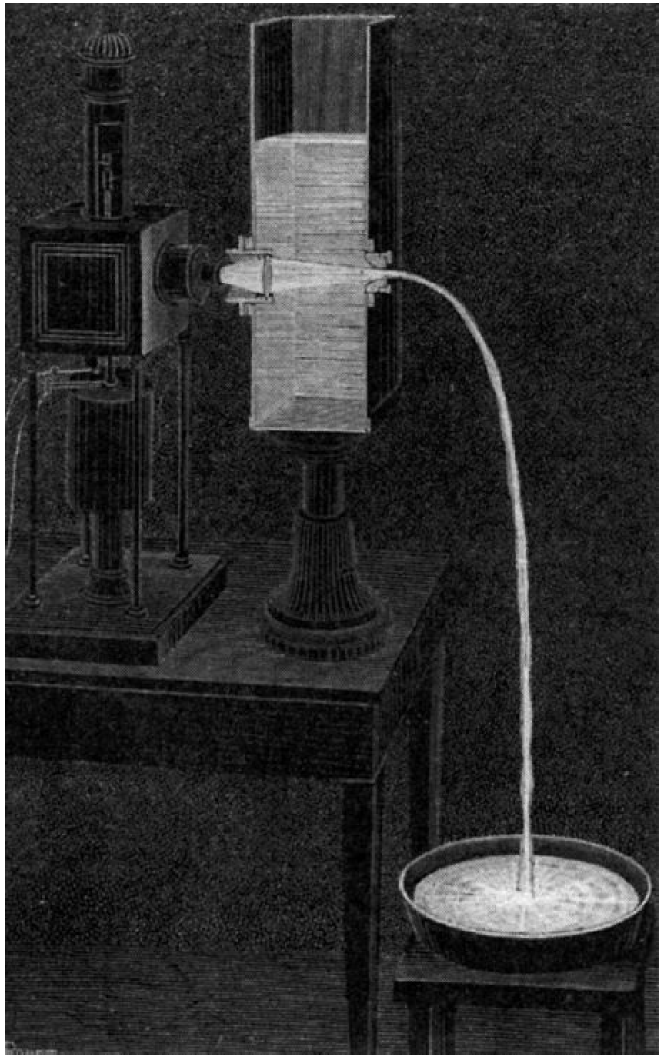
Ingénierie optique

Semaine 8 – partie 1

Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie

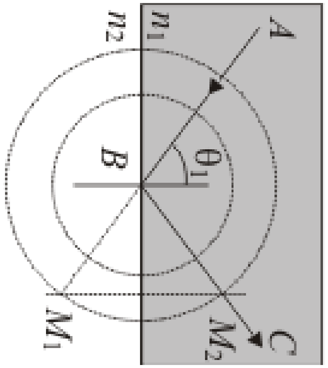
EPFL

Guides d’ondes et fibres optiques

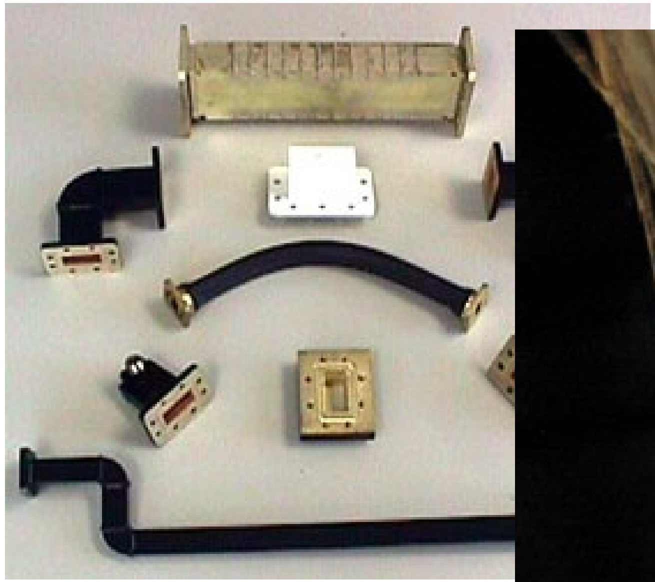


Jean-Daniel Colladon (1802-1893)
www.wikipedia.org

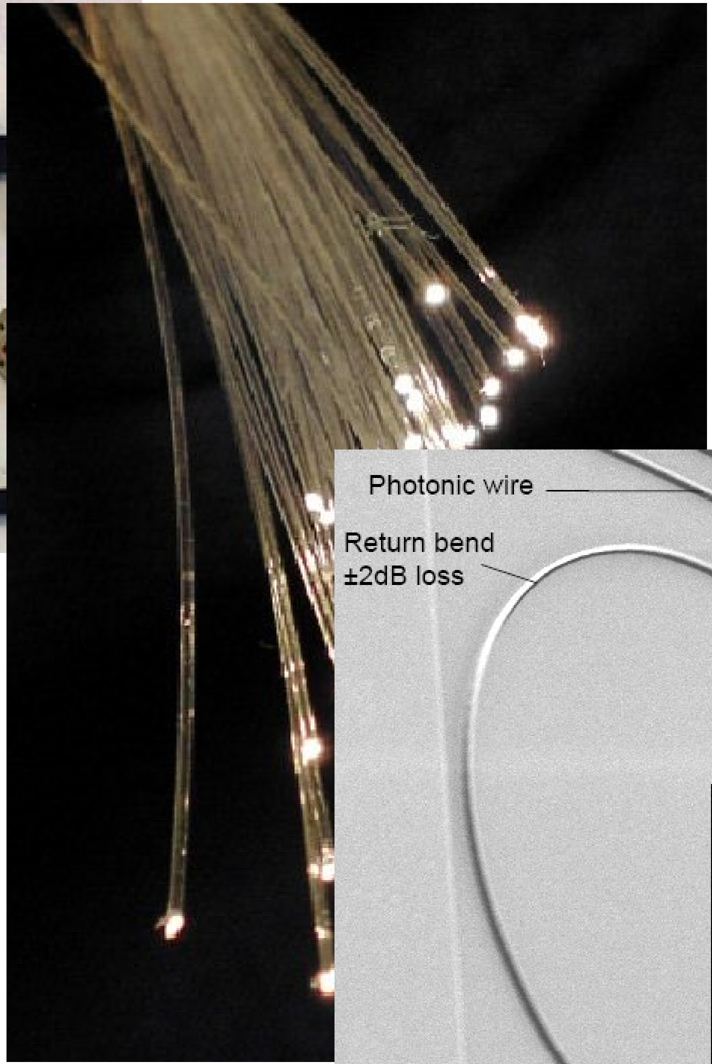
Réflexion
interne
totale



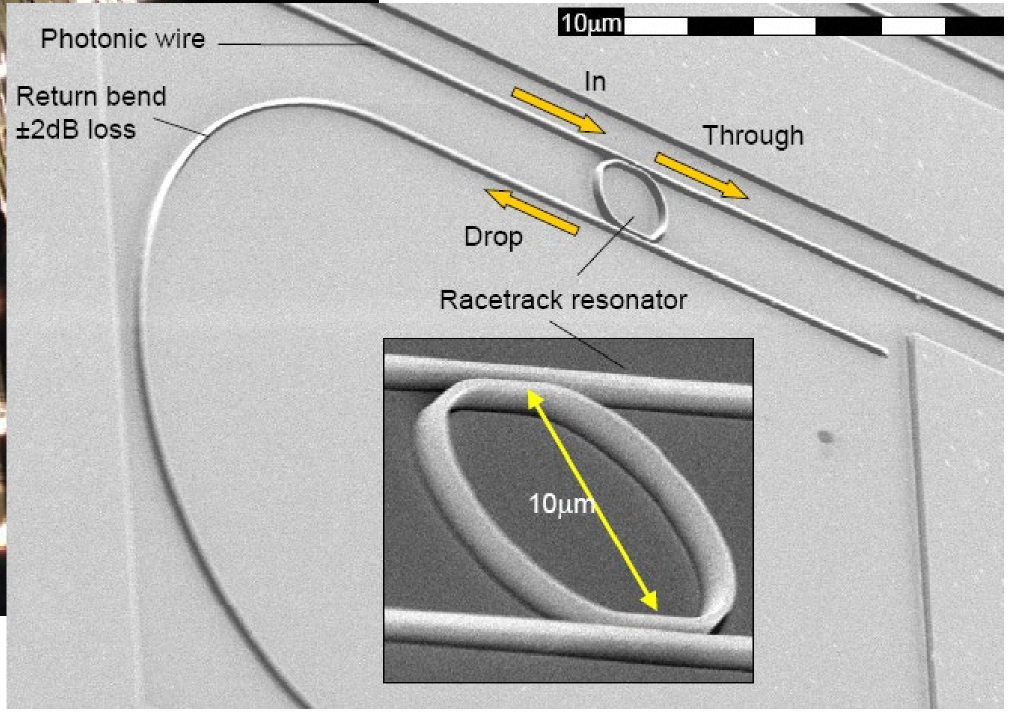
Guides d'ondes



Antek systems



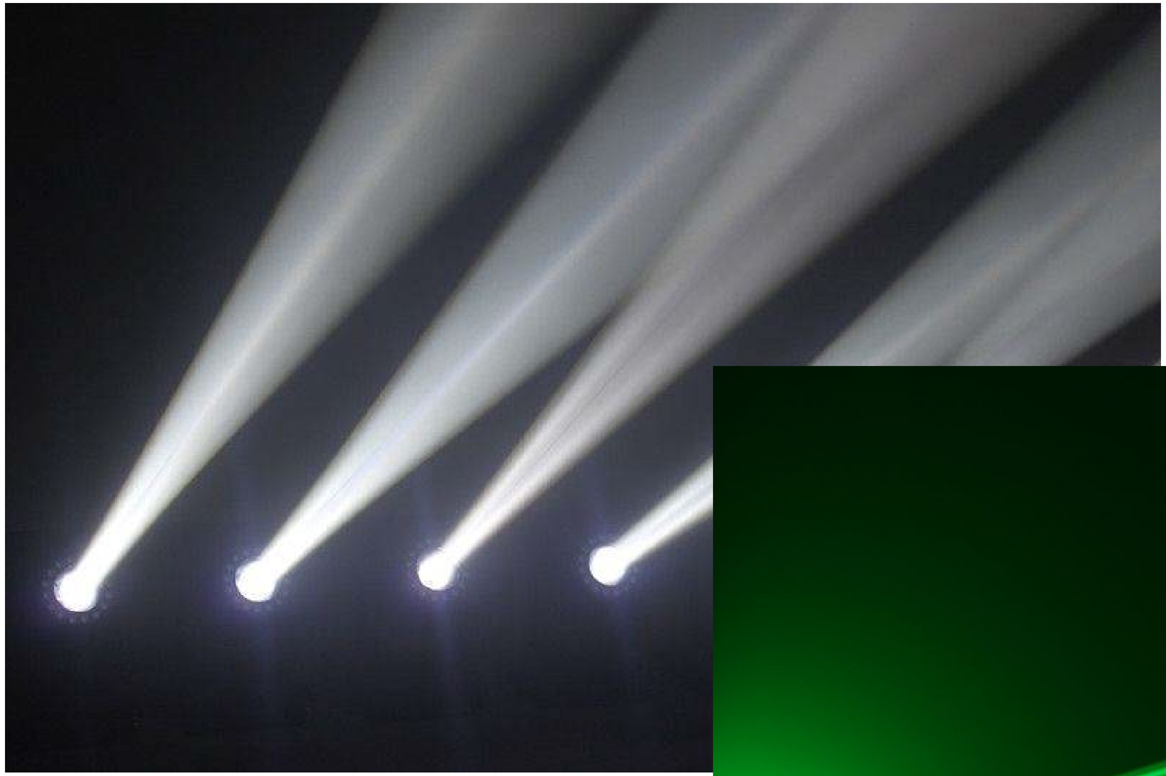
wikimedia

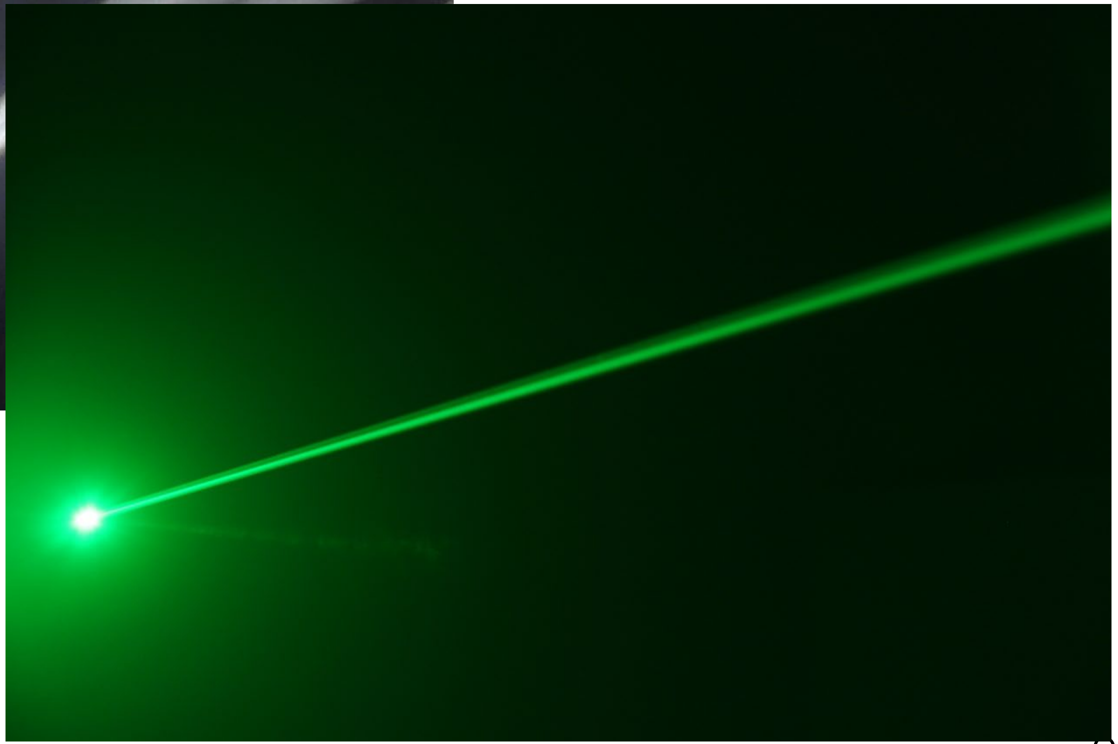


IMEC, Ghent University

Propagation dans l’espace libre

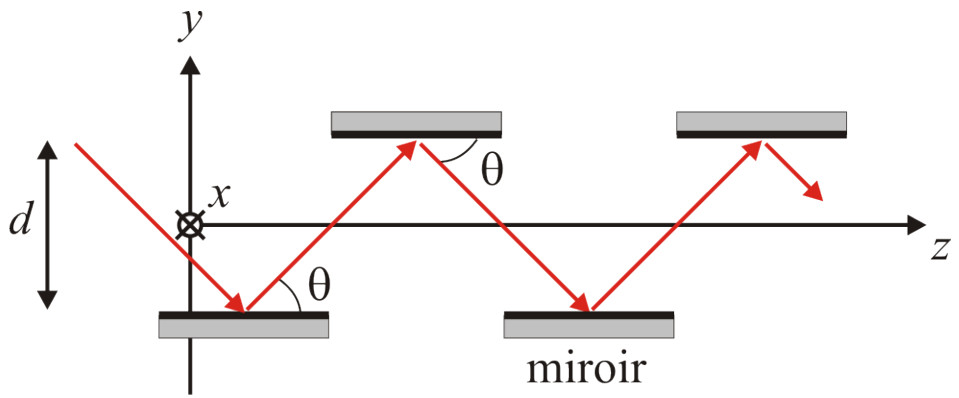
- La lumière diffuse, l’intensité diminue et le faisceau s’élargit





