$k_y = k_0 n_y$

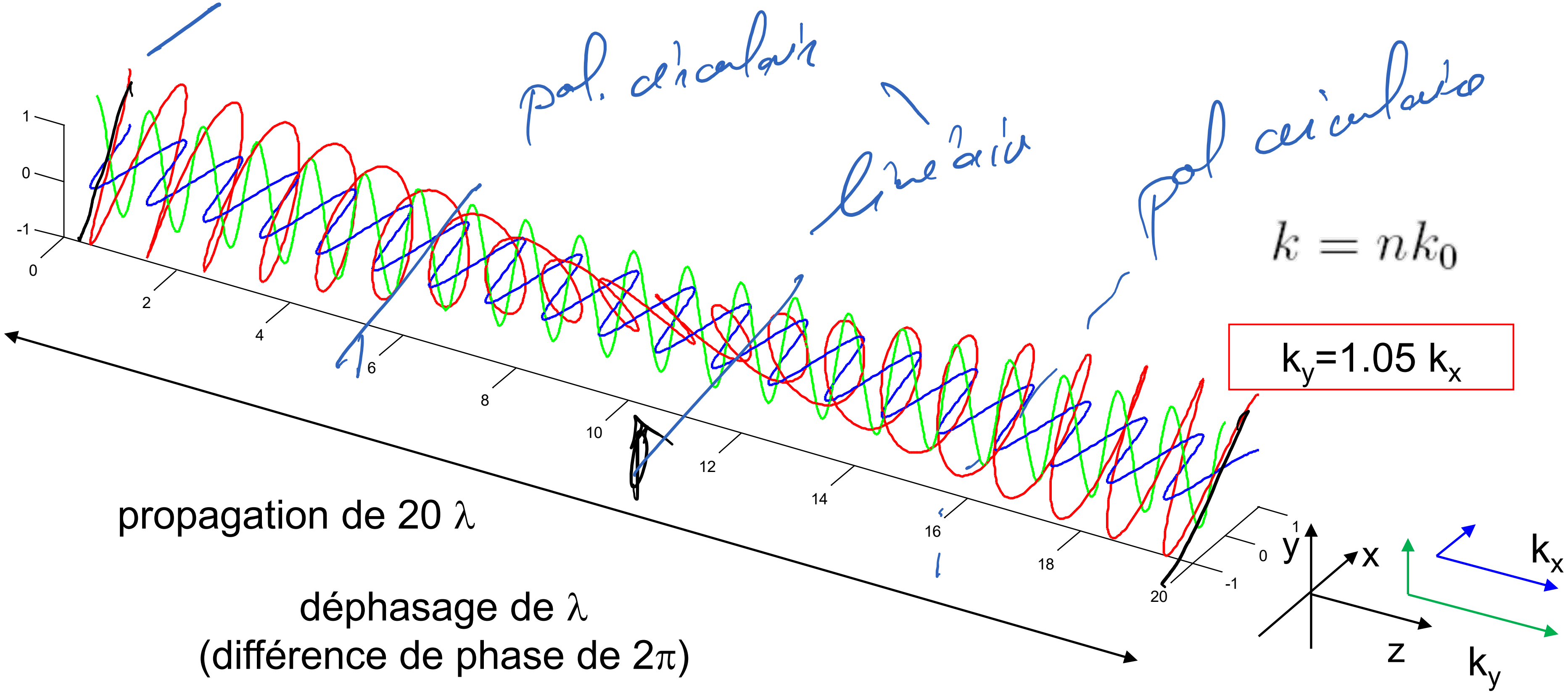
propagation de10 λ

déphasage de $\lambda/2$
(différence de phase de π)

Olivier J.F. Martin

Polarisation – Matériau anisotrope

- Plus on propage loin, plus le déphasage augmente…
- … mais son effet demeure périodique (période 2π)



$$k = nk_0$$

k_y=1.05 k_x

propagation de 20 λ

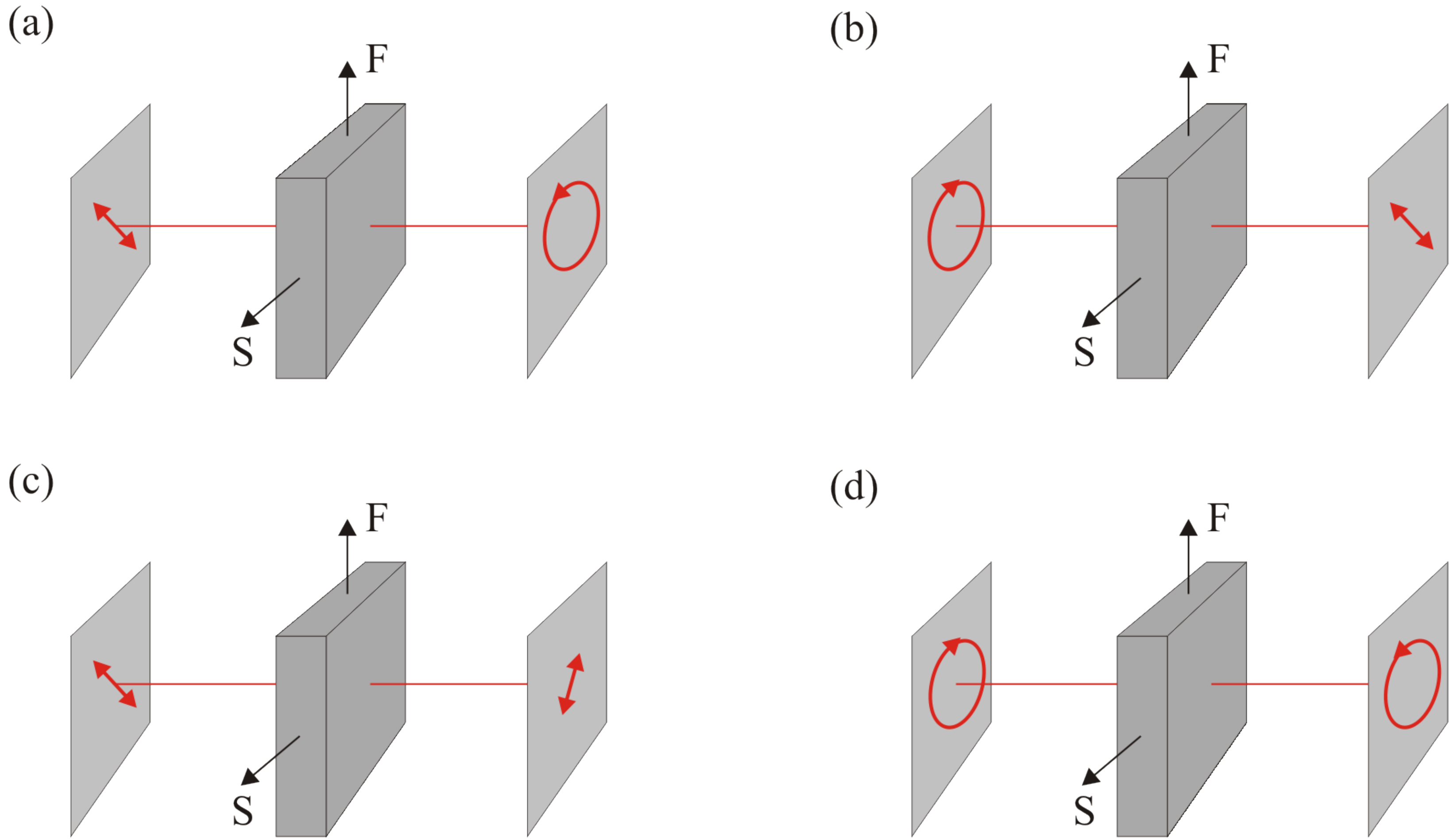
déphasage de λ
(différence de phase de 2π)

