

Ingénierie optique

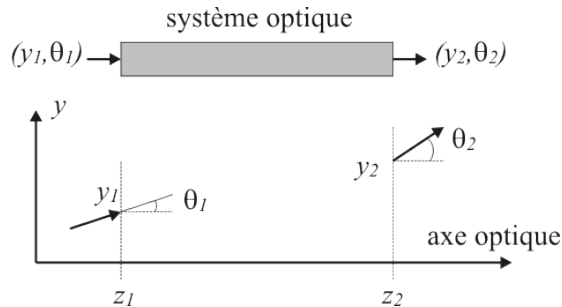
Semaine 2 – partie 1

Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie



Méthode matricielle ABCD

- On représente un système optique comme une "boîte noire" qui produit un rayon output pour un rayon input:



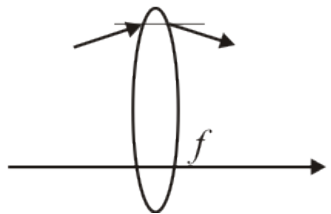
- On suppose une relation linéaire (optique paraxiale, $\sin \theta \simeq \theta$):

$$\begin{pmatrix} y_2 \\ \theta_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ \theta_1 \end{pmatrix} = \mathbf{M} \begin{pmatrix} y_1 \\ \theta_1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} y_2 &= Ay_1 + B\theta_1 \\ \theta_2 &= Cy_1 + D\theta_1 \end{aligned}$$

- Matrices les plus importantes:

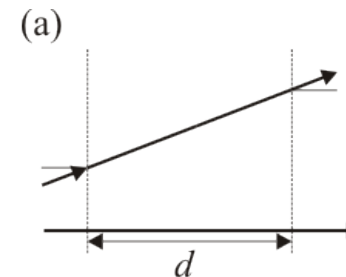
- Lentille



$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f} & 1 \end{pmatrix}$$

($f > 0$ pour une lentille convexe,
 $f < 0$ pour une lentille concave)

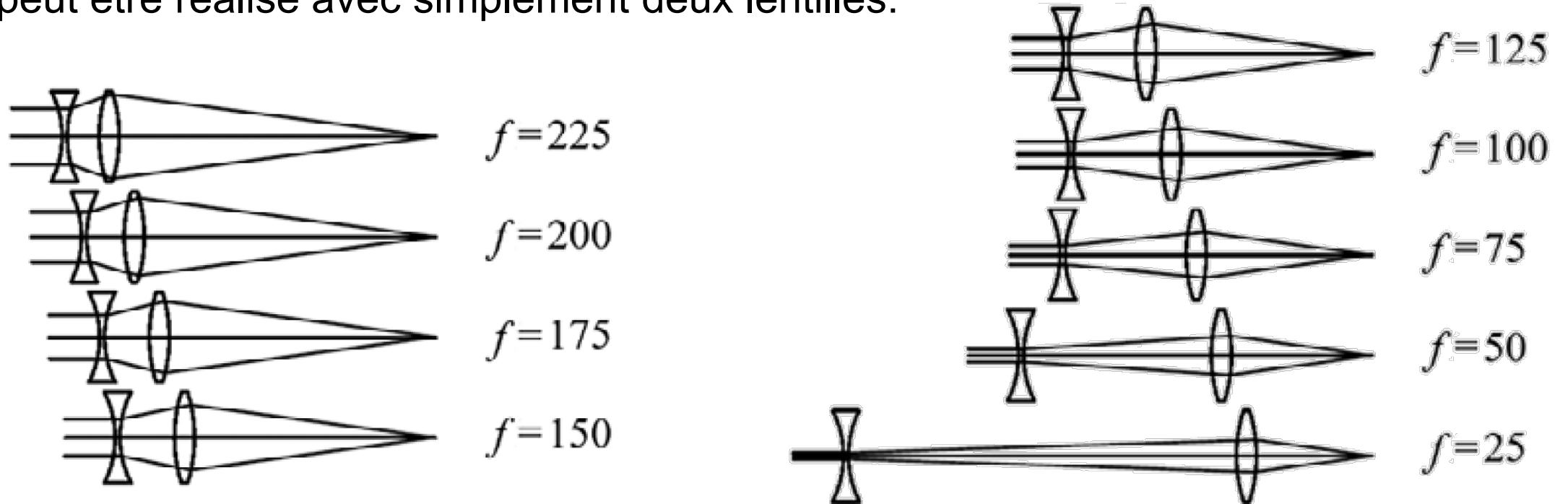
- Propagation



$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 1 & d \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Zoom

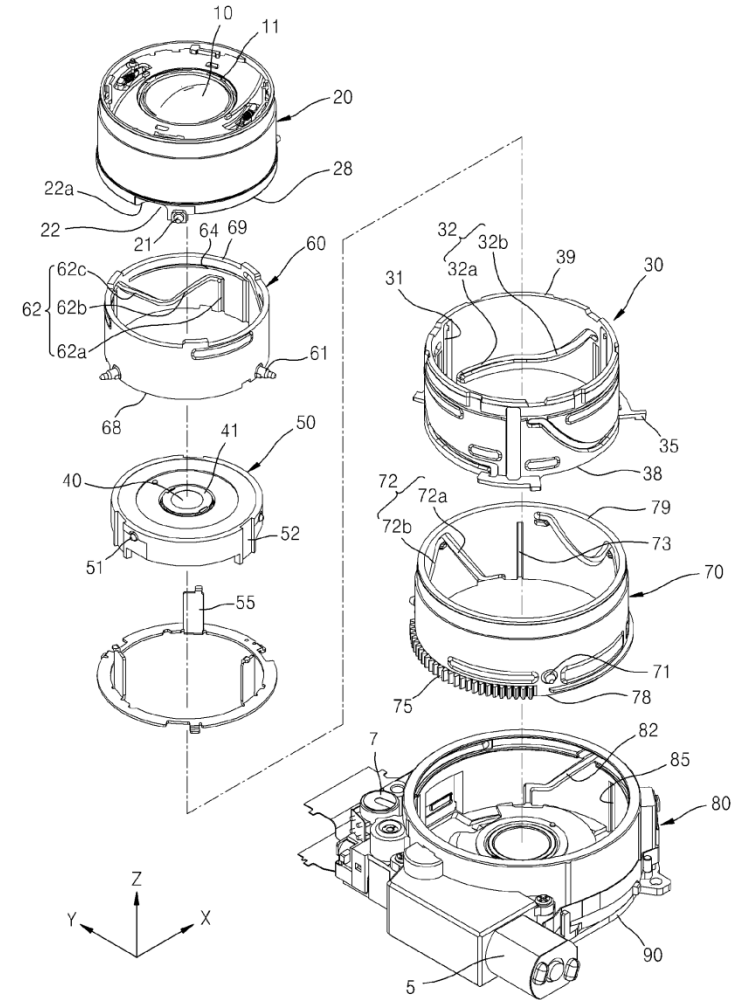
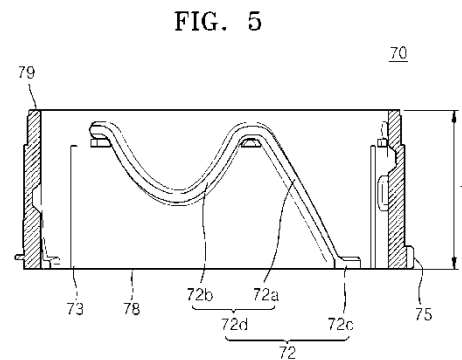
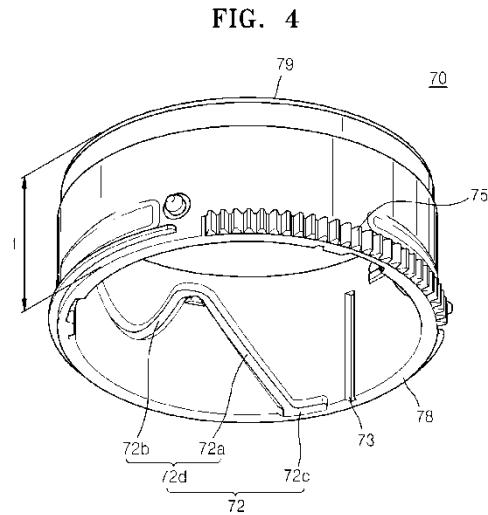
- Un zoom permet de ne "sélectionner" qu'une petite partie d'un objet
- Il peut être réalisé avec simplement deux lentilles:



- La distance focale du système varie avec le grossissement
- Le mouvement des lentilles est assez complexe

Zoom

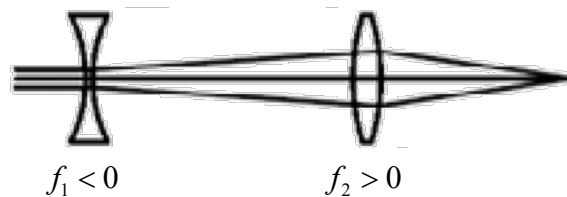
- Des systèmes mécaniques permettent de réaliser ce mouvement d'une lentille par rapport à l'autre



Zoom – Matrice ABCD

- Un zoom se résume à 4 matrices ABCD:

$$\mathbf{M}_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_1} & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{M}_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\frac{1}{f_2} & 1 \end{pmatrix}$$



$$\mathbf{M}_2 = \begin{pmatrix} 1 & d_1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \mathbf{M}_4 = \begin{pmatrix} 1 & d_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

- Matrice du système complet:

$$\mathbf{M} = \left(\mathbf{M}_4 \cdot \left(\mathbf{M}_3 \cdot \left(\mathbf{M}_2 \cdot \left(\mathbf{M}_1 \right) \right) \right) \right) = \begin{pmatrix} \frac{f_1 f_2 - f_2 d_1 + d_1 d_2 - f_2 d_2 - f_1 d_2}{f_1 f_2} & d_1 + d_2 - \frac{d_1 d_2}{f_2} \\ \frac{d_1 - f_1 - f_2}{f_1 f_2} & 1 - \frac{d_1}{f_2} \end{pmatrix}$$