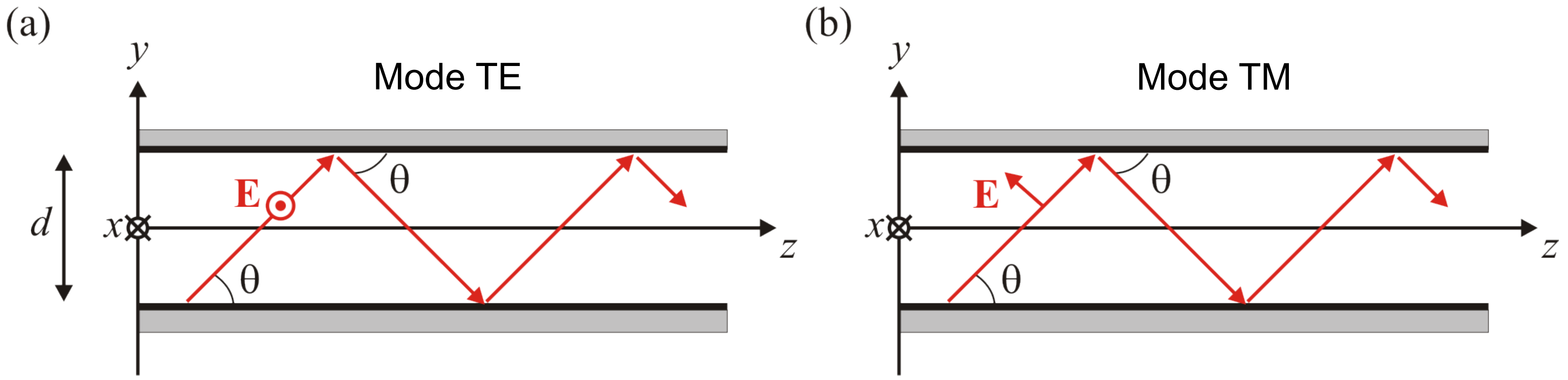
Guides d'onde

- Il faut confiner la lumière latéralement pour pouvoir la guider sur de grandes distances → guide d'onde
- Modèle simplifié par réflexions successives sur les bords du guide:



- Pas tous les angles θ sont propagés (ouverture numérique NA du guide)
- → modes du guide

Guides d'onde miroir planaire

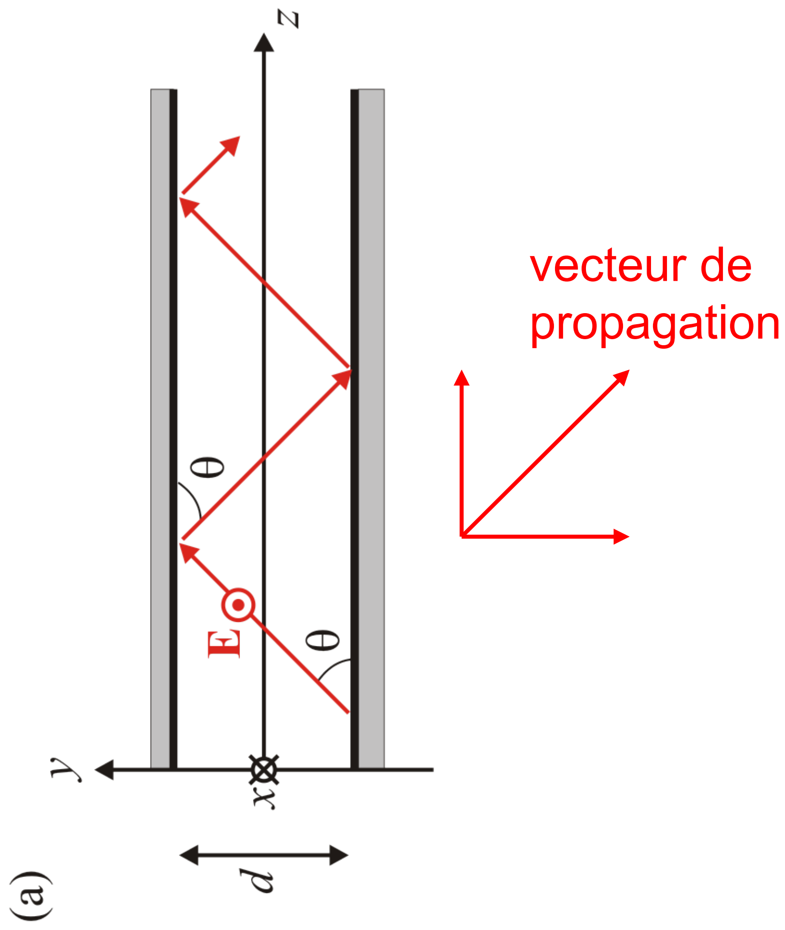


- Invariance dans la direction x (guide 1D)
- Propagation dans le plan y–z , dans la direction z
- Réflexion parfaite sur chaque miroir
- Deux polarisations:
  - Transverse électrique (TE) (champ $\mathbf{E}$ perpendiculaire au plan y–z)
  - Transverse magnétique (TM) (champ $\mathbf{H}$ perpendiculaire y–z)
- Guide rempli de matériau d'indice n