Retardateurs – Lame quart d'onde et demi-onde

- Généralement on propage toujours selon un axe du cristal

Quart d'onde
($\Gamma = \pi/2$)

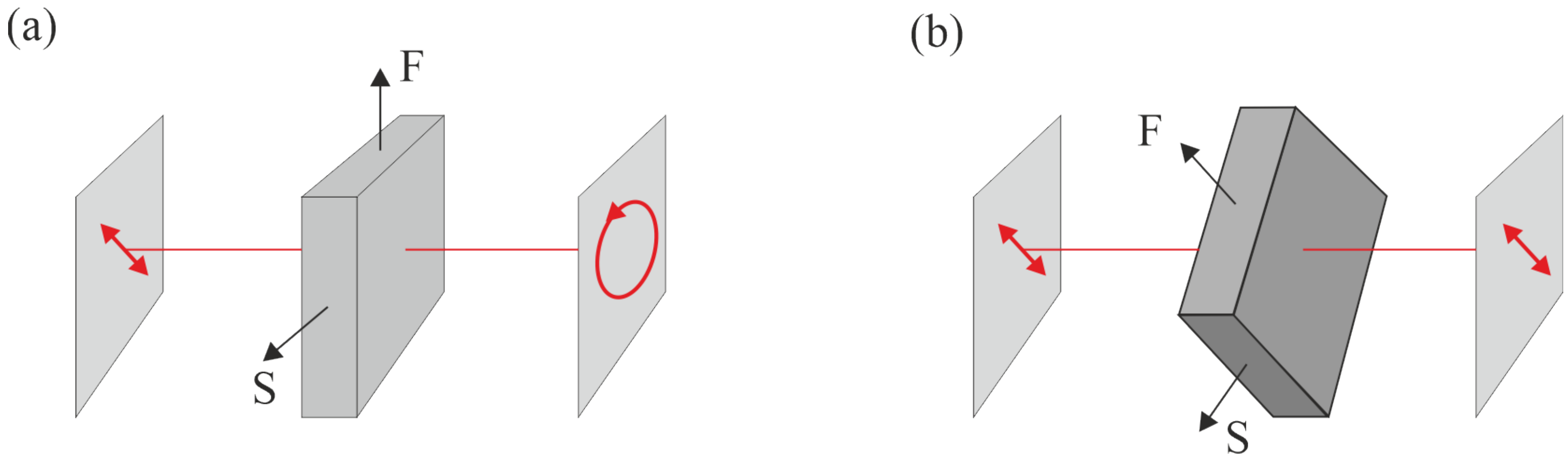
Demi-onde
($\Gamma = \pi$)



Retardateurs – Lame quart d'onde et demi-onde

- On ajuste la polarisation par rapport aux axes du cristal, sinon on ne voit pas l'effet sur la polarisation !

Quart d'onde ($\Gamma = \pi/2$)