Ingénierie optique

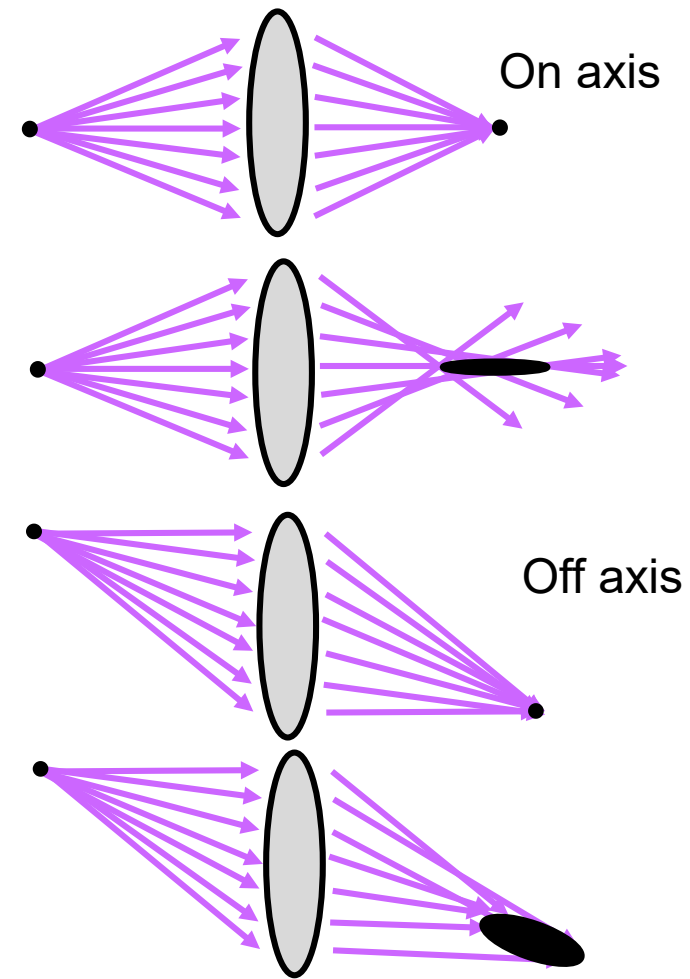
Semaine 2 – partie 2

Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie



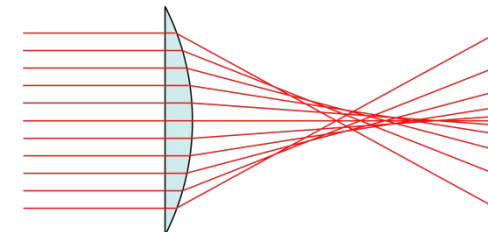
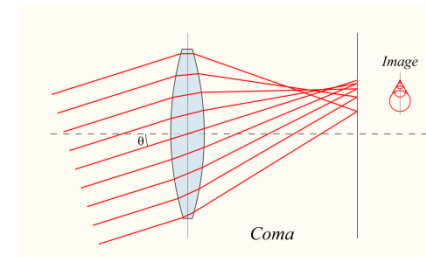
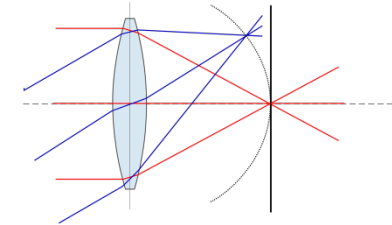
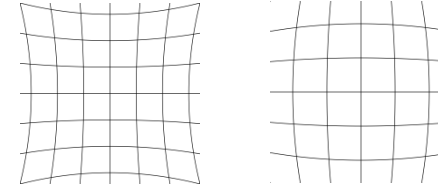
Aberrations

- Dans un système optique idéal, tous les rayons provenant d'un point dans le plan objet doivent converger sur un point dans le plan image et y former une image claire
- Dans la pratique, tous ces rayons ne convergent pas en un même point et donnent lieu à des aberrations
- On classe les aberrations en deux types, suivant qu'elles dépendent de la position dans le plan image (aberrations géométriques) ou de la longueur d'onde (aberrations chromatiques)
- Des TP's sont consacrés aux aberrations



Aberrations géométriques

- Distorsion: déformation quadratique du grossissement dans le plan image, les points sur l'image sont soit trop près, soit trop loin du centre
- Courbure du champ: causée par la forme de la lentille (les fronts d'onde sont sphériques)
- Coma: visible lorsque le grossissement de la lentille dépend de la position
- Aberrations sphériques: l'image apparaît floue, les rayons périphériques sont focalisés à une autre distance que ceux du centre



Wikimedia

Dispersion des matériaux

- L'indice de réfraction n représente comment un matériau réagit à la lumière incidente
- Il est donc déterminé par l'interaction entre la lumière (onde électromagnétique) et les constituants du matériau (atomes, molécules)
- Cette interaction dépend de la longueur d'onde considérée
→ dispersion (variation de l'indice de réfraction avec la longueur d'onde)
- Les propriétés de tout élément optique dépendent donc de la longueur d'onde à laquelle il est utilisé → aberrations chromatiques

Dispersion des matériaux

- Le site <http://refractiveindex.info> donne les indices de réfraction en fonction de la longueur d'onde pour un grand nombre de matériaux
- Attention: ces valeurs sont difficiles à mesurer et varient selon la source de référence (article, livre) que l'on utilise
- La variation de l'indice est généralement petite pour les matériaux diélectriques
- En général, l'indice de réfraction augmente lorsque la longueur d'onde diminue

Couleur	$\lambda[\mu\text{m}]$	$n(\lambda)$
bleu	0.475	1.5232
vert	0.510	1.5208
rouge	0.650	1.5145

- L'indice de réfraction est en général complexe $\tilde{n} = n + j\kappa$, la partie imaginaire décrit les pertes dans le matériau (coefficient d'extinction)

Dispersion des matériaux

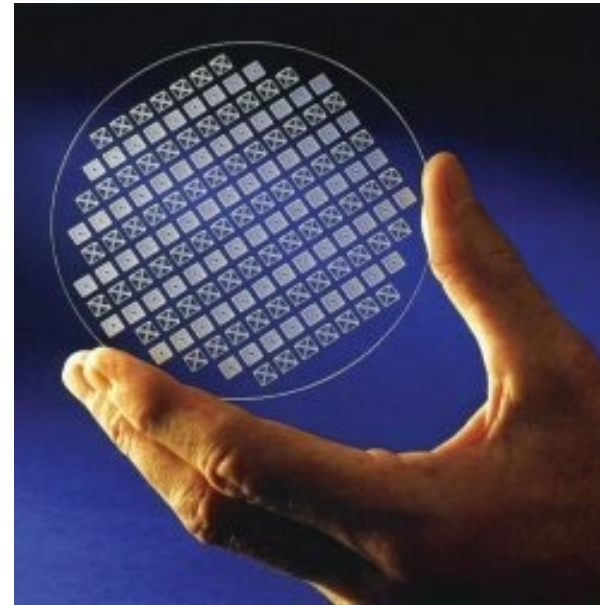
- Un matériau a une apparence très différente suivant la longueur d'onde à laquelle on l'observe

Wafer de silicium:

dans le visible

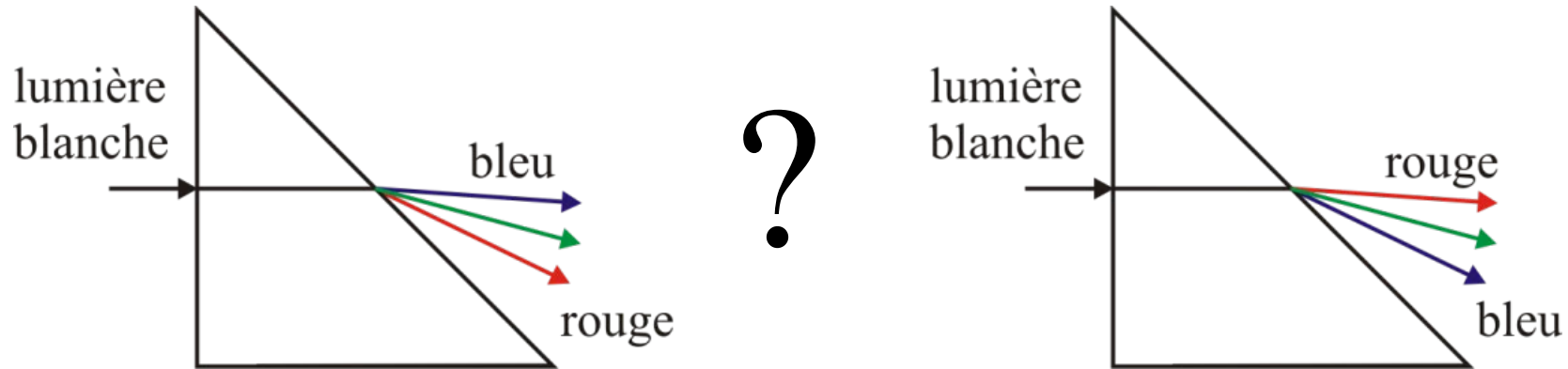


dans l'infrarouge

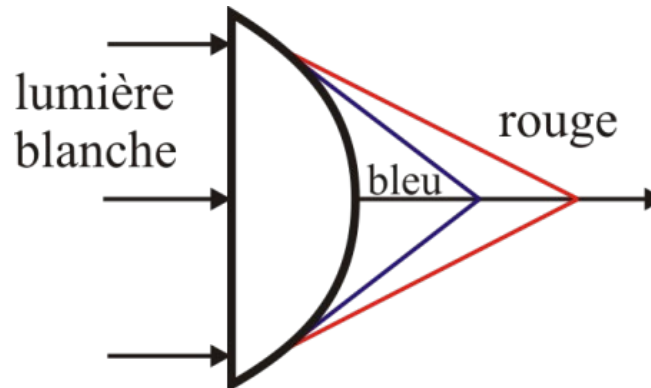


Aberrations chromatiques

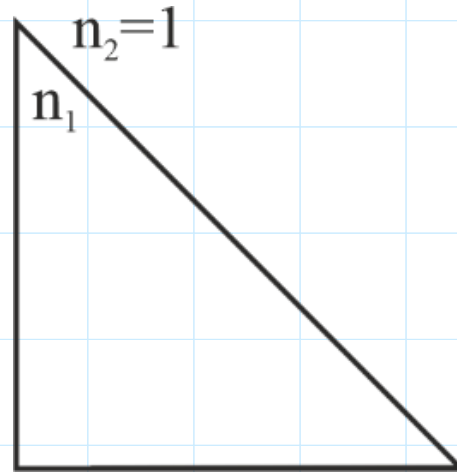
- Exemple typique: dispersion de la lumière dans un prisme