Escalade dans une cheminée

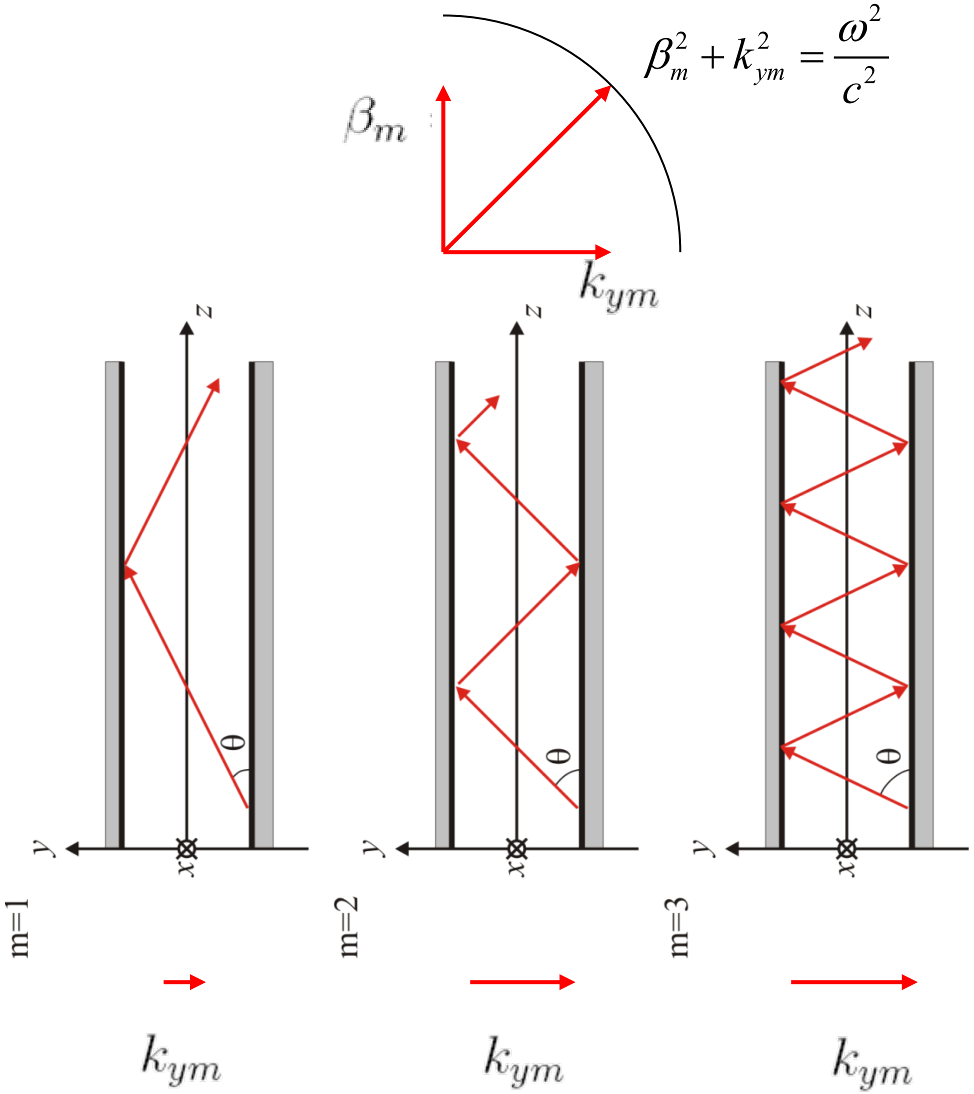
- La largeur des bras fixe la vitesse de progression (mode)

www.kairn.com



Escalade dans une cheminée

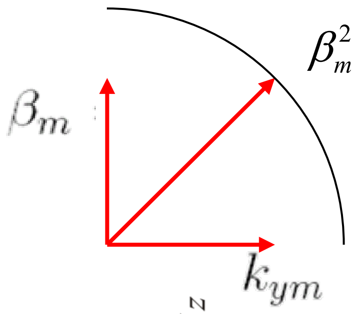
- Chaque mode est caractérisé par un vecteur transverse

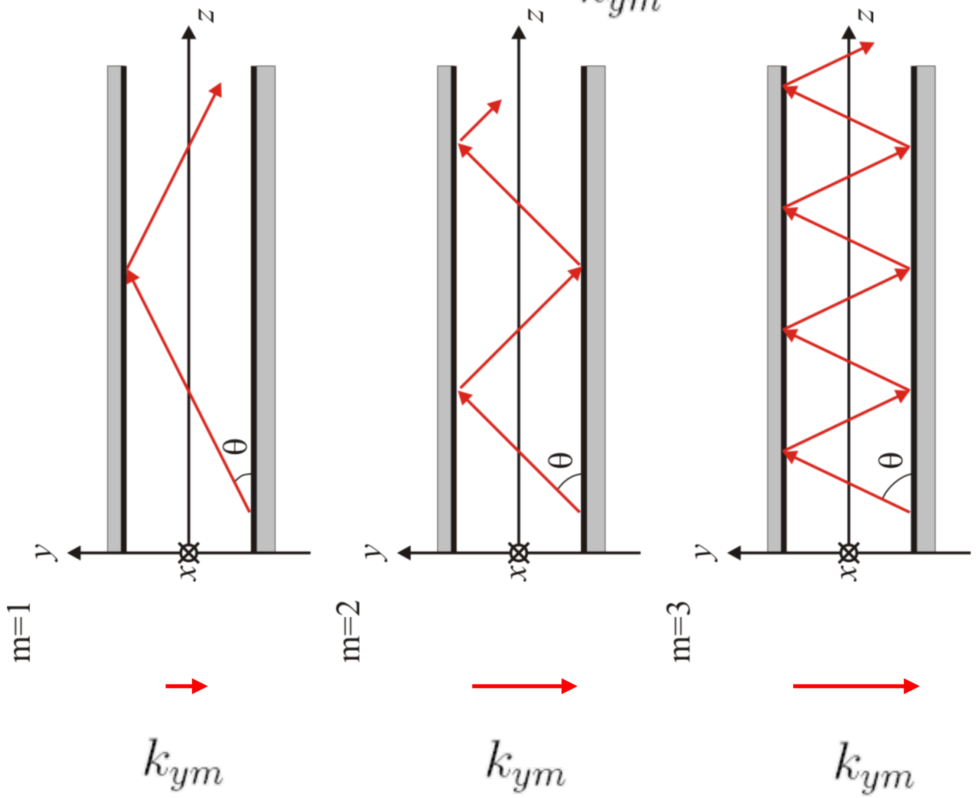


Propagation des modes

- Chaque mode est caractérisé par un vecteur transverse
- Le mode fondamentale se propage le plus vite dans le guide (zig-zague moins)
- Les modes plus élevés font beaucoup de zig-zags
- Comme $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ un petit vecteur k dans la direction transverse correspond à une grande "longueur d’onde" dans cette direction
- Inversement, un grand vecteur k dans la direction transverse correspond à une petite "longueur d’onde"