Ingénierie optique

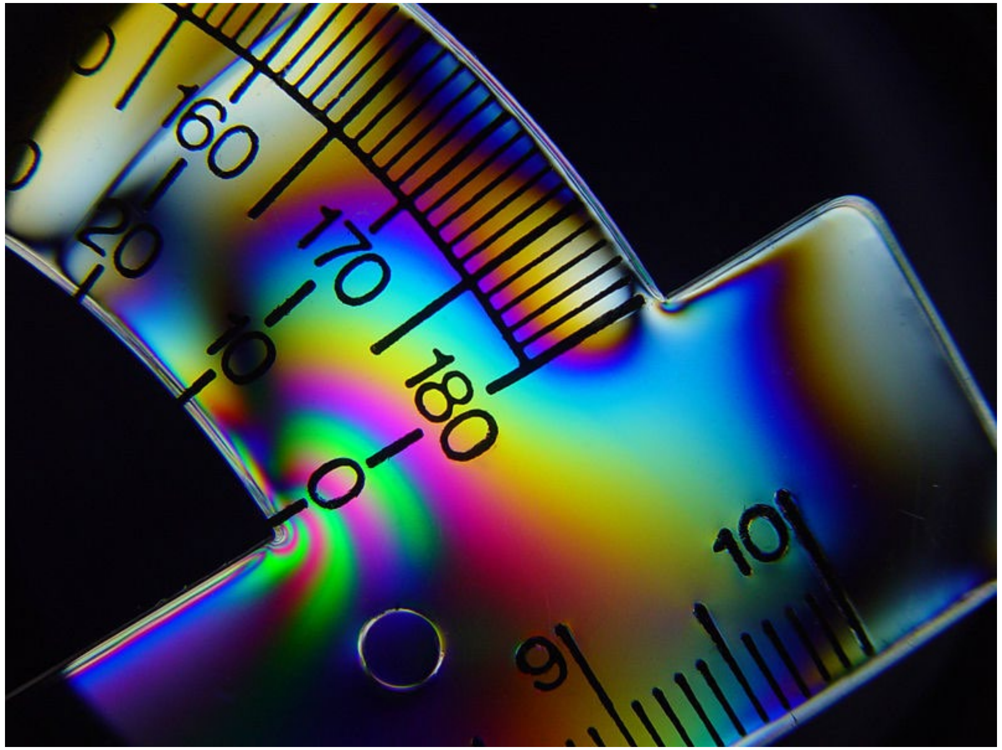
Semaine 7 – partie 5

Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie

EPFL

Photoélasticité

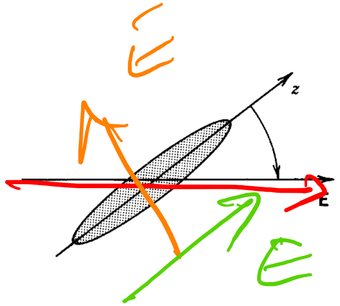
- Dans certains matériaux, un stress produit une anisotropie
- Les indices de réfraction sont différents selon les axes principaux du stress
- Le changement local d'indice dépend de l'amplitude du stress
- Cette méthode est particulièrement appropriée pour les objets plats (2D)



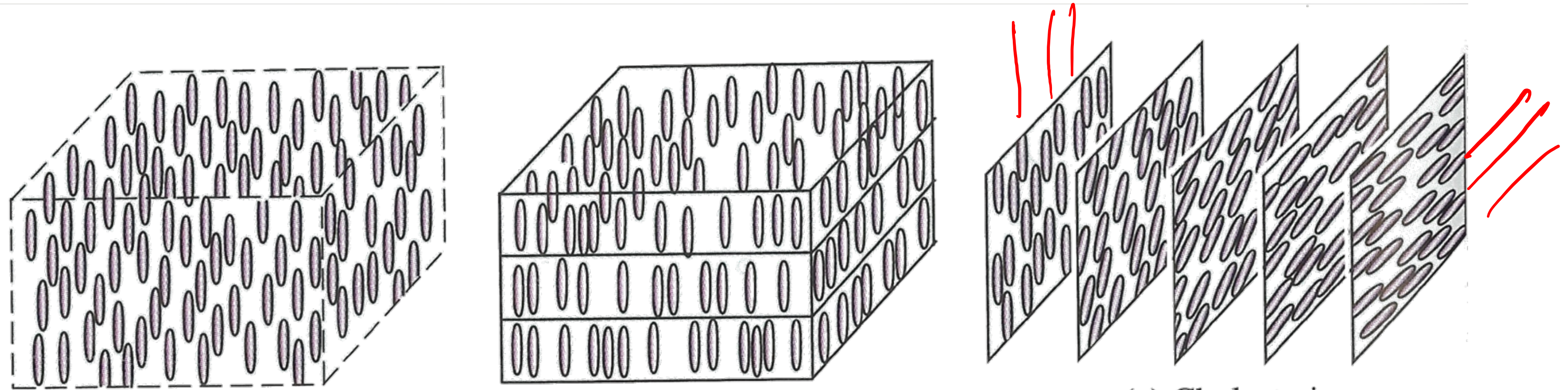
wikimedia

Cristaux liquides et biréfringence

- Longues molécules (quelques nm) qui présentent une permittivité anisotrope et peuvent s’aligner dans des directions spécifiques selon le champ électrique appliqué
- Il existe trois phases pour les cristaux liquides
  - Nématique: même orientation, position arbitraire
  - Smétique: même orientation, organisation en couches
  - Cholestérique: orientation hélicale le long d’un axe



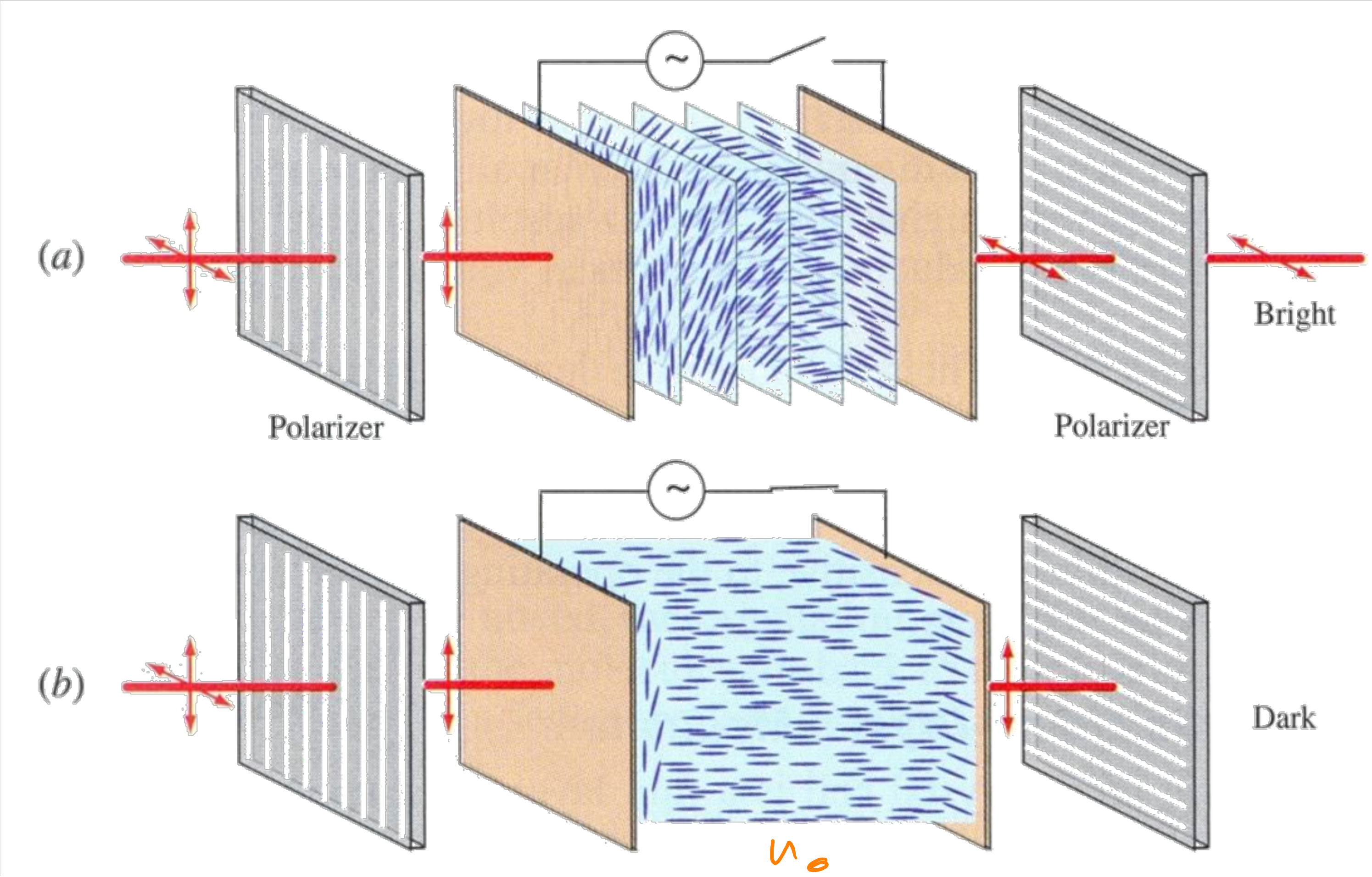
$$\begin{pmatrix} \epsilon_o & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_o & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_e \end{pmatrix}$$