- Gros inconvénient pour la réalisation de systèmes qui doivent avoir les mêmes propriétés optiques à toutes les longueurs d'onde (achromates)



$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$



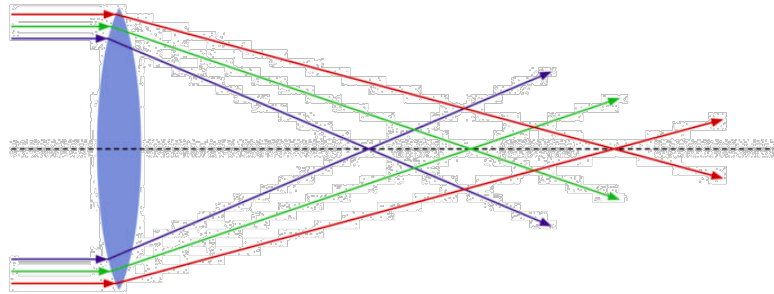
Aberrations chromatiques

- Exemple d'aberrations chromatiques (pour pouvoir mieux les visualiser, il faut observer à travers la périphérie de l'optique)

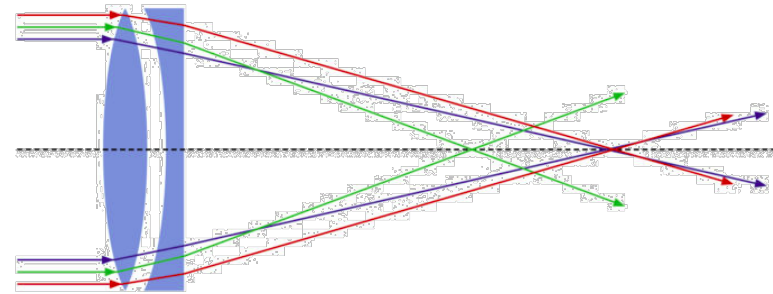


Achromates

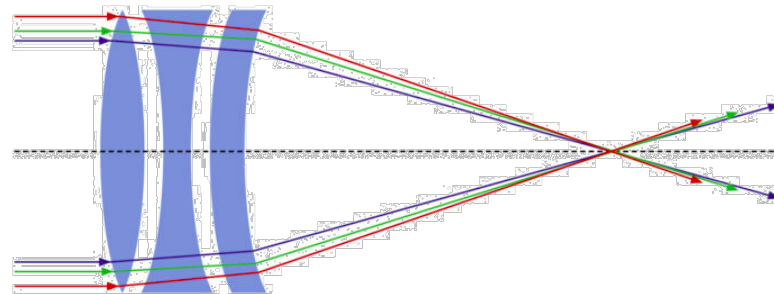
- En combinant une série de lentilles (généralement convergentes/divergentes), on peut compenser les aberrations chromatiques



single lens



achromat

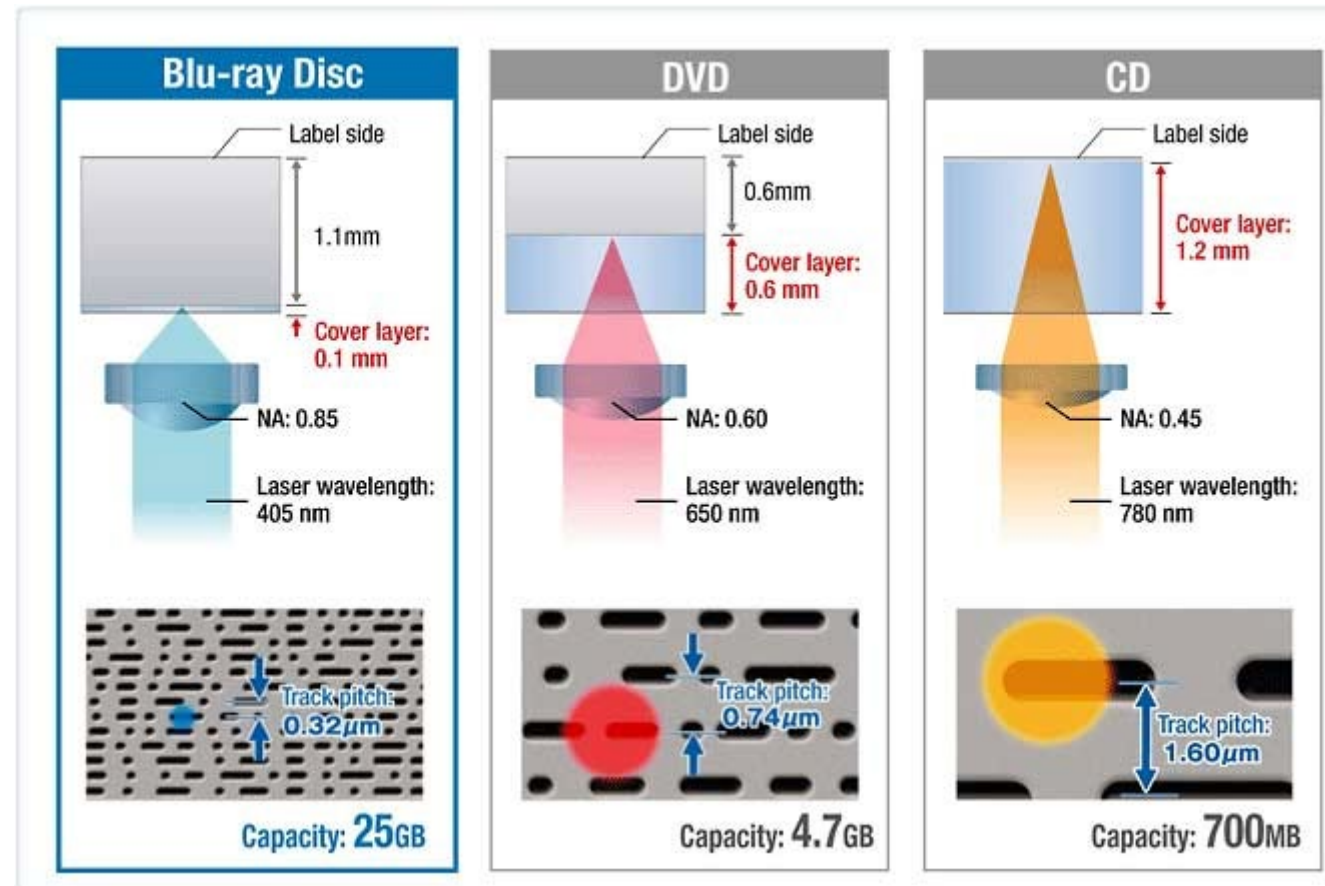


apochromat

Zeiss

Aberrations chromatiques

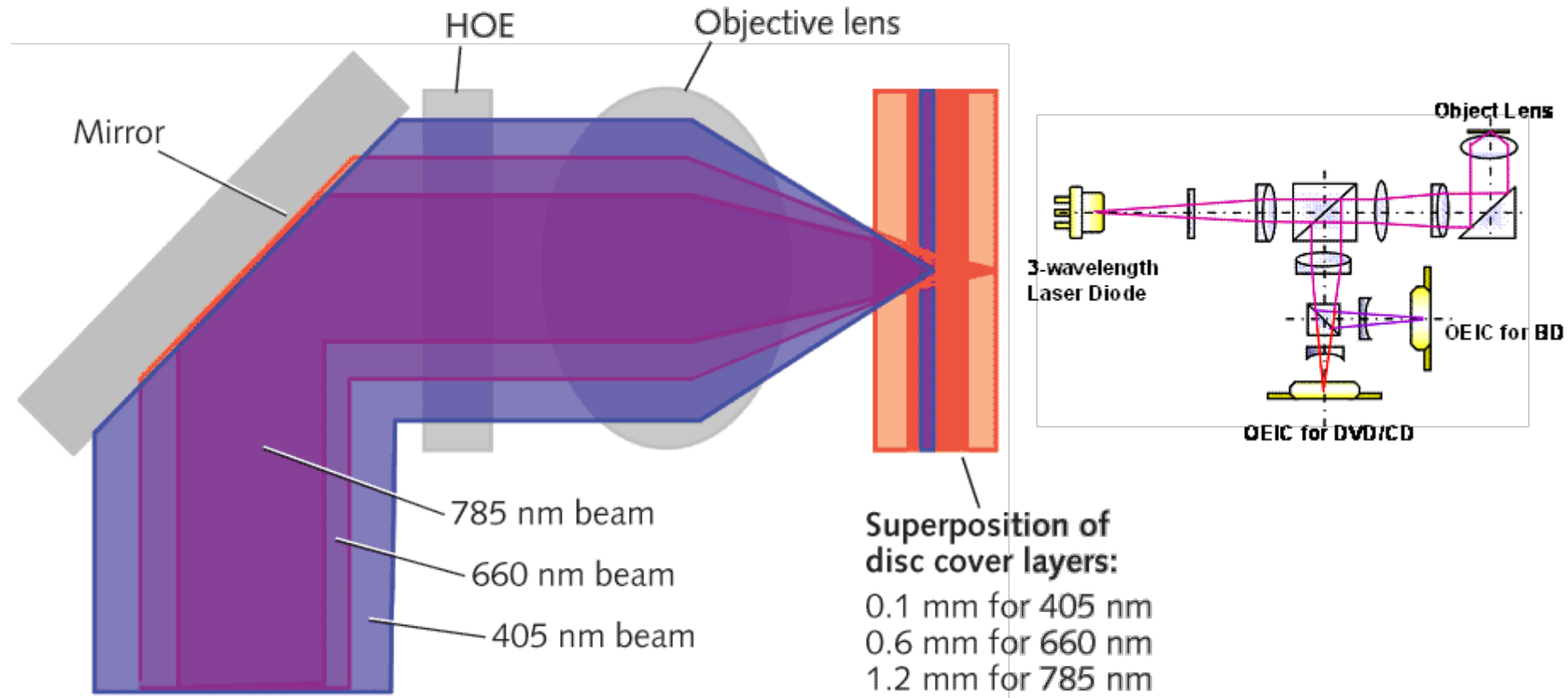
- La densité d'information augmente lorsque λ diminue



www.holoeye.com

Aberrations chromatiques

- Système Blu-ray (compatibilité avec DVD & CD)
- Une lentille holographique (HOE) permet de corriger les aberrations aux trois longueurs d'onde:



Ingénierie optique

Semaine 2 – partie 3

Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie



Optique diffractive et optique binaire

- C'est la surface d'une lentille qui crée son effet optique, pas son volume
- On peut donc enlever du volume
- La finesse de la discrétisation du profil détermine la qualité de l'approximation

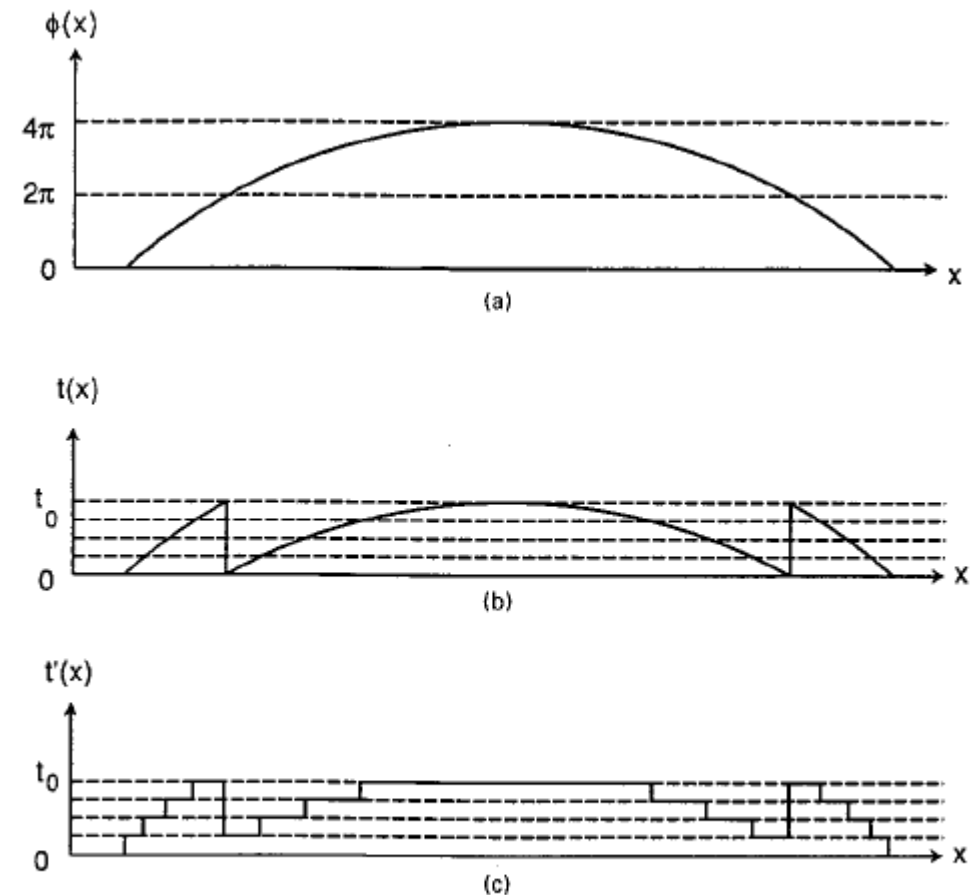
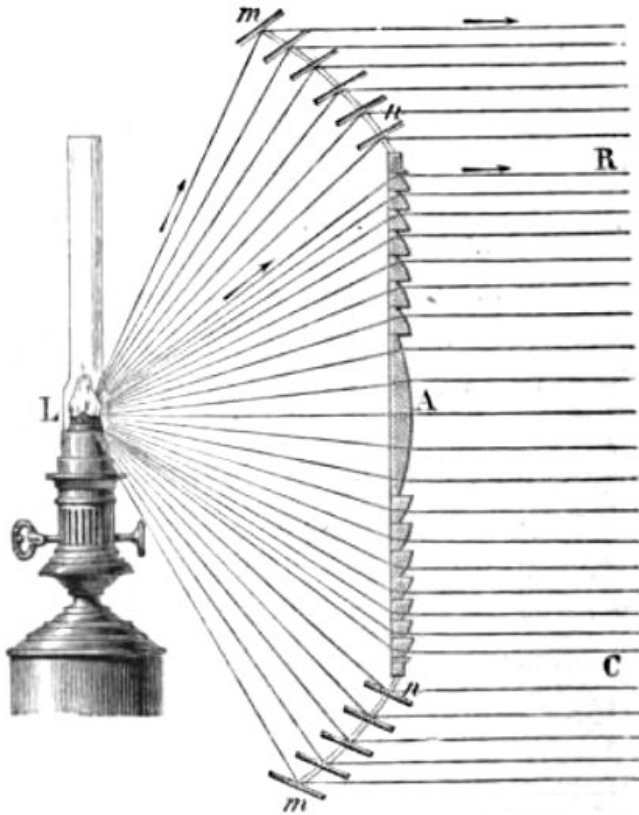


FIGURE 10 Translation from $\phi(x, y)$ to micromachined surface: (a) phase $\phi(x, y)$; (b) thickness $t(x, y)$; (c) binary optics profile $t'(x, y)$.

Micro-optique et optique diffractive

- Les phares maritimes utilisent des lentilles de Fresnel depuis la fin du 18^{ème} siècle
- Gain de poids évident et facilité de fabrication

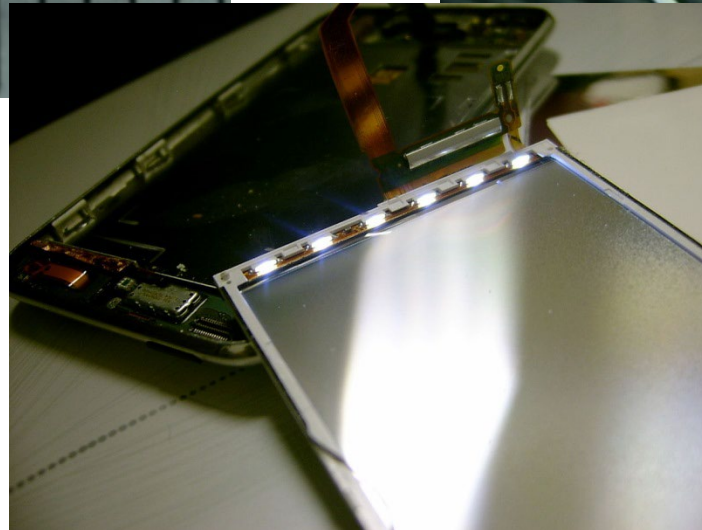
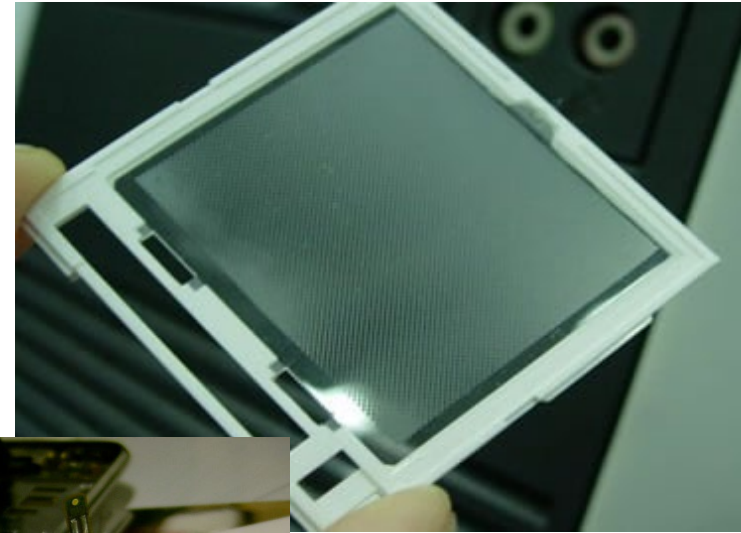
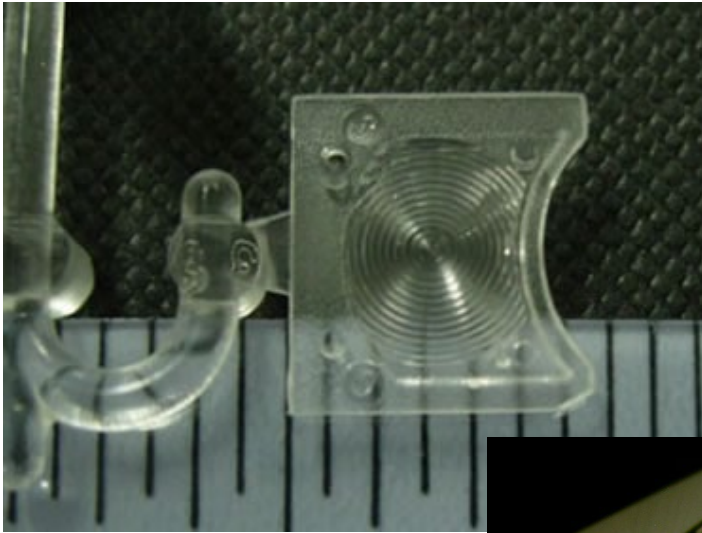


www.spie.org



Micro-optique et optique diffractive

- Lentille de Fresnel pour une lampe de poche LEDs (micro-injection molding)
- Surfaces diffusant la lumière pour un écran d'ordinateur



Fabrication par reflow thermique

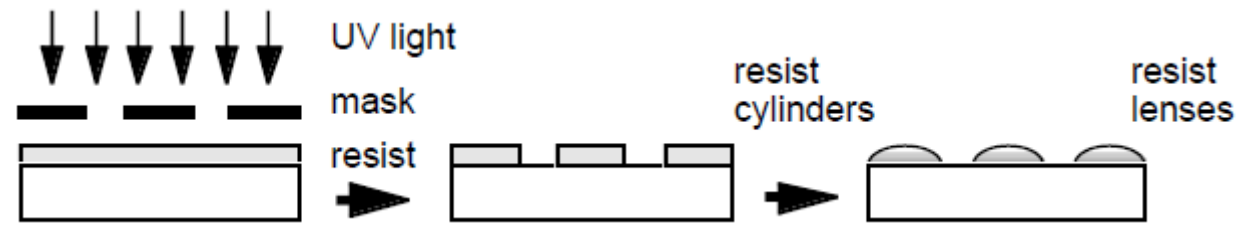


Figure 2. Fabrication of refractive microlenses by the reflow or resist-melting method. (a) Photolithography; (b) developing and (c) melting of the resist structure.