$$\beta_m^2 + k_{ym}^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$$

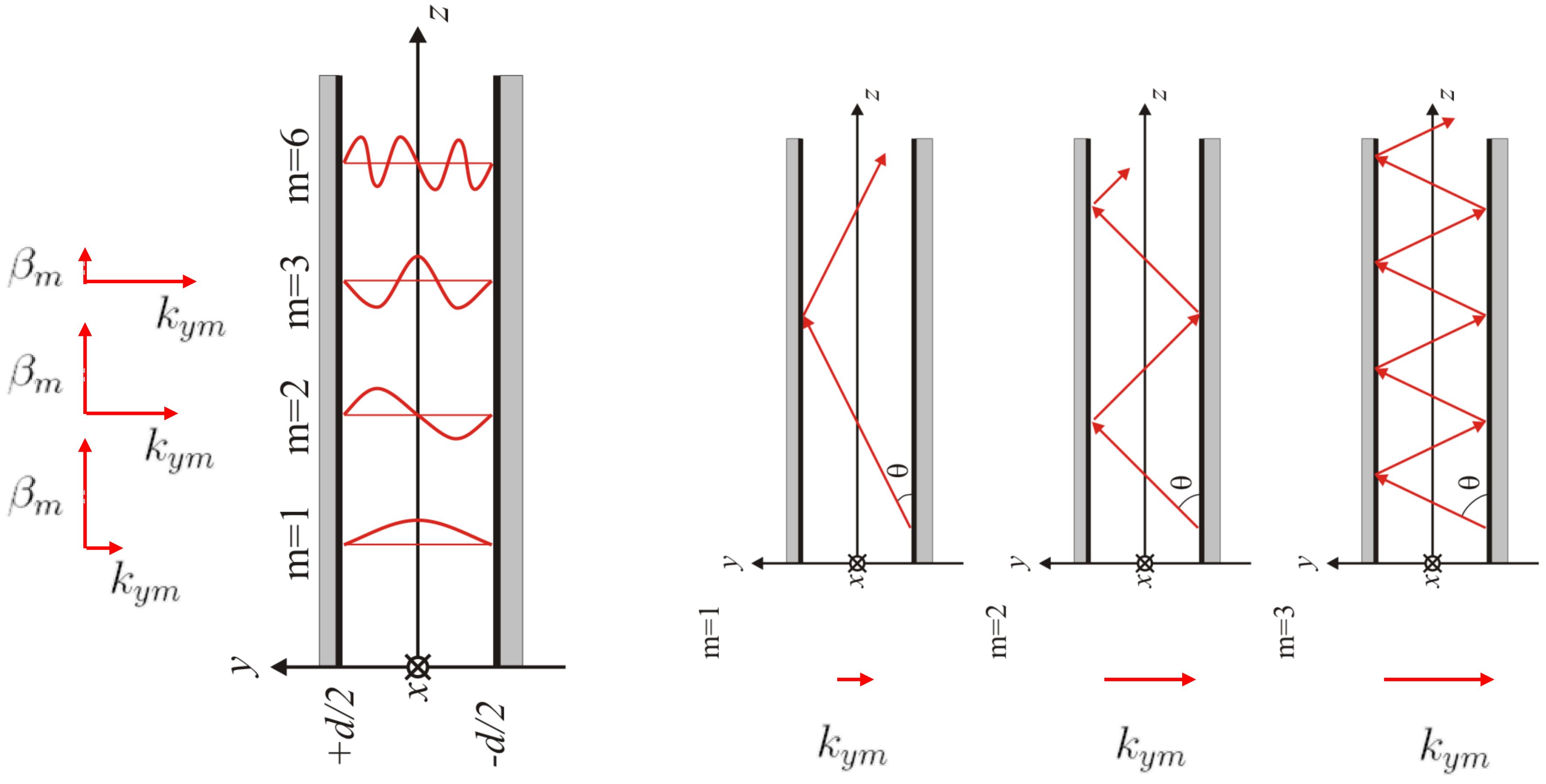




Propagation des modes

- Comme $k = \dfrac{2\pi}{\lambda}$ un petit vecteur k dans la direction transverse correspond à une grande "longueur d'onde" dans cette direction

$$\beta_m^2 + k_{ym}^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$$

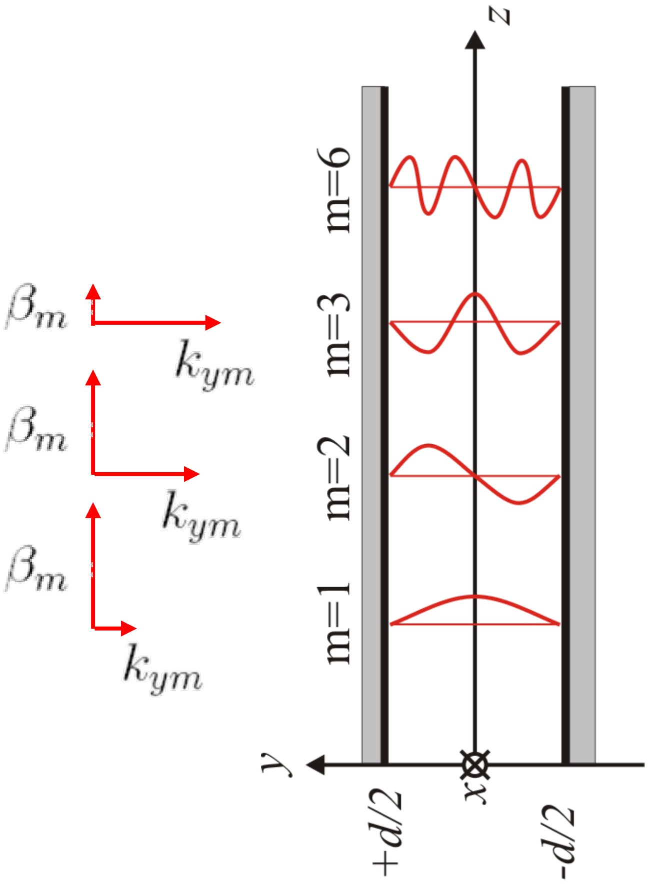


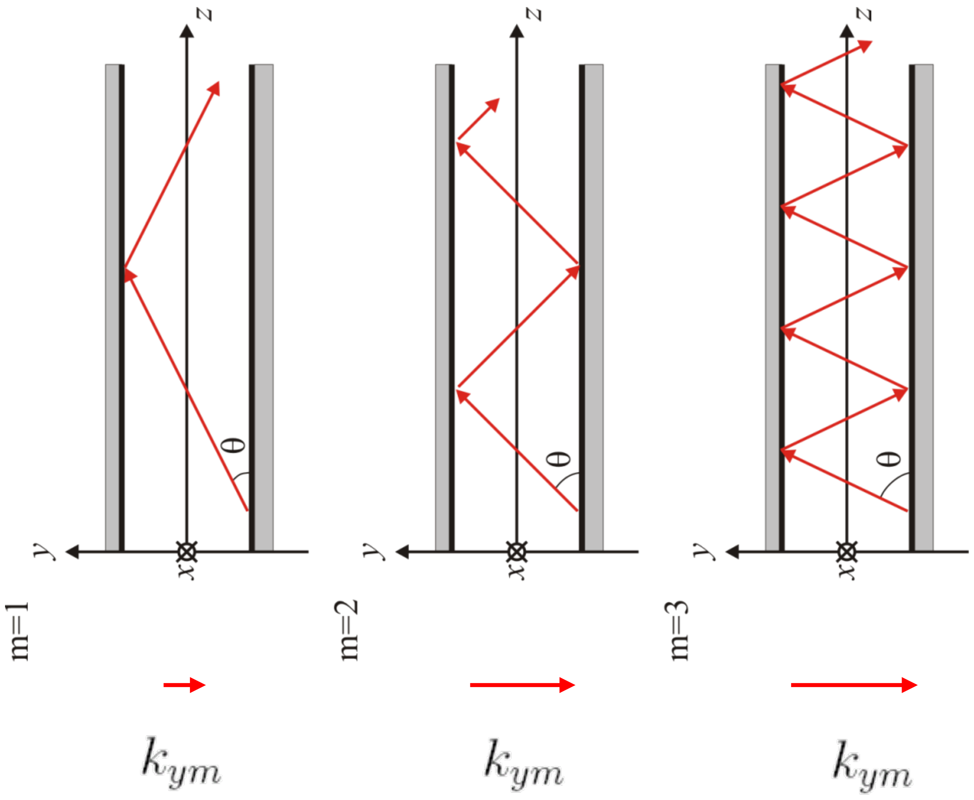
Olivier J.F. Martin

Propagation des modes

- Comme $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ un petit vecteur k dans la direction transverse correspond à une grande "longueur d'onde" dans cette direction

www.kairn.com





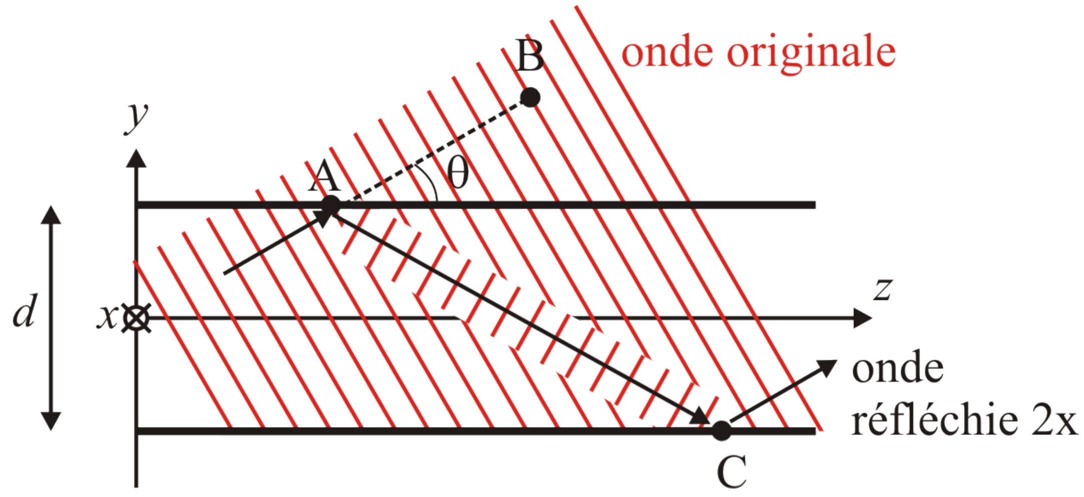
Ingénierie optique

Semaine 8 – partie 2

Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie

EPFL

Modes guidés – Calcul des vecteurs de propagation



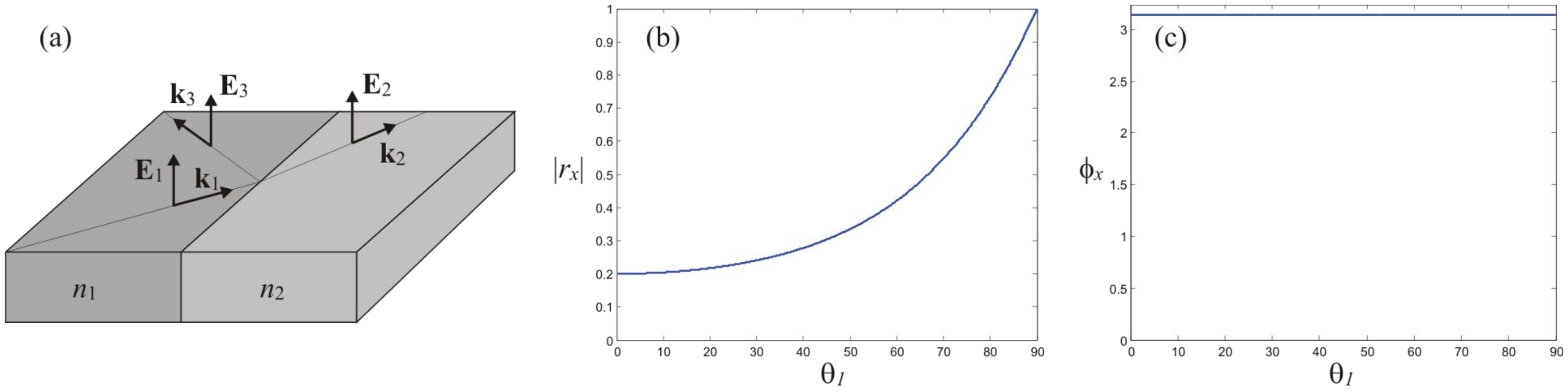
- On se concentre sur les modes TE et on cherche une condition pour avoir un mode guidé
- On impose que l'onde qui zig-zague en faisant deux réflexions successives est la même que l'onde originale (l'onde ne change pas en se propageant)
- → Différence de phase de 2π entre ondes originale et réfléchie multiple entier de