(a) Nematic (b) Smectic (c) Cholesteric

Application comme modulateur de lumière

- En combinaison avec deux polariseurs croisés



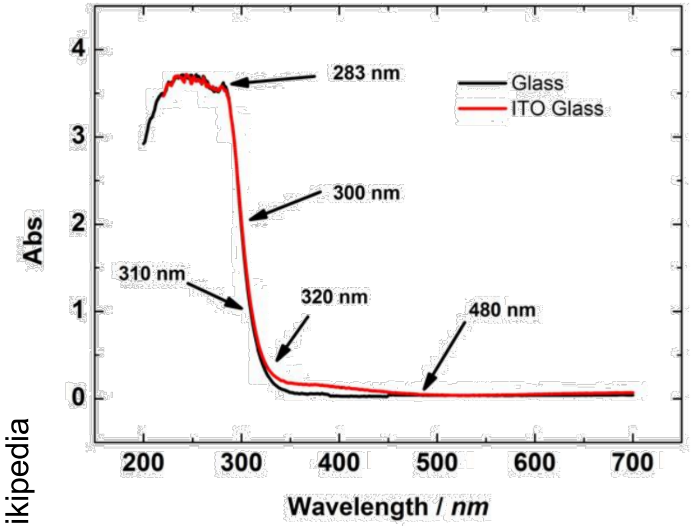
Twisted state

Untwisted state

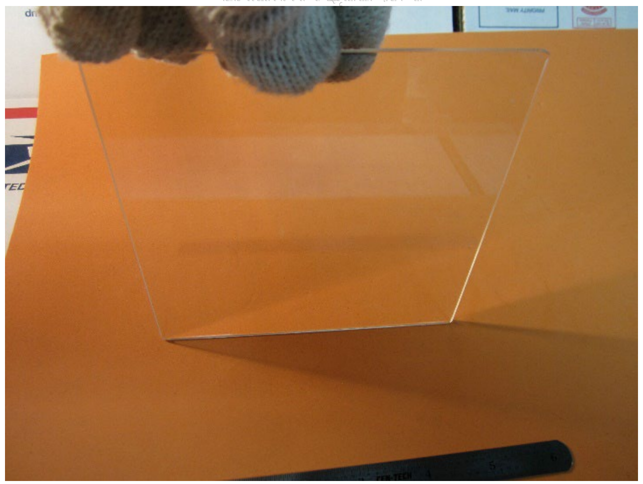
B.E.A. Saleh & M.C. Teich, <u>Fundamentals of photonics</u> (Wiley 1991)

ITO – Un composant essentiel pour tous ces dispositifs (et le photovoltaïque)

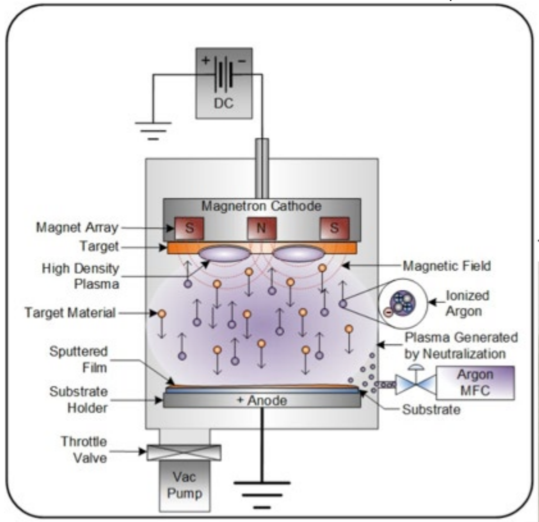
- Indium Tin Oxide (oxyde d'indium dopé à l'étain 90% In_2O_3 :10% SnO)
- Marché mondial ~2 Mrd US$
- Aussi transparent que le verre, très bon conducteur, peut se déposer à très large échelle