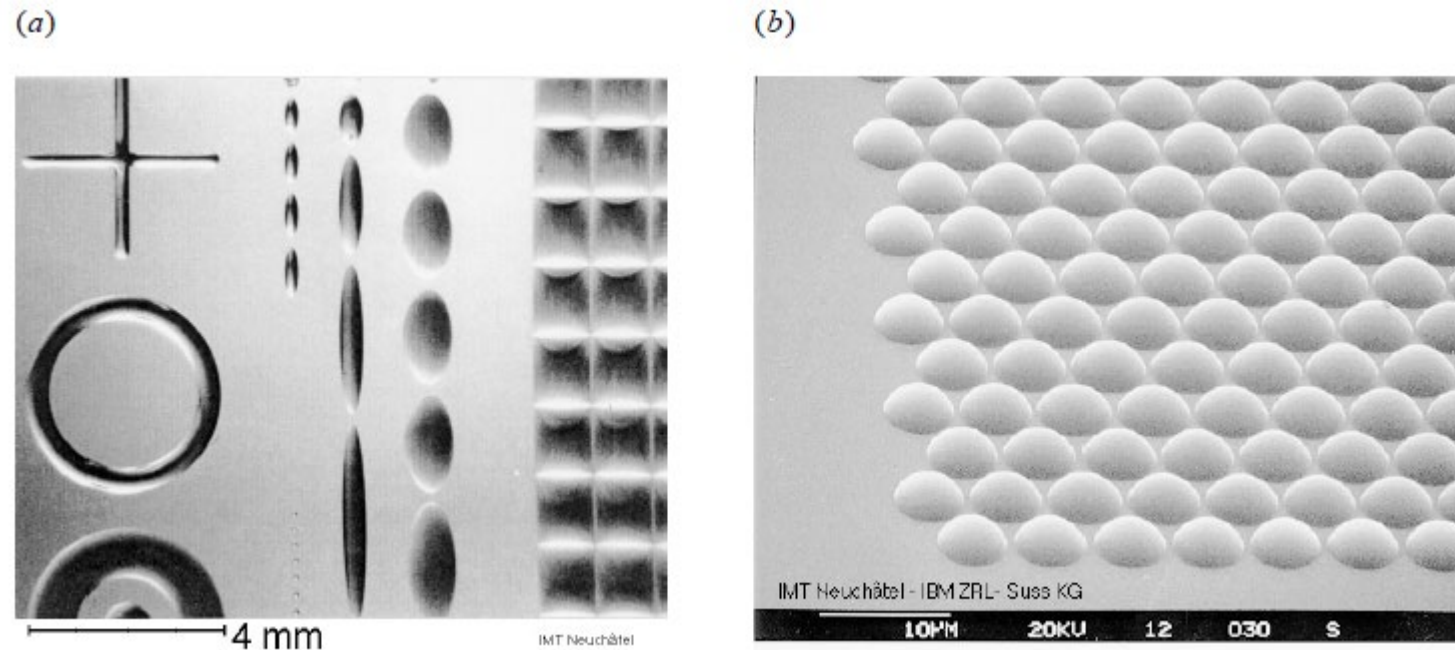


Figure 3. Microlens arrays fabricated by the reflow method. (a) Elliptical, rectangular and ring lenses and (b) an SEM picture of very small microlenses ($\varnothing \approx 5 \mu\text{m}$, hexagonal densely packed).

Transfert dans un autre matériau (reactive ion etching)

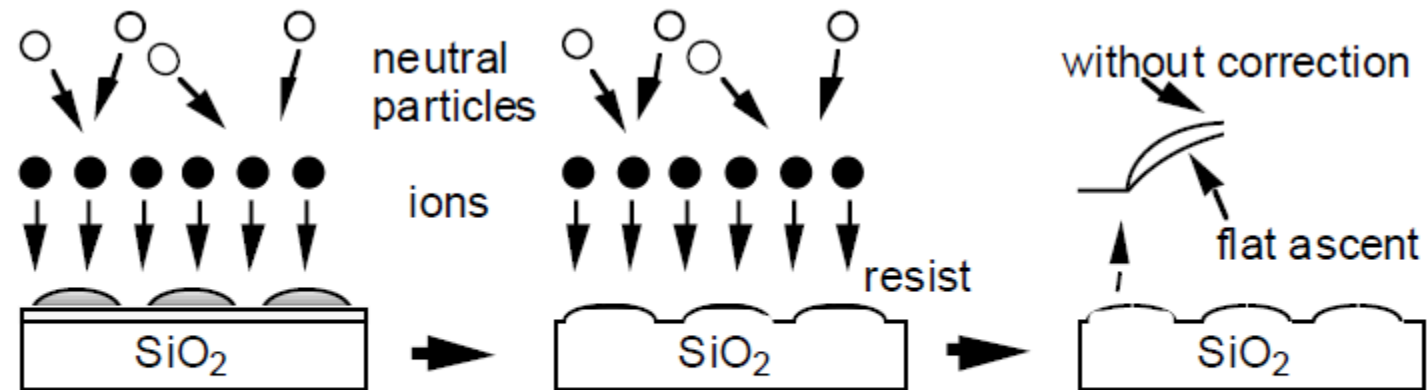
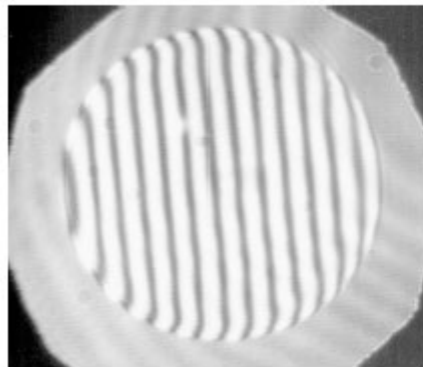
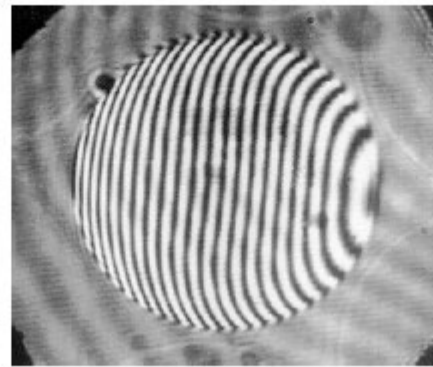


Figure 5. Scheme of the RIE transfer process of resist microlenses in fused silica. A correction of the lens slope is obtained by changing the etch rate between the resist and fused silica during the etching process.

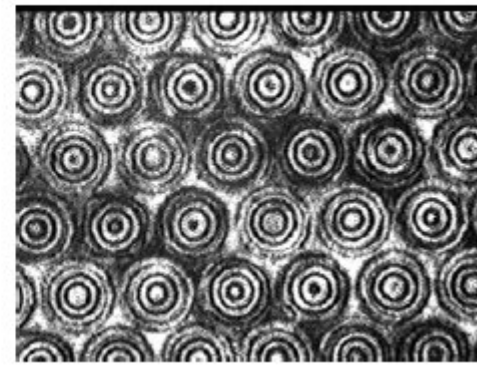
(a) Resist microlens



(b) After etching in fused silica



(c) Uniformity test



Electrowetting lenses

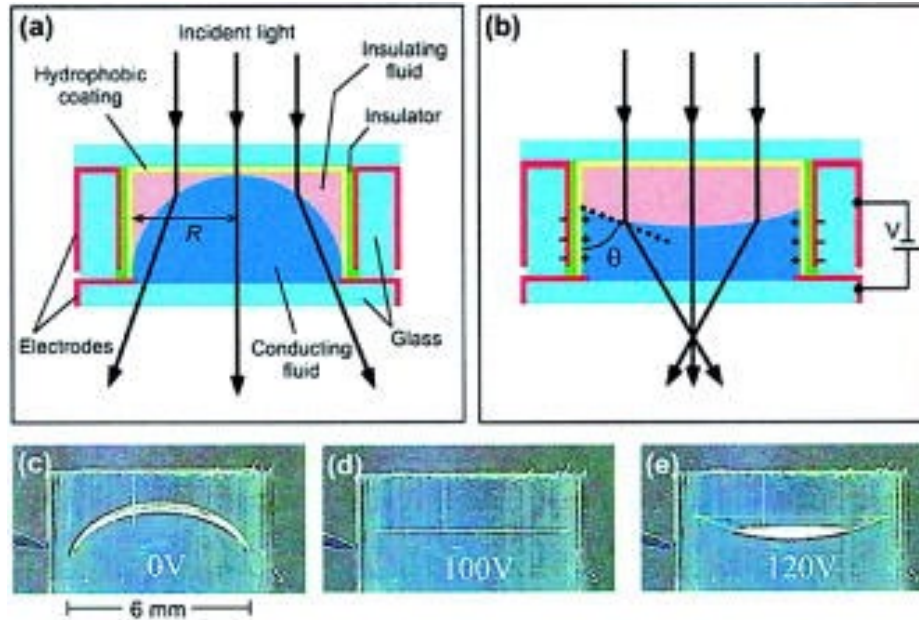
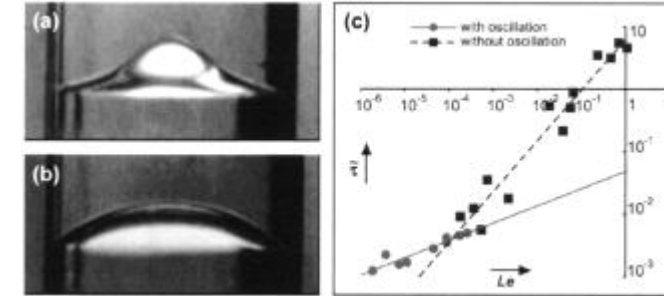
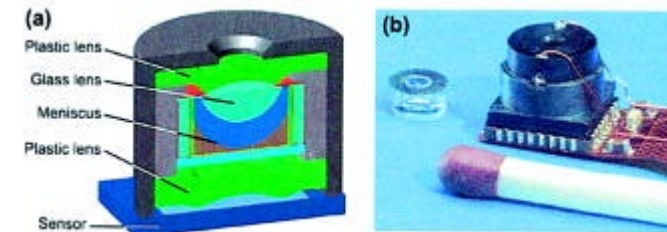


FIG. 1. (Color) (a) Schematic cross section of a liquid-based variable lens in a cylindrical glass housing. The transparent electrodes are formed of 50-nm-indium tin oxide, the insulator is a 3- μm -parlylene- N layer, and the 10-nm-hydrophobic top coating is a dipcoated fluoropolymer (AF1600, supplied by Dupont). The top and bottom glass plates are glued onto the glass cylinder with epoxy glue. (b) When a voltage is applied, charges accumulate in the wall electrode and opposite charges collect near the solid/liquid interface in the conducting liquid. The resulting electrostatic force effectively lowers the solid-liquid interfacial tension and with that the contact angle θ . (c)–(e) Video frames of a 6-mm-diameter lens taken at voltages of ~ 0 , 100, and 120 V.