$$\Delta\phi = kAC - 2\pi - kAB = k(AC - AB) - 2\pi = 2\pi q\,,$$

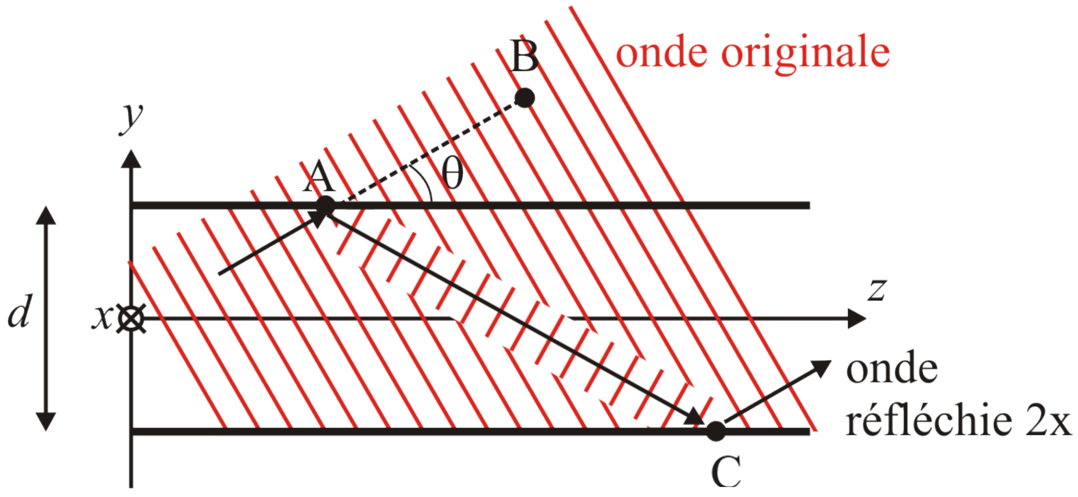
$$q = 0, 1, 2, \ldots\,.$$

Résumé d'un épisode précédent

- Réflexion externe TE $(n_1 < n_2)$ l'onde réfléchie est chaque fois déphasée de π



Modes guidés – Calcul des vecteurs de propagation



$$k(AC - AB) - 2\pi = 2\pi q$$

- On peut choisir le signe du saut de phase $\pm\pi$ à chaque réflexion
- "Un peu de géométrie" donne $AC - AB = 2d\sin\theta$
- Donc

$$k2d\sin\theta = 2\pi(q+1) \qquad q = 0, 1, 2, \ldots .$$

- Et finalement

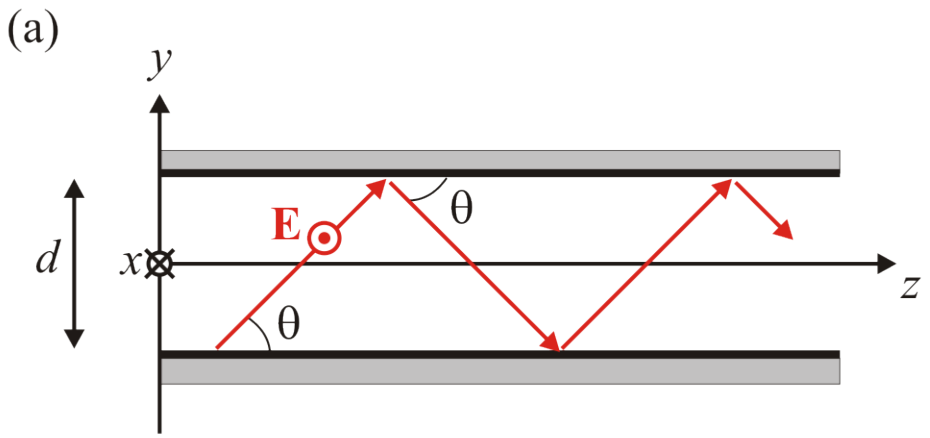
$$k2d\sin\theta = 2\pi m\,, \qquad m = 1, 2, 3, \ldots$$

Modes guidés – Calcul des vecteurs de propagation

- Pour être guidé (i.e. se propager sans changement) un mode doit donc satisfaire:

$$\boxed{sin\theta_m = m\frac{\lambda}{2d}\,,} \qquad m = 1, 2, 3, \ldots .$$

- Quantification des modes
- Seuls des angles de propagation spécifiques θ_m sont possibles
- Pour le autres valeurs de θ l'onde ne se propage pas dans le guide



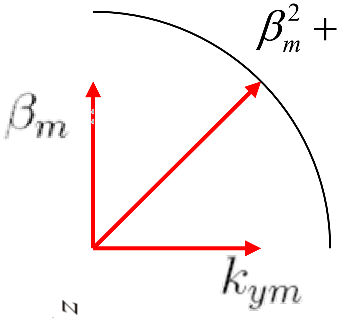
Modes guidés – Calcul des vecteurs de propagation

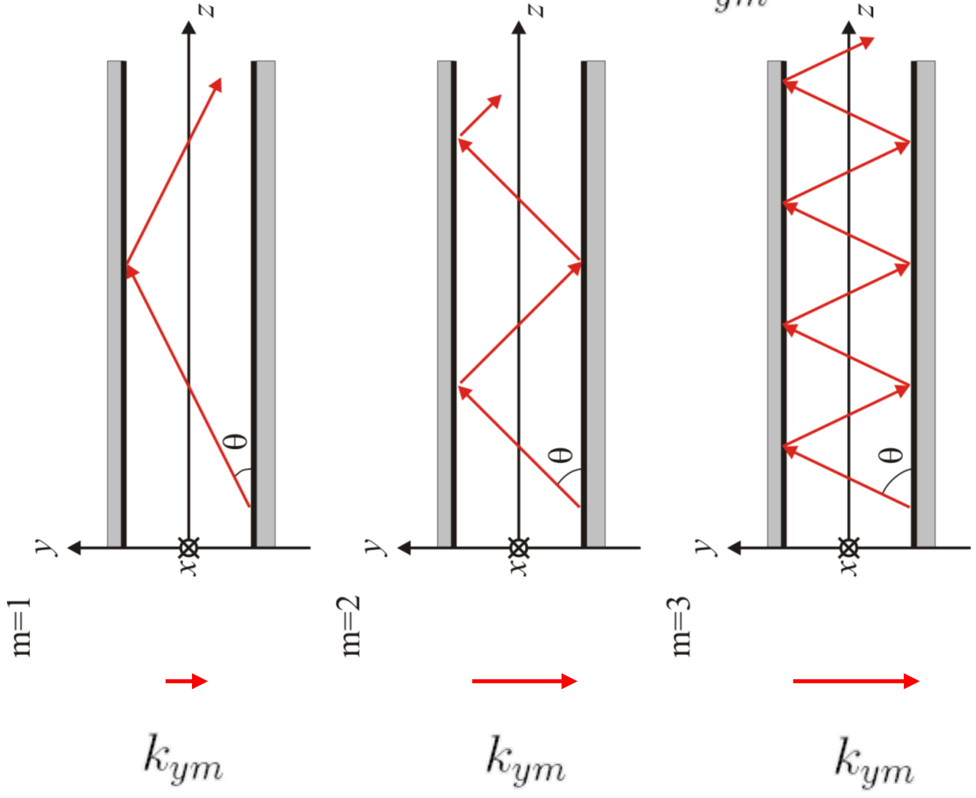
- Chaque mode est caractérisé par un vecteur transverse

www.kairn.com

$$\boxed{k_y = n k_0 \sin\theta}$$

$$\beta_m^2 + k_{ym}^2 = \frac{\omega^2}{c^2}$$



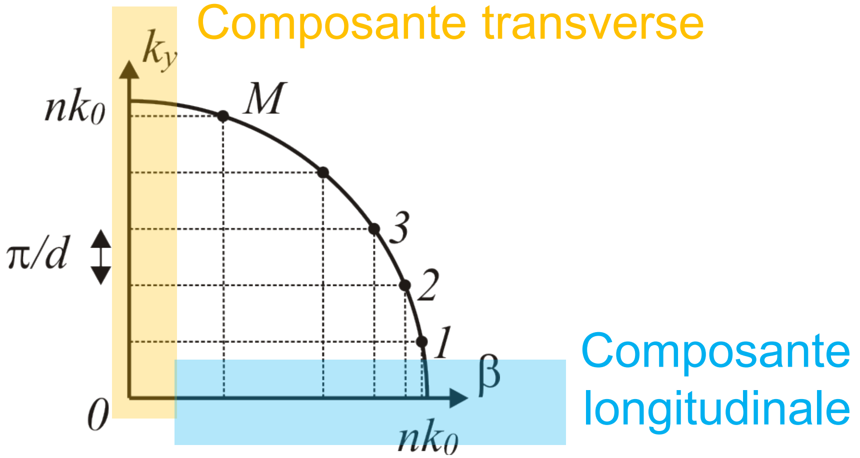


Modes guidés – Calcul des vecteurs de propagation

- On a: $k_y = nk_0 \sin\theta$ $\quad k_0 = 2\pi / \lambda_0$ $\quad \sin\theta_m = m\dfrac{\lambda}{2d} = m\dfrac{\lambda_0}{2dn}$
- Composante transverse: $\boxed{k_{ym} = nm\dfrac{\pi}{d}}$ $\quad m = 1, 2, 3, \ldots$
- Composante longitudinale: $\beta_m = k\cos\theta_m$

$$k^2 = k_{ym}^2 + \beta_m^2 \qquad \beta_m^2 = k^2 - \frac{n^2 m^2 \pi^2}{d^2} \qquad m = 1, 2, 3, \ldots$$