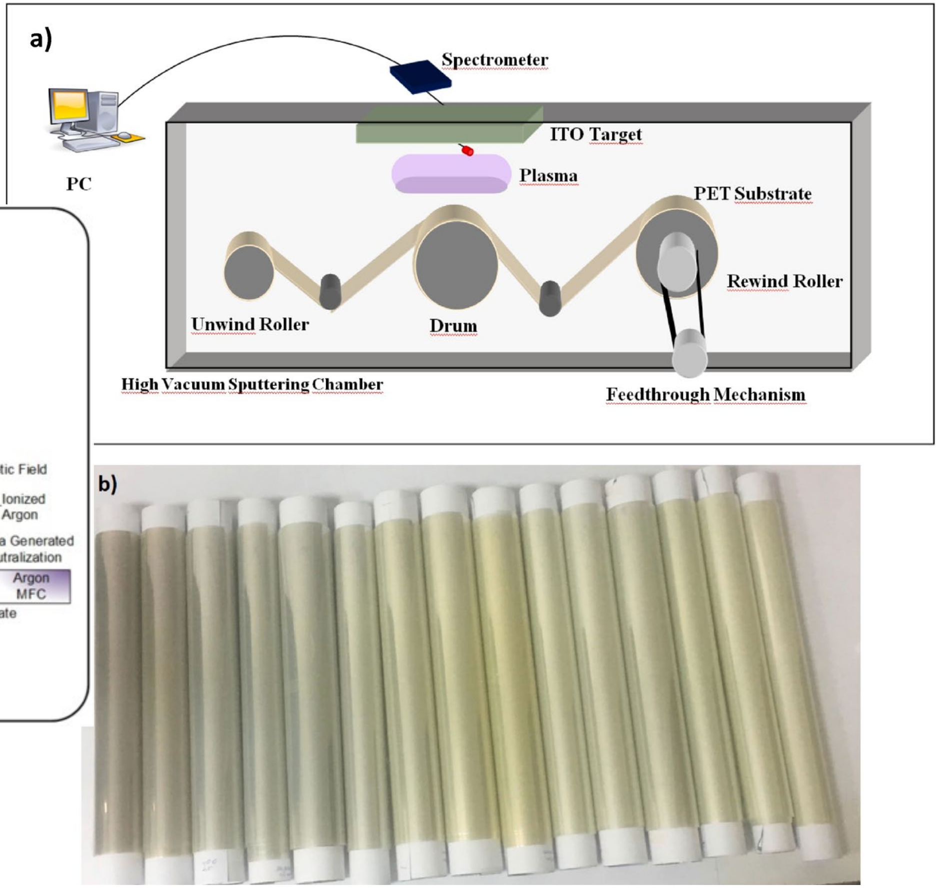


Wikipedia



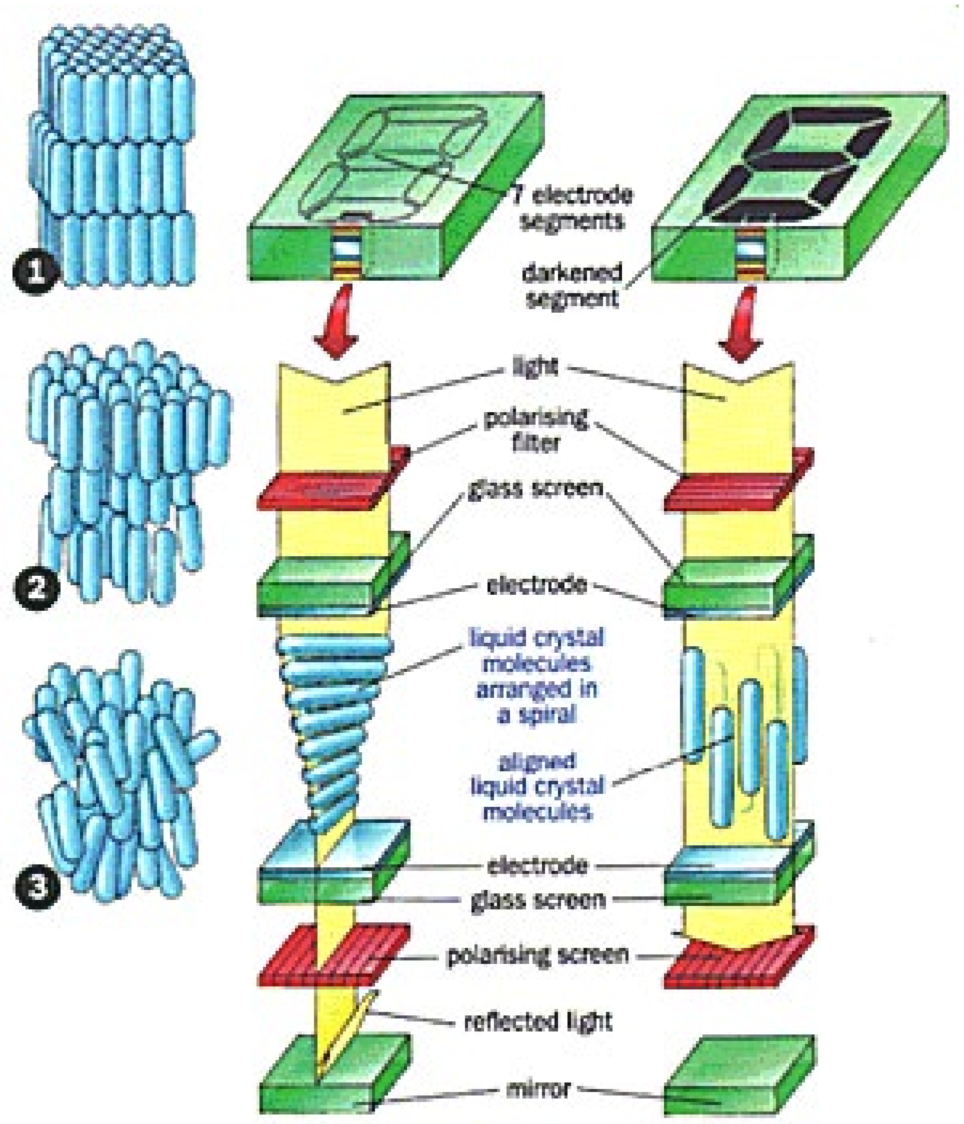
Magnetron sputtering



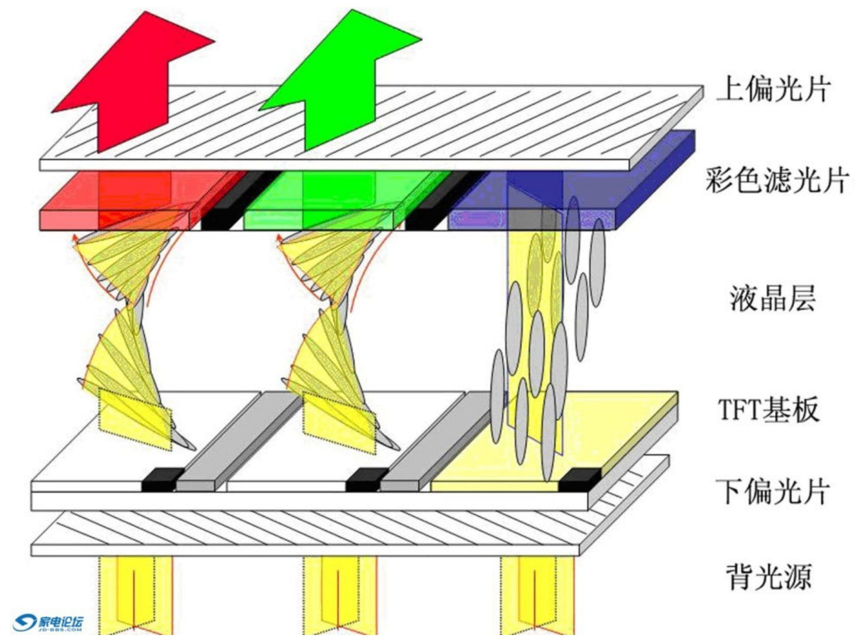


Y. Demirhan, Renewable Energy vo. 146, p. 1549 (2020)

Application comme display



wikipedia



jdbbs.com

Ingénierie optique

Semaine 7 – partie 6

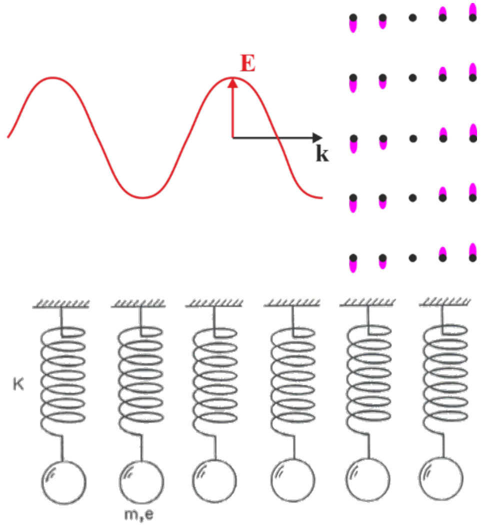
Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie

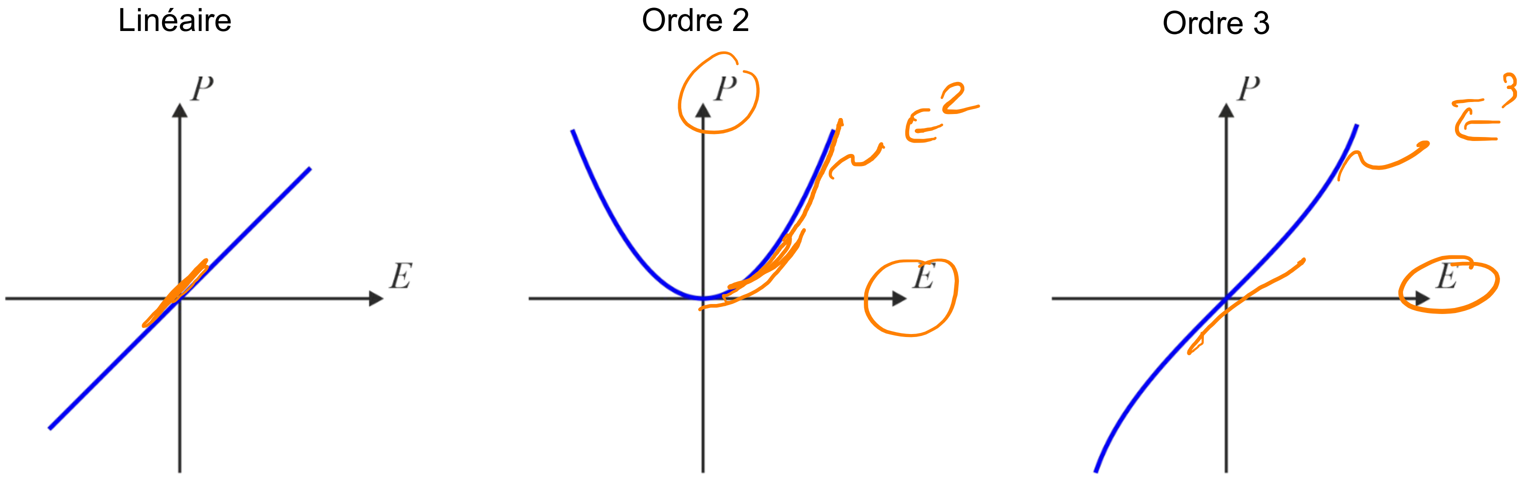
EPFL

Optique non-linéaire

$$\mathbf{D}(\mathbf{r},t)=\varepsilon_0\mathbf{E}(\mathbf{r},t)+\mathbf{P}(\mathbf{r},t)=\varepsilon_0\varepsilon_r\mathbf{E}(\mathbf{r},t)=\varepsilon_0\mathbf{E}(\mathbf{r},t)+\overbrace{\varepsilon_0\chi\mathbf{E}(\mathbf{r},t)}^{P}$$