Rapidité de changement de focus



Module complet de caméra

Ingénierie optique

Semaine 2 – partie 4

Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie



Optique ondulatoire

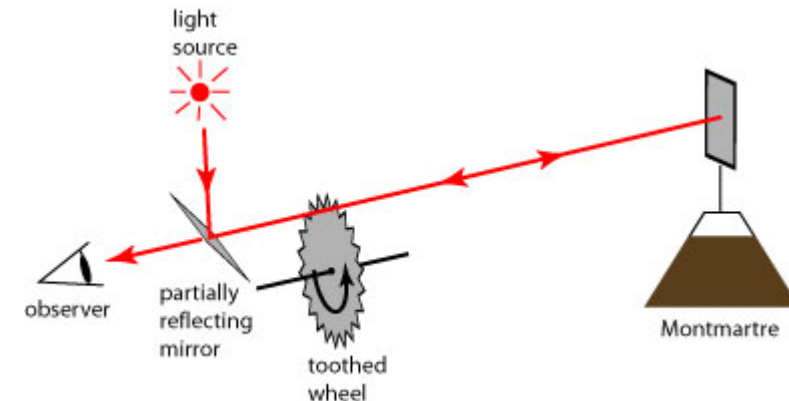
- Onde décrite par une fonction réelle: $u(\mathbf{r}, t)$
- Satisfait l'équation d'onde

$$\nabla^2 u - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0$$

$c = c_0 = 2.99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s}$
dans le vide



1638 Galilée: «Si la vitesse de la lumière n'est pas infinie, elle est en tout cas extrêmement rapide!»



1849 Hippolyte Louis Fizeau, en utilisant le réflexion sur un miroir d'un faisceau découpé par une roue dentée : 313,300 km/s
(répété en 1862 par Léon Foucault: 299,796 km/s)

Optique ondulatoire

- Onde décrite par une fonction réelle: $u(\mathbf{r}, t)$
- Satisfait l'équation d'onde

$$\nabla^2 u - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0 \quad c_0 = 2.99792458 \cdot 10^8 \text{ m/s}$$

- Dépend du milieu (indice de réfraction via la vitesse): $c = \frac{c_0}{n}$
- L'équation d'onde combine des dérivées dans le temps et dans l'espace; pour ces dernières il est avantageux d'utiliser le système de coordonnées le plus approprié

Equation d'onde

- Coordonnées cartésiennes $u(x, y, z)$

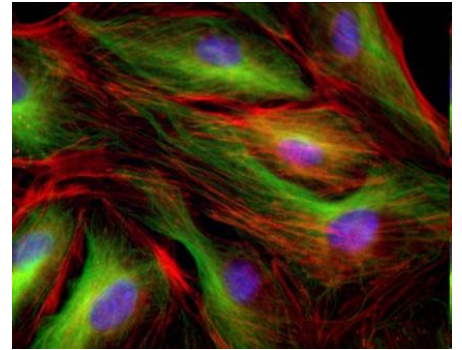
$$\nabla^2 = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

- Coordonnées sphériques $u(r, \theta, \phi)$

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial u}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 u}{\partial \phi^2}$$

- Coordonnées cylindriques $u(\rho, \phi, z)$

$$\nabla^2 = \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial u}{\partial \rho} \right) + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2 u}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$$

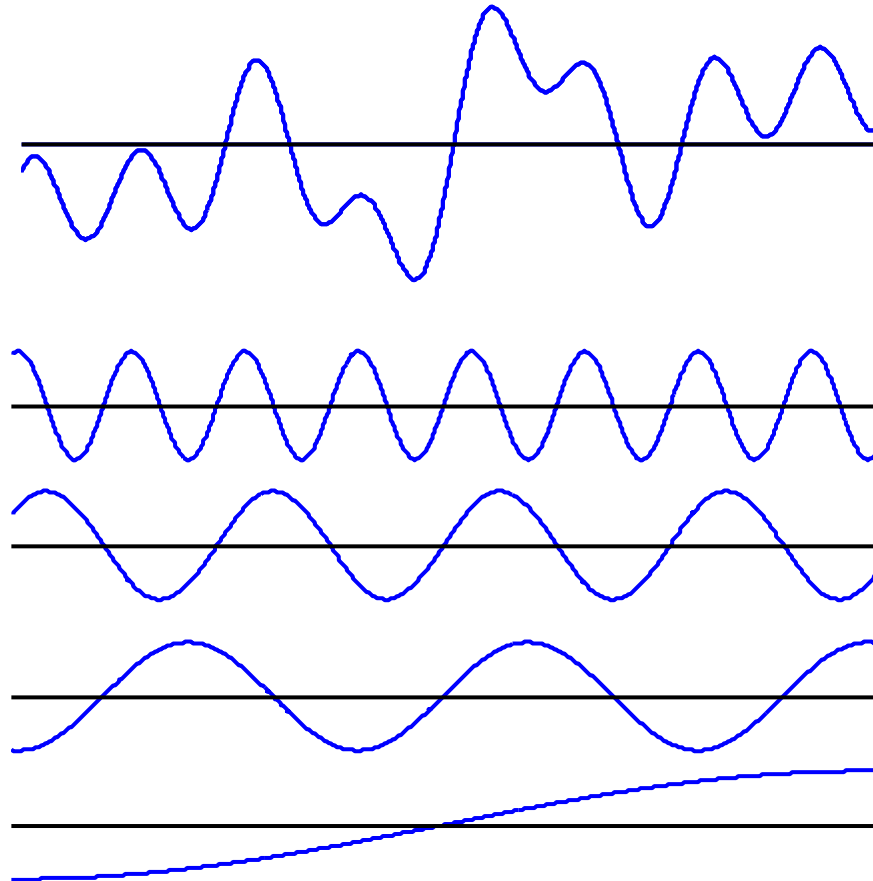


Principe de superposition

- L'équation d'onde est linéaire, on peut donc additionner des solutions pour en faire de nouvelles:

$$u(\mathbf{r}, t) = u_1(\mathbf{r}, t) + u_2(\mathbf{r}, t)$$

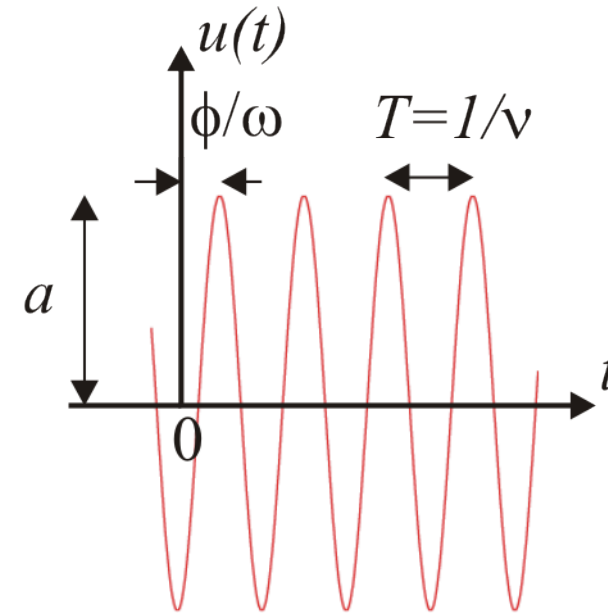
- Permet d'étudier des situations très complexes (par exemple analyse de Fourier)



Onde monochromatique harmonique

- Fonction d'onde réelle:

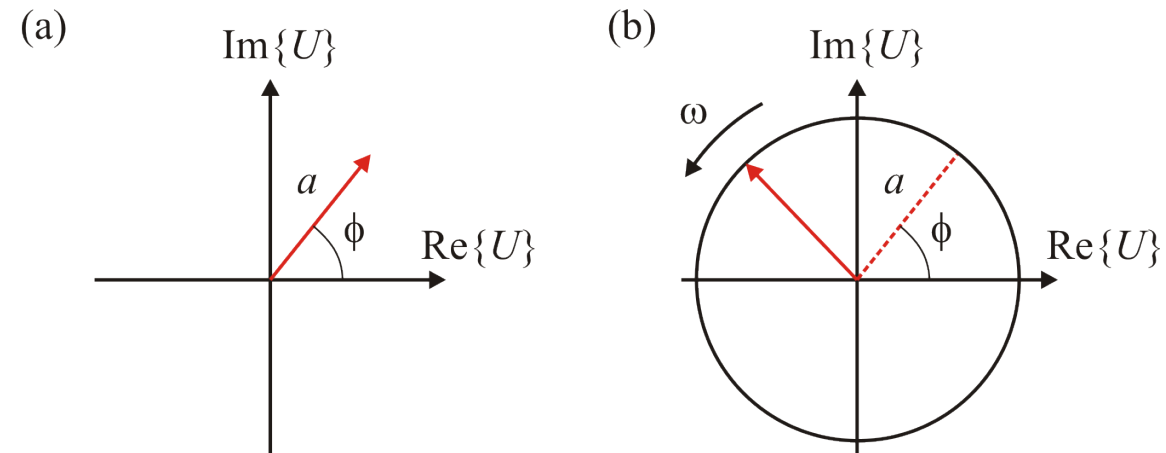
$$u(\mathbf{r}, t) = a(\mathbf{r}) \cos(\omega t + \phi(\mathbf{r}))$$



- Amplitude $a(\mathbf{r})$
- Phase $\phi(\mathbf{r})$
- Pulsation ou fréquence angulaire $\omega = 2\pi\nu$ (rad/s)
- Fréquence ν (Hz ou s^{-1})
- Période $T = 1/\nu = 2\pi/\omega$ (s)