- Construction géométrique:



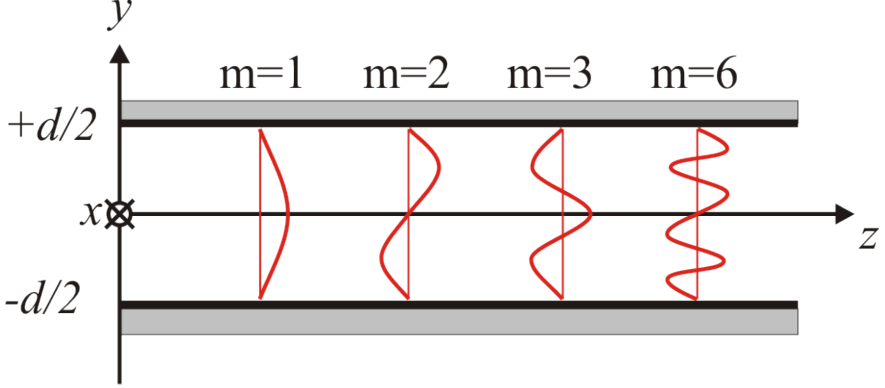
Ingénierie optique

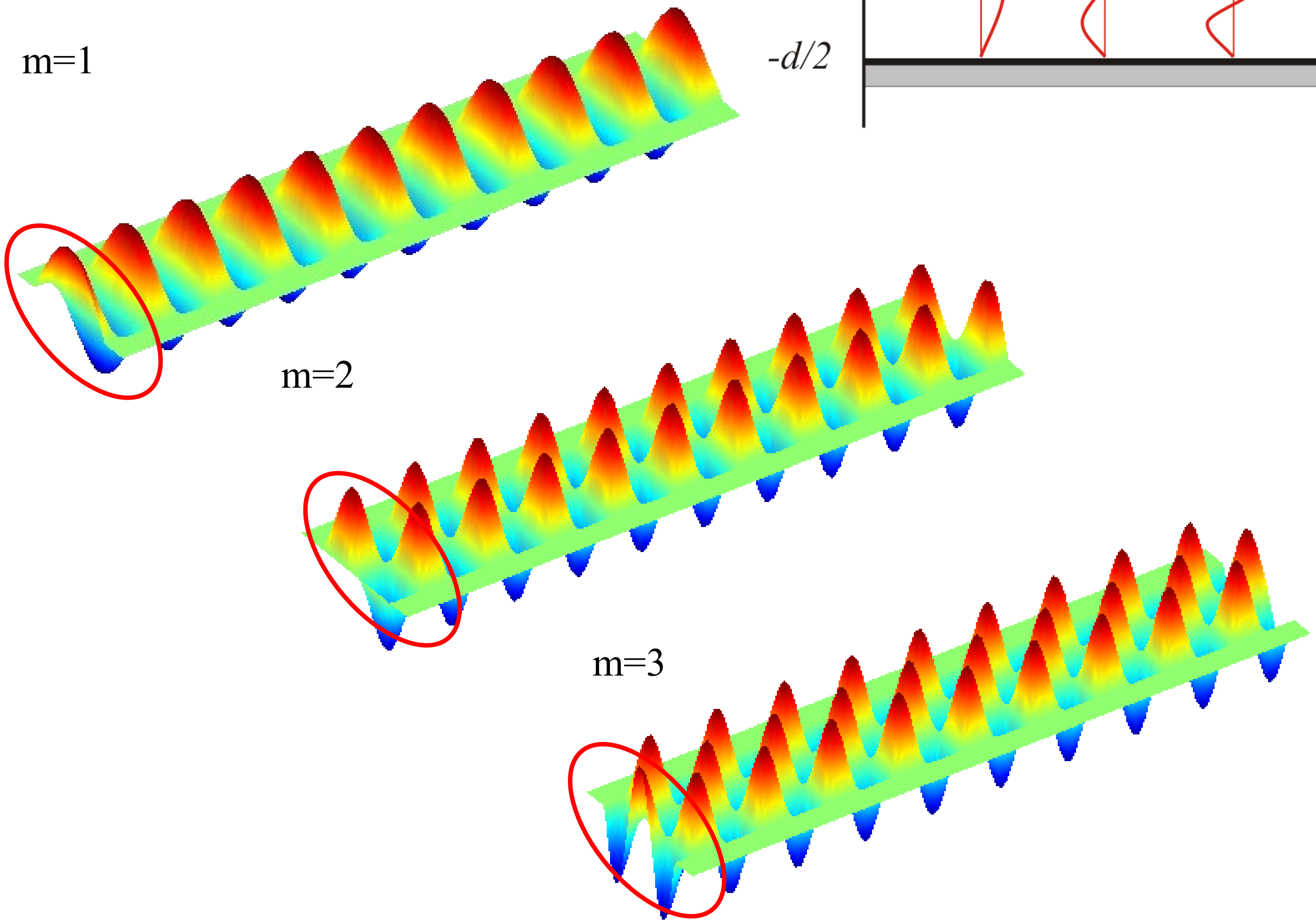
Semaine 8 – partie 3

Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie

EPFL

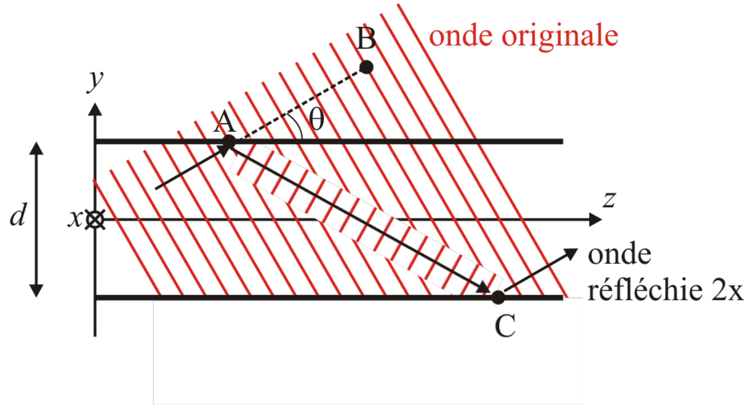
Modes guidés – Calcul de l'amplitude





Olivier J.F. Martin

Modes guidés – Calcul de l'amplitude



- Superposition de deux ondes
  - up $k_{\uparrow} = (k_y, k_z) = (k_{ym}, \beta_m)$
  - down $k_{\downarrow} = (k_y, k_z) = (-k_{ym}, \beta_m)$

$$E_{x\uparrow}(y,z) = A_m e^{-jk_{ym}y - j\beta_m z} \qquad E_{x\downarrow}(y,z) = e^{j(m-1)\pi} A_m e^{+jk_{ym}y - j\beta_m z}$$

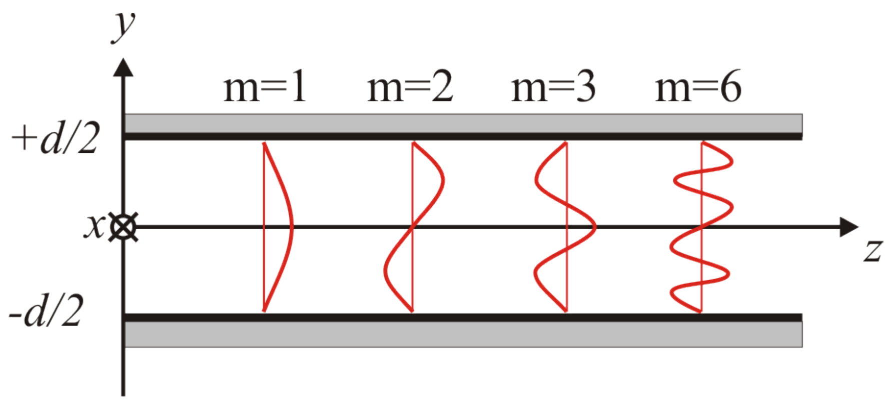
- En faisant la somme on obtient des sinus et des cosinus:

$$\boxed{E_x(y,z) = a_m u_m(y) e^{-j\beta_m z}}$$

$$u_m(y) = \begin{cases} \sqrt{\dfrac{2}{d}} \cos\left(m\pi \dfrac{y}{d}\right), & m = 1, 3, 5, \ldots \\ \sqrt{\dfrac{2}{d}} \sin\left(m\pi \dfrac{y}{d}\right), & m = 2, 4, 6, \ldots, \end{cases}$$

$$a_m = \sqrt{2d} A_m \text{ pour } m \text{ impaire} \quad a_m = j\sqrt{2d} A_m \text{ pour } m \text{ paire}$$