- La réponse d’un matériau n’est linéaire que pour de très faibles champs appliqués
- Si l’intensité lumineuse incidente augmente, la réponse devient non-linéaire





- On peut considérer que l’on fait un développement limité en fonction du champ incident:

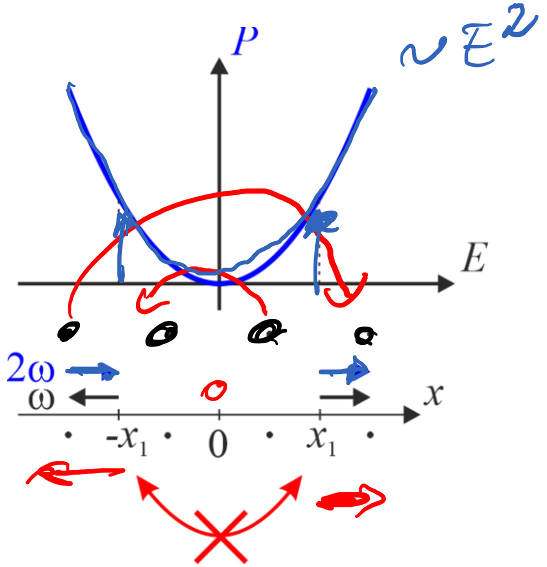
$$\mathbf{P}(\mathbf{r},t)=a_1\mathbf{E}(\mathbf{r},t)+\frac{1}{2}a_2\mathbf{E}^2(\mathbf{r},t)+\frac{1}{6}a_3\mathbf{E}^3(\mathbf{r},t)+\ldots=\varepsilon_0\left(\chi\mathbf{E}(\mathbf{r},t)+\chi^{(2)}\mathbf{E}^2(\mathbf{r},t)+\chi^{(3)}\mathbf{E}^3(\mathbf{r},t)+\ldots\right)$$