Représentation complexe

- Permet d'utiliser toute l'analyse complexe
- Opérations mathématiques particulièrement simples
- Fonction d'onde complexe $U(\mathbf{r}, t) = a(\mathbf{r})e^{j\phi(\mathbf{r})}e^{j\omega t}$
- En un lieu donné, la norme de l'amplitude complexe donne l'amplitude de l'onde $|U(\mathbf{r})| = a(\mathbf{r})$ et son argument donne la phase de l'onde $\arg\{U(\mathbf{r})\} = \phi(\mathbf{r})$
- L'amplitude complexe est facilement décrite avec un phaseur:



- Mais nous vivons dans un monde réel:

$$u(\mathbf{r}, t) = \text{Re} \{U(\mathbf{r}, t)\} = \frac{1}{2} (U(\mathbf{r}, t) + U^*(\mathbf{r}, t))$$

Représentation complexe – Equation d'Helmholtz

- L'onde complexe doit satisfaire une version particulière de l'équation d'onde

$$\nabla^2 u - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = 0, \text{ l'équation d'Helmholtz:}$$

$$\nabla^2 U + k^2 U = 0$$

- On a introduit le nombre d'onde, qui représente la quantité de mouvement de l'onde:

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{\omega n}{c_0} = \frac{2\pi\nu}{c} = \frac{2\pi\nu n}{c_0}$$

- ω ou ν représentent l'énergie de l'onde

Ingénierie optique

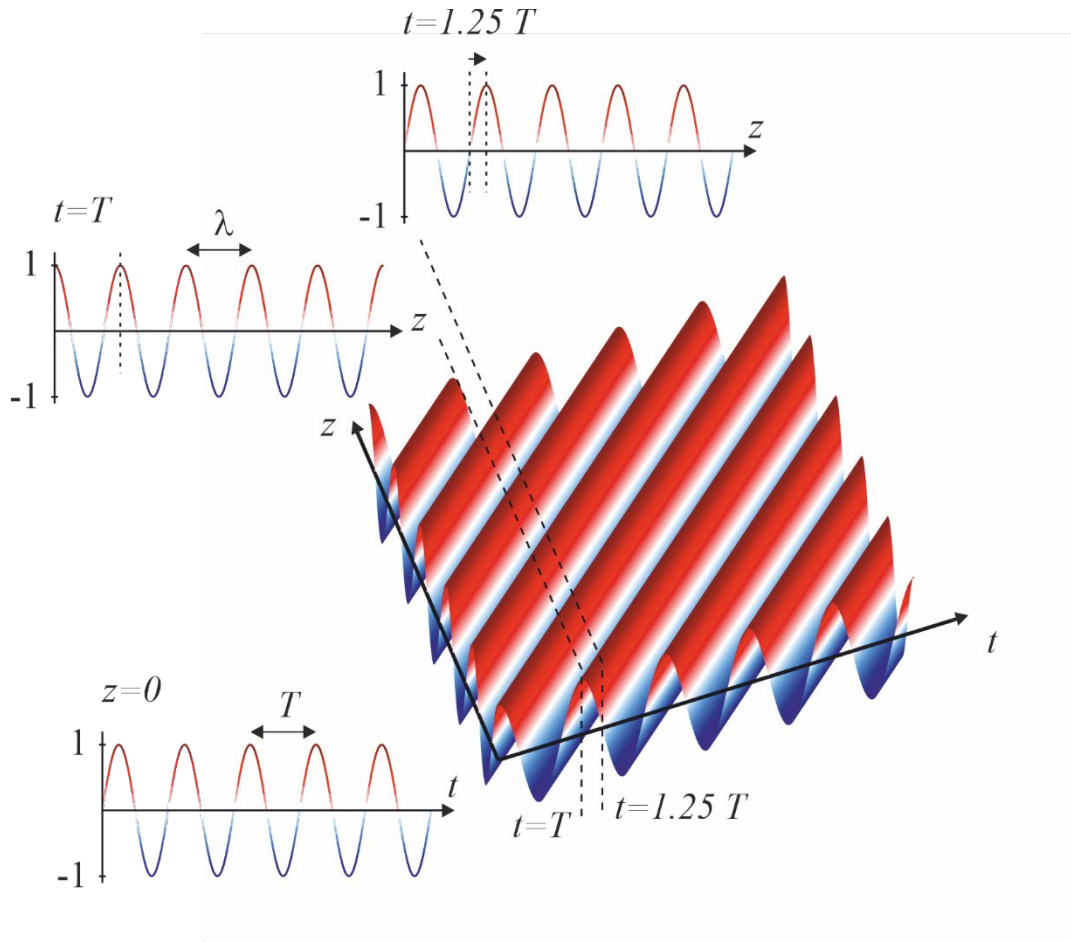
Semaine 2 – partie 5

Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie



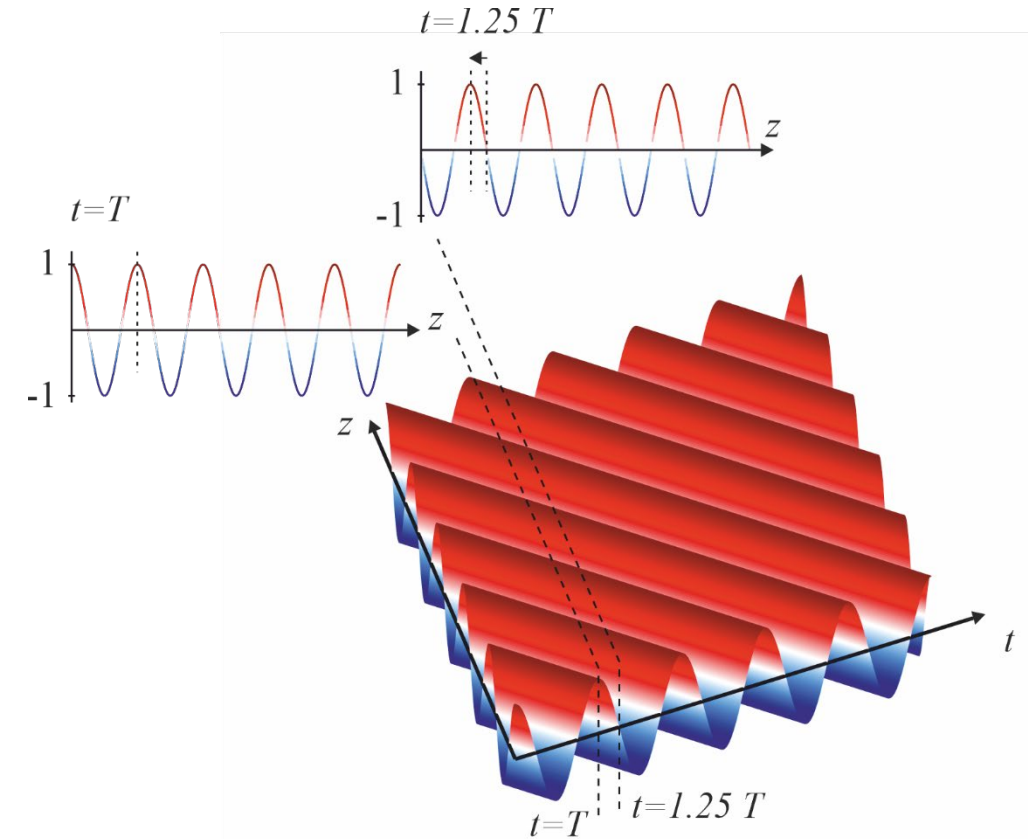
Onde plane harmonique (1-dimension)

$$U(z,t) = Ae^{-jkz}e^{j\omega t}$$



Onde progressive

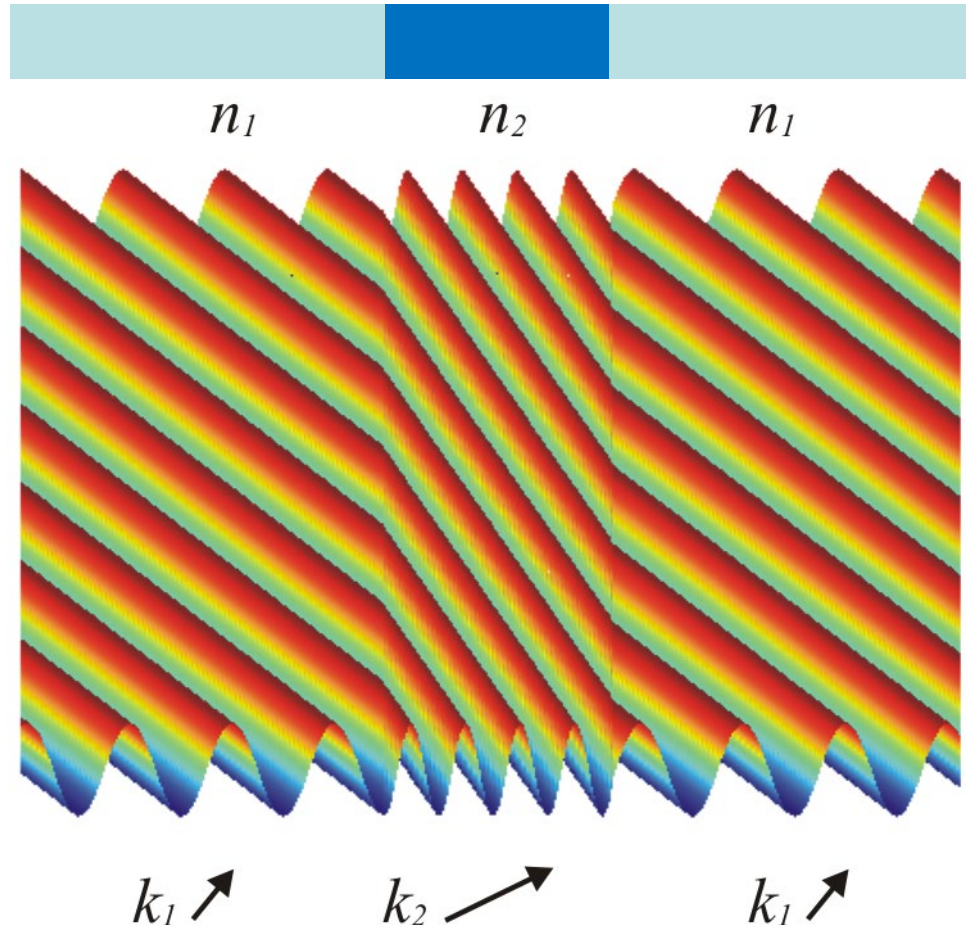
$$U(z,t) = Ae^{jkz}e^{j\omega t}$$



Onde rétrograde

Onde plane – Différents milieux

- La fréquence (l'énergie) ne change pas lorsqu'on passe d'un milieu à l'autre
- Les autres paramètres de l'onde changent:



$$c = \frac{c_0}{n}$$

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n}$$

$$k = nk_0$$

$$\lambda = 2\pi/k$$

$$n_1 < n_2$$

Onde plane harmonique à 3 dimensions

$$U(\mathbf{r}, t) = U(x, y, z, t) = Ae^{-j\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} e^{j\omega t} = Ae^{-j(k_x x + k_y y + k_z z)} e^{j\omega t}$$