Modes guidés – Calcul de l'amplitude

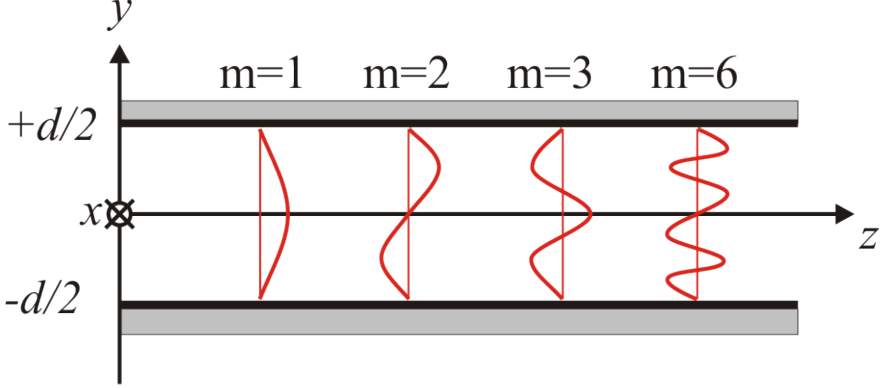


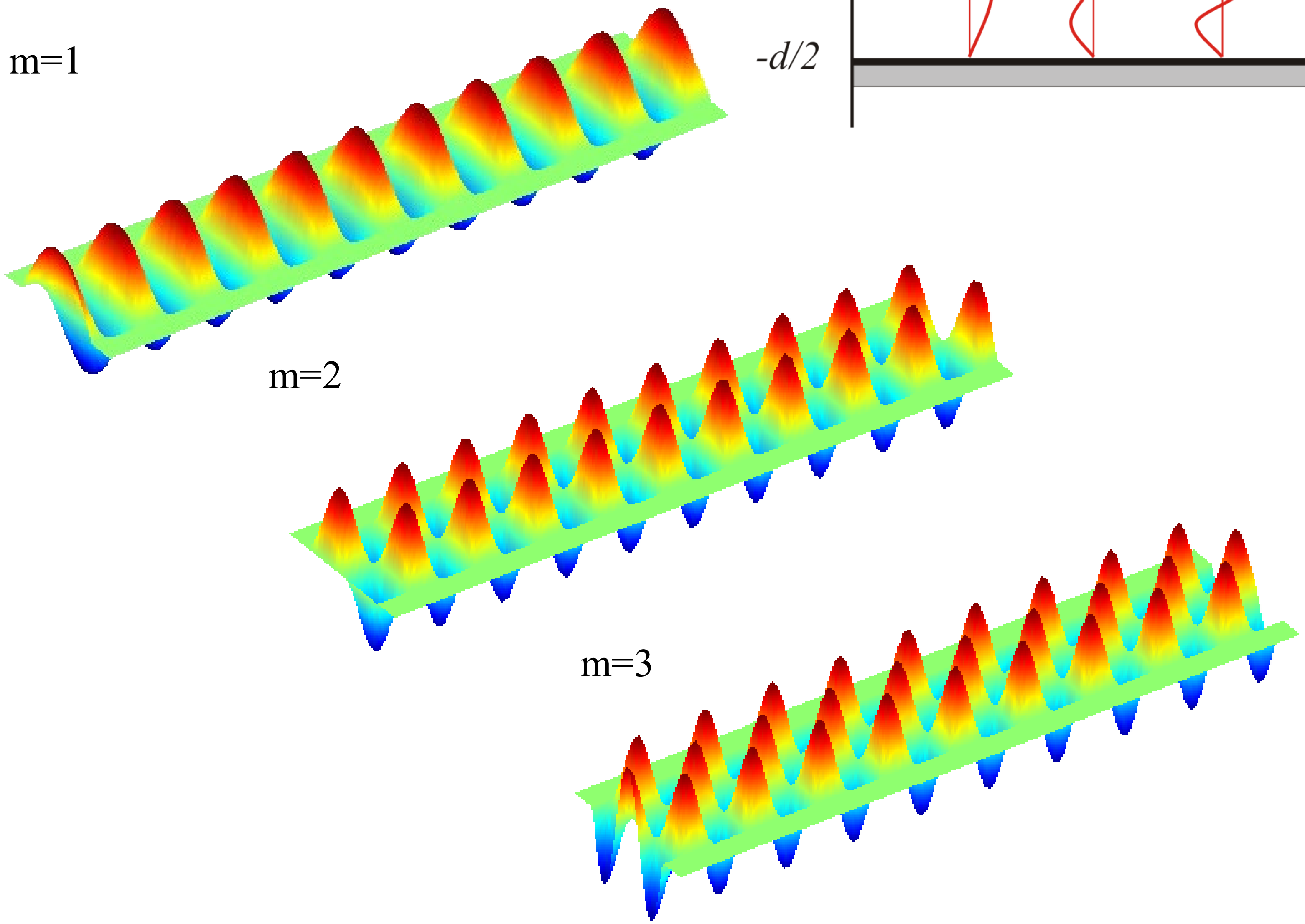
- Séparation des parties longitundinales z et transverses y (le mode est invariant dans la direction x):

$$\boxed{E_x(y, z) = a_m u_m(y) e^{-j\beta_m z}}$$

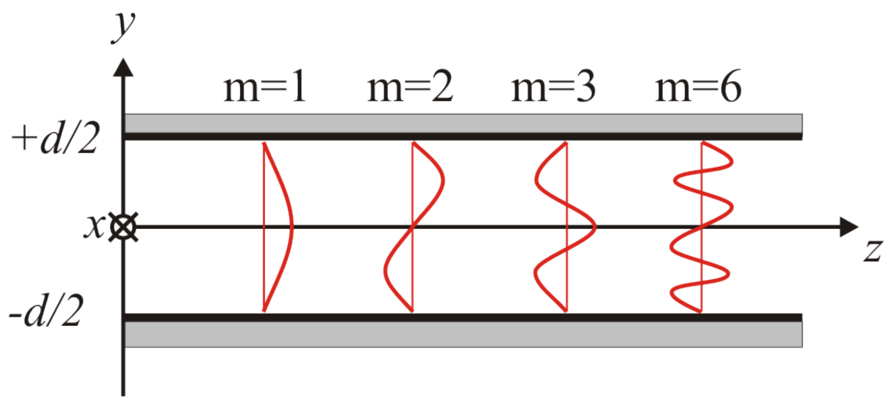
- Mode fondamental ($m=1$)
- Modes d'ordres plus élevés:
  - L'angle de propagation et la complexité transverse augmentent
  - Symétrie: m impaire: mode symétrique $(u_m(y) = u_m(-y))$
    m paire: mode antisymétrique $(u_m(y) = -u_m(-y))$

Modes guidés – Calcul de l'amplitude





Modes guidés – Calcul de l'amplitude

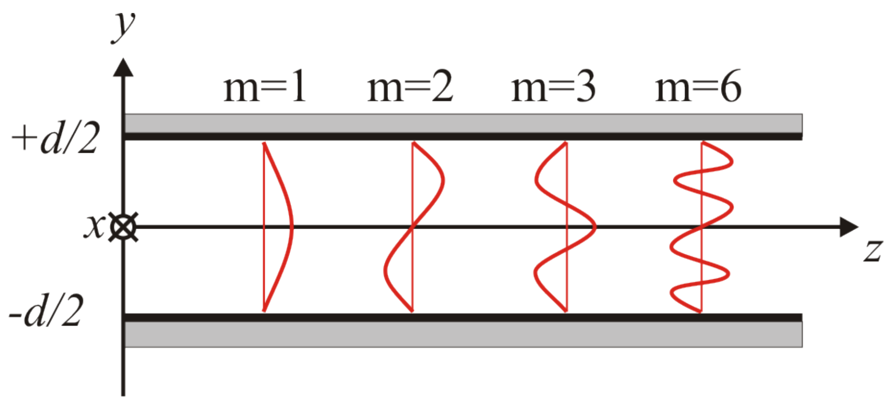


$$\boxed{E_x(y,z) = a_m u_m(y) e^{-j\beta_m z}}$$

- Normalisation $\displaystyle\int_{-d/2}^{d/2} u_m^2(y)dy = 1$
- Propriété d'orthogonalité

$$\int_{-d/2}^{d/2} u_l(y) u_m(y) dy = 0\,, \qquad \text{si } \; l \neq m\,.$$

Fréquence de coupure

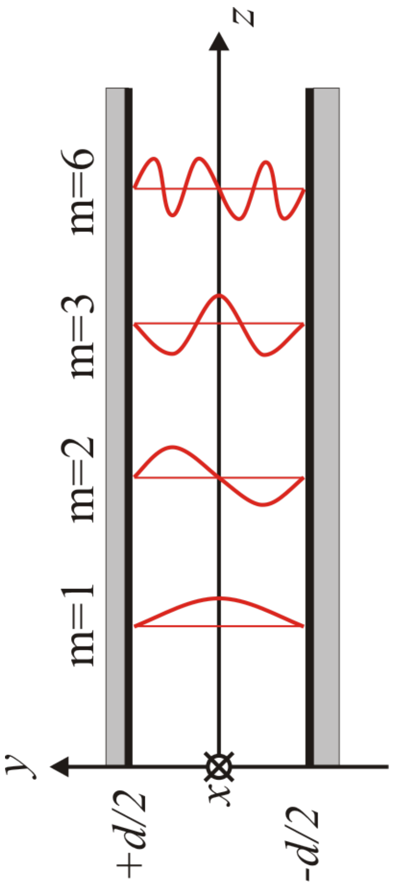


- Nombre de modes: $M \doteq \frac{2d}{\lambda}$
- si $d \leq \lambda/2$ alors $M = 0$
- Fréquence de coupure $\boxed{\nu_c = \frac{c}{2d}}$
- Dépend de l'indice du milieu dont le guide est rempli

Fréquence de coupure

- Il faut que la cheminée soit au moins assez large pour laisser passer le corps!