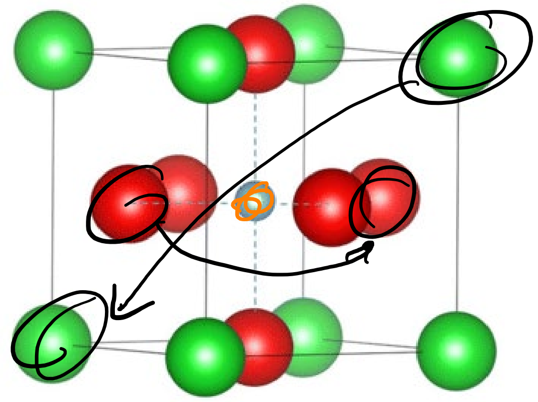
Optique non-linéaire

grand petit très petit

$$\mathbf{P}(\mathbf{r},t)=\varepsilon_0\left(\chi\mathbf{E}(\mathbf{r},t)+\chi^{(2)}\mathbf{E}^2(\mathbf{r},t)+\chi^{(3)}\mathbf{E}^3(\mathbf{r},t)+\ldots\right)$$

- Les réponses d'ordre 2 et 3 obéissent à des symétries différentes
- L'ordre 2 n'existe pas dans un cristal centrosymétrique:

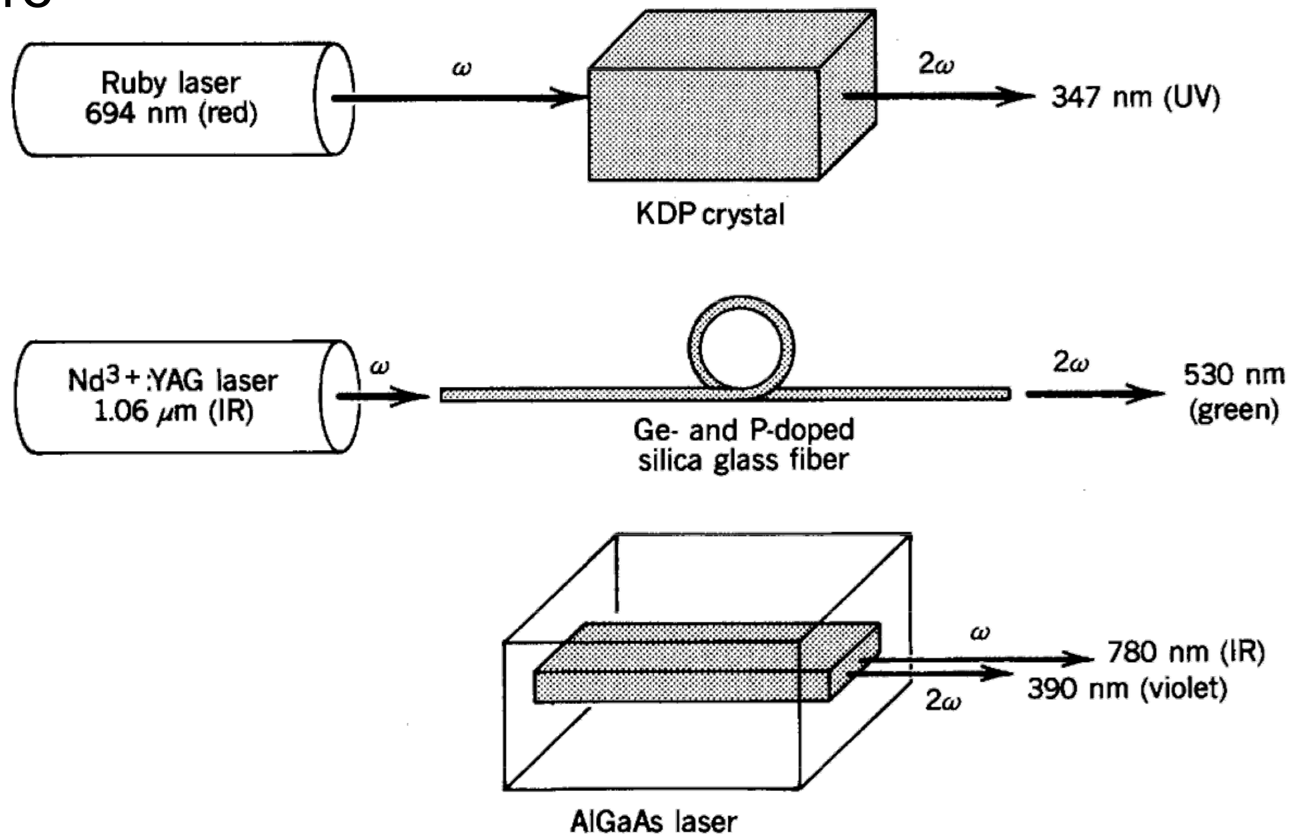


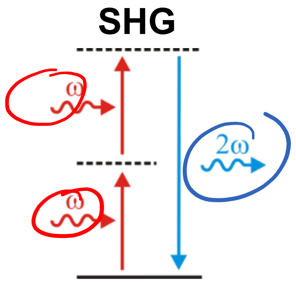


- Dans ce cas, seul l'ordre 3 existe
- Les susceptibilités non-linéaires sont très petites, et nécessitent un champ incident très fort

Génération de seconde harmonique (SHG)

- La génération de seconde harmonique nécessite un cristal avec une forte susceptibilité d'ordre 2 $\mathbf{P}^{(2)}(\mathbf{r},t) = \chi^{(2)}\mathbf{E}^2(\mathbf{r},t)$
- Seuls certains cristaux ou fibres, ou des matériaux organiques ont une telle susceptibilité non-linéaire
- KDP (KD_2PO_4)