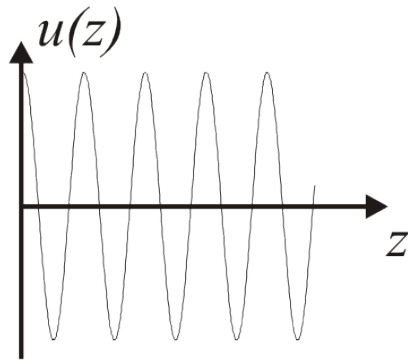
- Vecteur d'onde $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z)$
- Pour satisfaire Helmholtz on doit satisfaire la relation $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$

Onde évanescente

- Onde se propageant dans la direction z ($\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z) = (0, 0, k)$)
- Vecteur complexe: $k = k' + jk''$

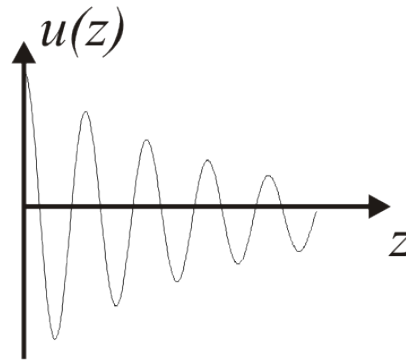
$$U(\mathbf{r}, t) = Ae^{-jkz+j\omega t} = Ae^{k''z}e^{-jk'z+j\omega t}$$

(a)



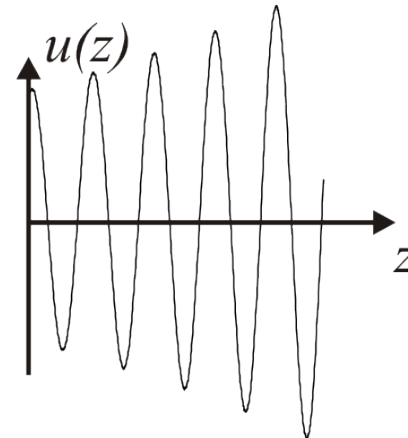
$$(k'' = 0)$$

(b)



$$(k'' < 0)$$

(c)



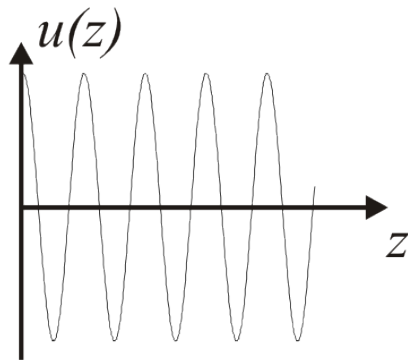
$$(k'' > 0)$$

Lien avec les matériaux

- On considère une onde à une dimension, $U(z,t) = Ae^{-jkz}e^{j\omega t}$ se propageant dans un milieu d'indice de réfraction complexe $\tilde{n} = n + j\kappa$
- On se souvient que $k = \tilde{n}k_0 = (n + j\kappa)k_0$ ($k_0 = 2\pi / \lambda_0$)
- Dans ce cas, l'amplitude de l'onde va varier durant la propagation:

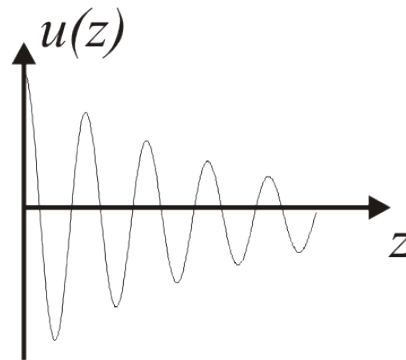
$$U(z,t) = Ae^{-j(n+j\kappa)k_0z}e^{j\omega t} = Ae^{\kappa k_0z}e^{-jnk_0z}e^{j\omega t}$$

(a)



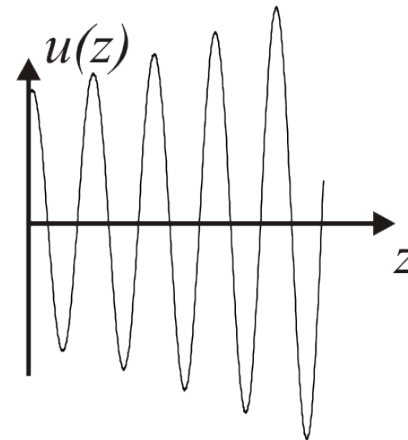
($\kappa = 0$)

(b)



($\kappa < 0$)

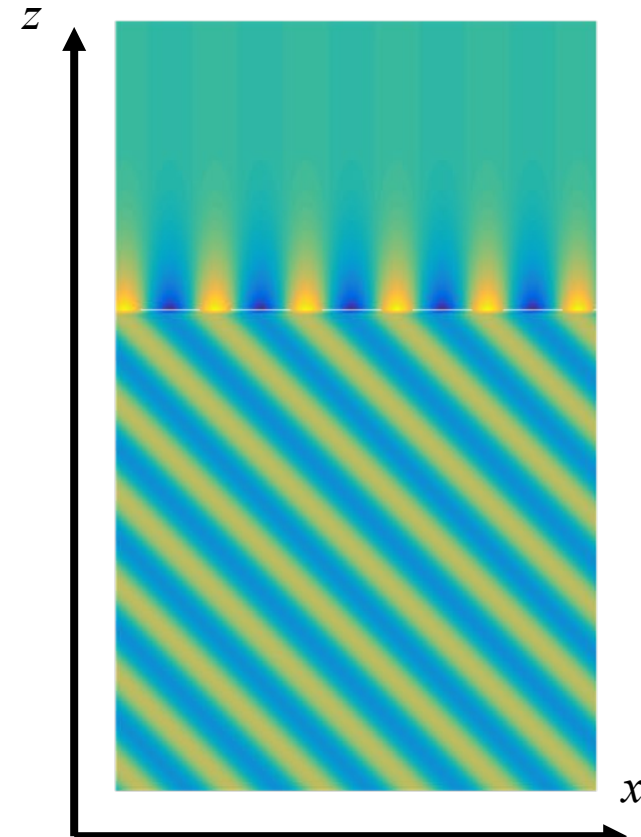
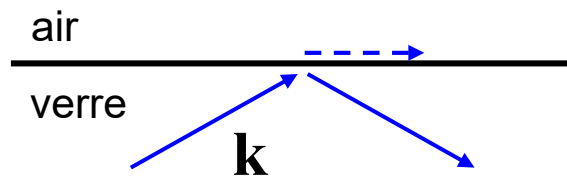
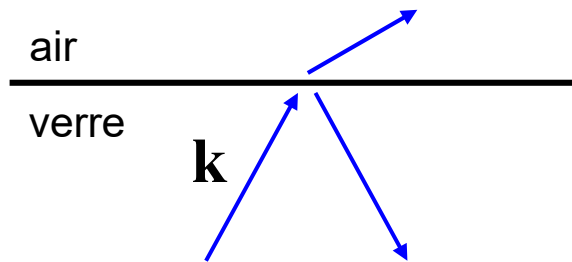
(c)



($\kappa > 0$)

Onde évanescente

- On observe aussi une onde évanescente lorsqu'il y a réflexion totale sur une interface depuis un milieu d'indice élevé vers un milieu d'indice faible
- Considérons $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z) = (k_x, 0, k_z)$, cette onde peut se propager dans la direction x et être évanescente dans la direction z , si k_x est réel et k_z est imaginaire
- Cette situation se produit lorsque k_x est grand, par exemple pour de grands angles d'incidence et il y a réflexion interne totale



Onde évanescence causée par une grande composante du vecteur d'onde

- On considère de nouveau $\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z) = (k_x, 0, k_z)$
- Or, on doit satisfaire l'équation d'Helmholtz $k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k_x^2 + k_z^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$

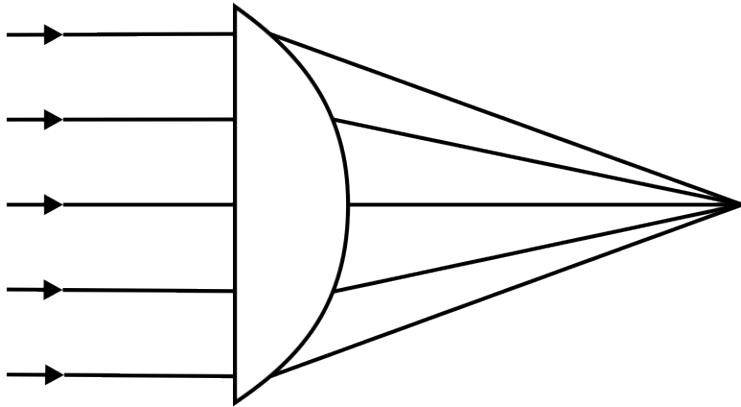
$$k_z = \pm \sqrt{\frac{\omega^2}{c^2} - k_x^2}$$

- Lorsque $k_x^2 \leq \frac{\omega^2}{c^2}$, k_z est réel et l'onde se propage dans la direction z
- Lorsque $k_x^2 > \frac{\omega^2}{c^2}$, k_z est imaginaire et l'onde est évanescence dans la direction z
- Le choix du signe $\pm$ est en général compliqué et doit être déterminé par des considérations liées à l'énergie et à la causalité (le signal ne peut pas arriver avant d'avoir été émis)

Lien entre optique géométrique et optique ondulatoire

- On peut faire un lien entre optique géométrique et optique ondulatoire
- Les rayons (optique géométrique) sont perpendiculaires aux fronts d'ondes (optique ondulatoire)

(a)



(b)