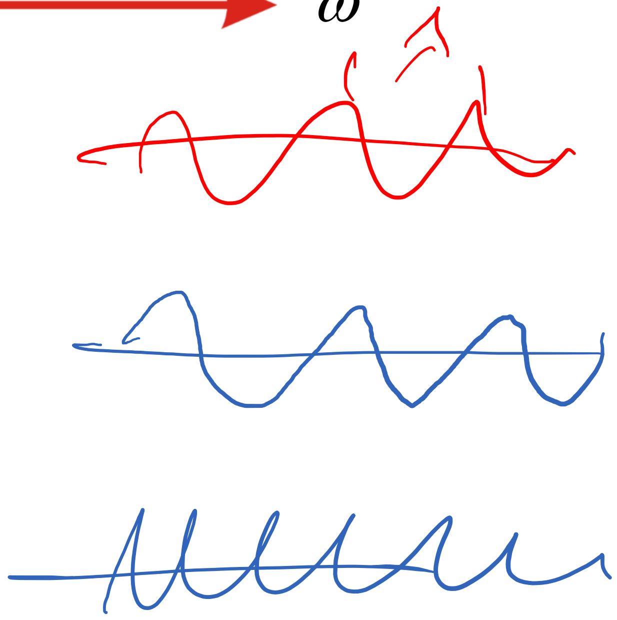


$\lambda = 1\,\mu m$ $\lambda = 500\,nm$

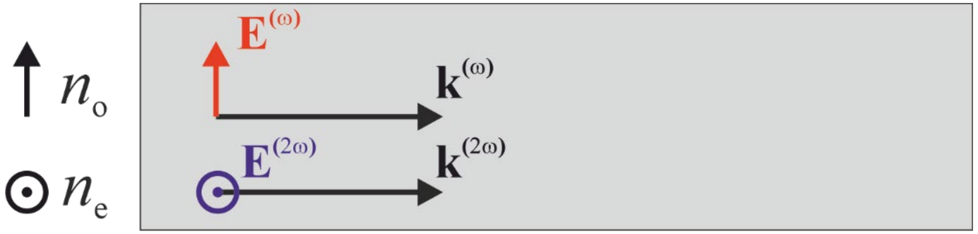
B.E.A. Saleh & M.C. Teich, Fundamentals of photonics (Wiley 1991)

Génération de seconde harmonique (SHG)

- La susceptibilité d'ordre 2 est généralement très faible, il faut des sources très puissantes: laser pulsés (puissance kW – MW, durée du pulse 100 fs – ns)
- Pour produire la seconde harmonique, on doit augmenter l'interaction dans le cristal → les ondes à ω et 2ω doivent avancer de concert…
- … mais leurs vecteurs de propagation sont différents!
- L'anisotropie du cristal peut résoudre ce problème:

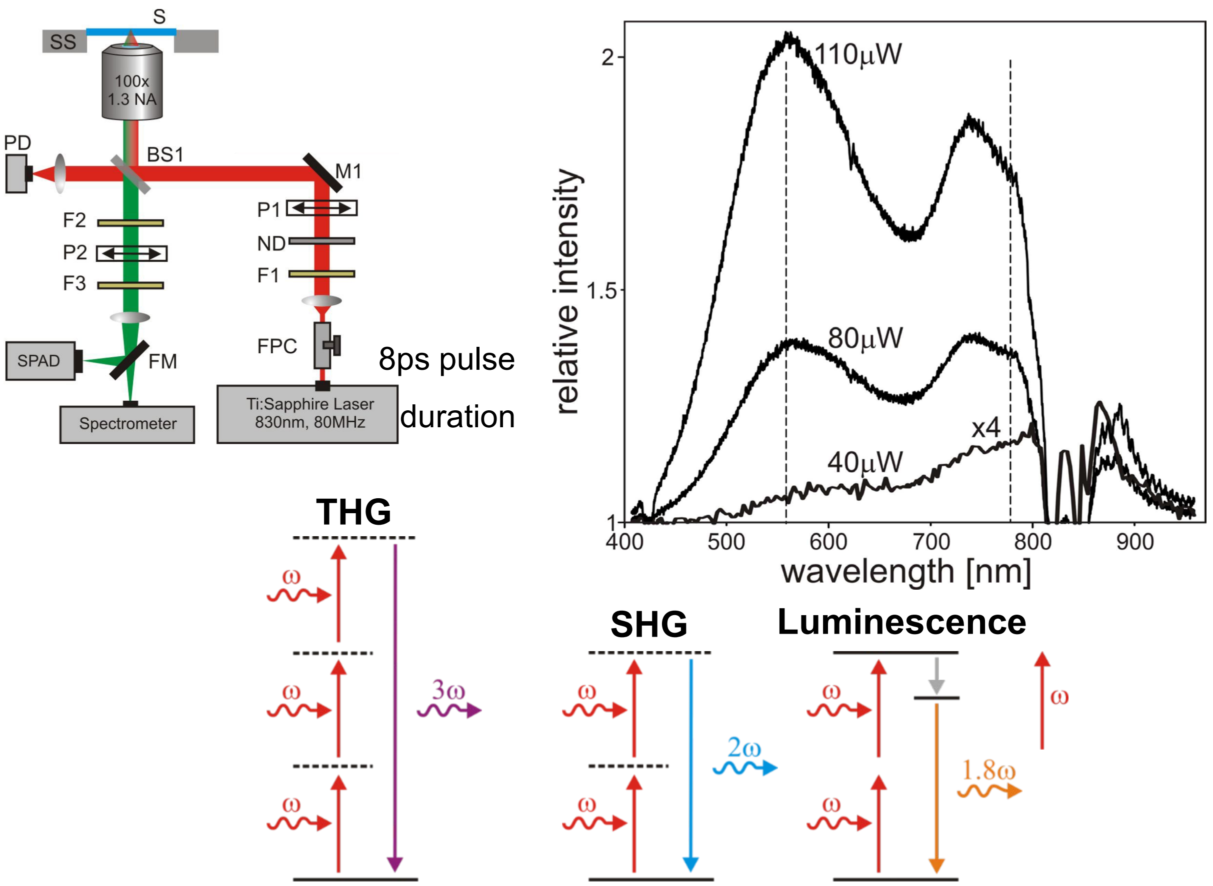


$$k^{(\omega)} = \frac{\omega}{c_0} n_o(\omega) \qquad k^{(2\omega)} = \frac{2\omega}{c_0} n_e(2\omega)$$



Optique nonlinéaire

- Un vaste chapitre de l'optique avec beaucoup de phénomènes cohérents (SHG), (THG) et incohérents



F. Mühlschlegel et al. Science vol. 308, p. 1607 (2005)

Olivier J.F. Martin