www.kairn.com



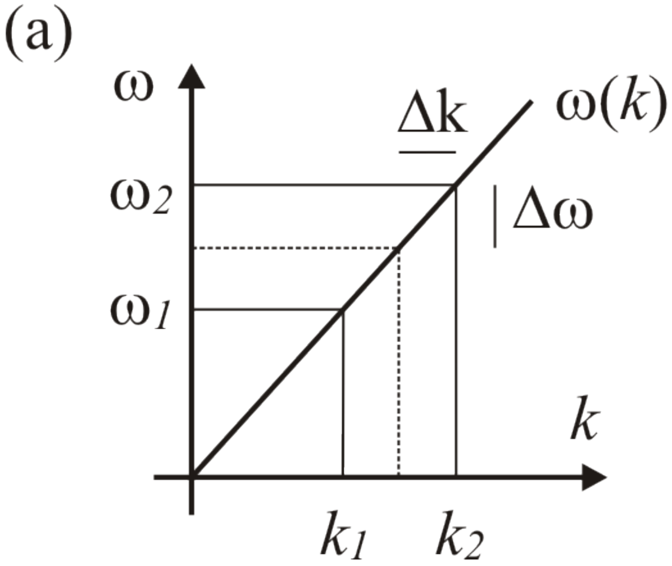
Résumé de l’episode precedent: Vitesse de groupe

- Comment définir la vitesse d’un pulse?
- Vitesse à laquelle l'information (l'enveloppe ou la modulation) est transmise:

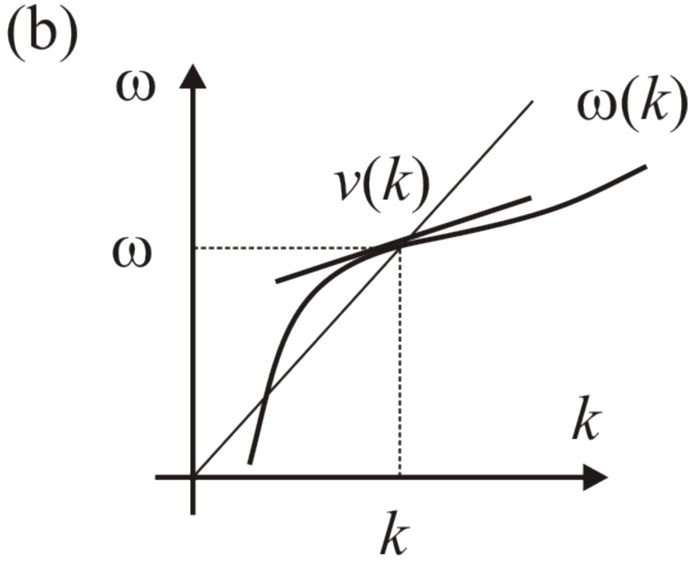
$$\boxed{v = \frac{\partial \omega}{\partial k}}$$ Vitesse de groupe

$$\boxed{c = \frac{\omega}{k}}$$ Vitesse de phase

Milieu non dispersif:

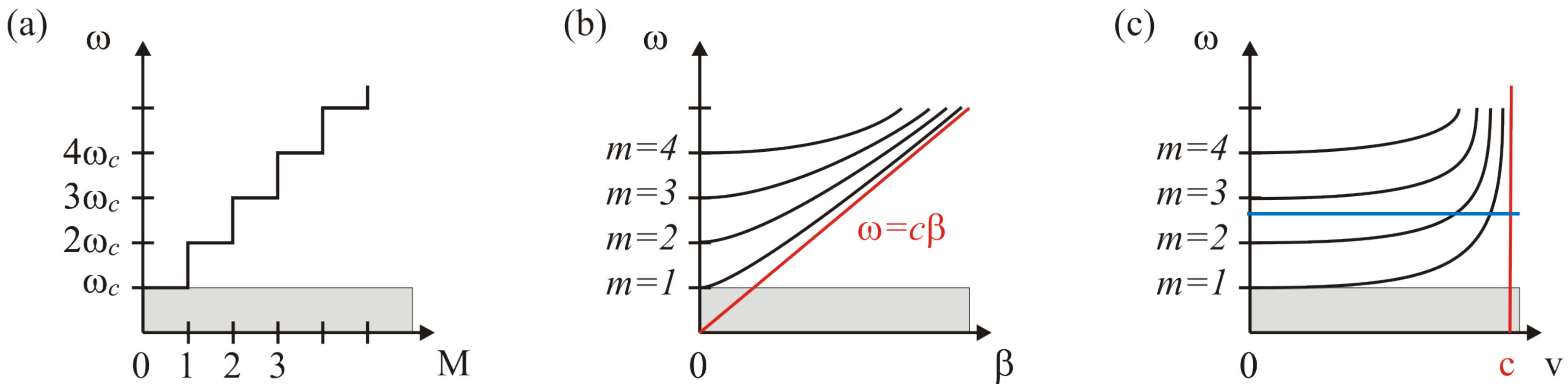


Milieu dispersif:



- Dans les milieux dispersifs, la vitesse de groupe est différente de la vitesse de phase

Nombre de modes, relation de dispersion, vitesse de groupe



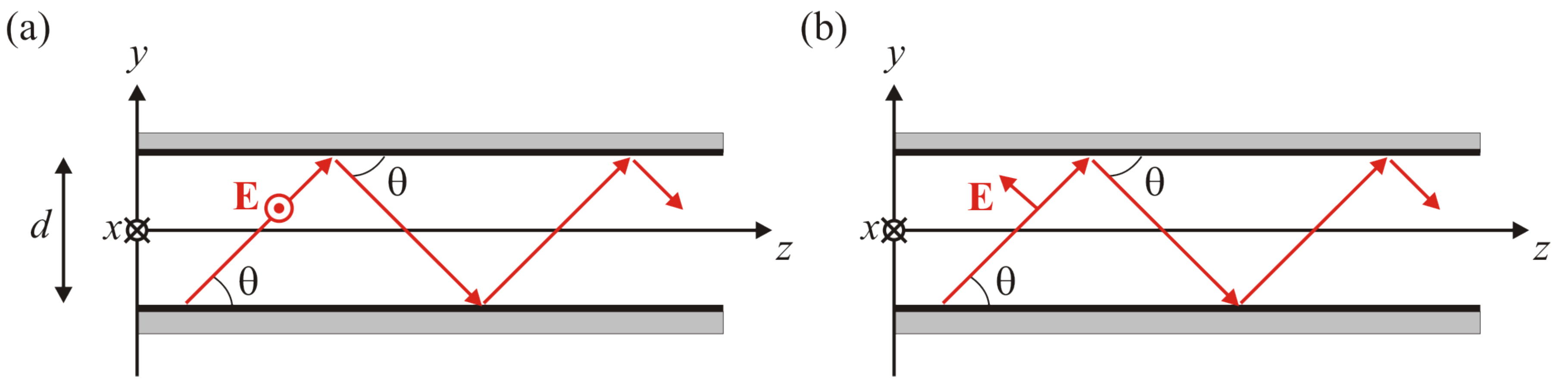
$$\beta_m^2 = \frac{\omega^2}{c^2} - \frac{m^2\pi^2}{d^2} \qquad \beta_m = \frac{\omega}{c}\sqrt{1 - m^2\frac{\omega_c^2}{\omega^2}}$$

- La vitesse de groupe est différente pour chaque mode:

$$v_m = d\omega/d\beta_m \qquad v_m = \frac{c^2\beta_m}{\omega} = c\sqrt{1 - m^2\frac{\omega_c^2}{\omega^2}}$$

- v_m diminue avec le numéro du mode (à fréquence fixe)
- Limitation de la bande passante d'un guide multimode!

Modes TM



- En composantes:

$$E_z(y,z) = \begin{cases} a_m\sqrt{\dfrac{2}{d}}\cos\left(m\pi\dfrac{y}{d}\right)e^{-j\beta_m z}\,, & m = 1,3,5,\ldots \\ a_m\sqrt{\dfrac{2}{d}}\sin\left(m\pi\dfrac{y}{d}\right)e^{-j\beta_m z}\,, & m = 2,4,6,\ldots\,, \end{cases}$$

$$E_y(y,z) = \begin{cases} a_m\sqrt{\dfrac{2}{d}}\cot\theta_m\cos\left(m\pi\dfrac{y}{d}\right)e^{-j\beta_m z}\,, & m = 1,3,5,\ldots \\ a_m\sqrt{\dfrac{2}{d}}\cot\theta_m\sin\left(m\pi\dfrac{y}{d}\right)e^{-j\beta_m z}\,, & m = 2,4,6,\ldots\,, \end{cases}$$

avec $a_m = \sqrt{2d}A_m$ pour m impaire et $a_m = j\sqrt{2d}A_m$ pour m paire.

Ingénierie optique

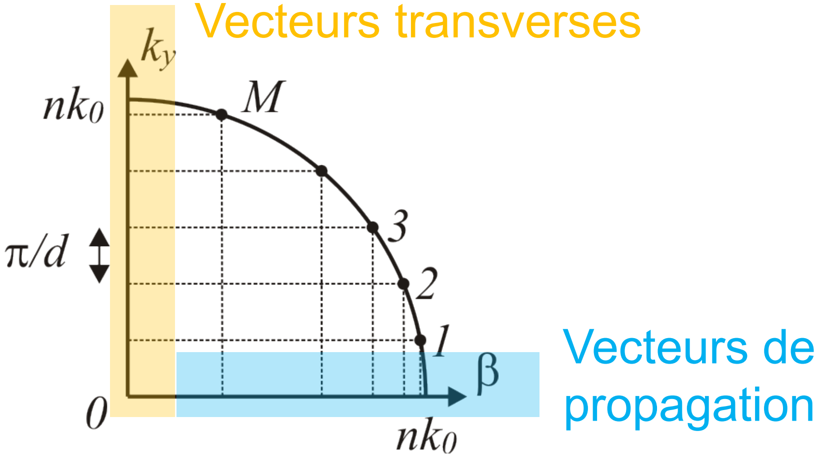
Semaine 8 – partie 4

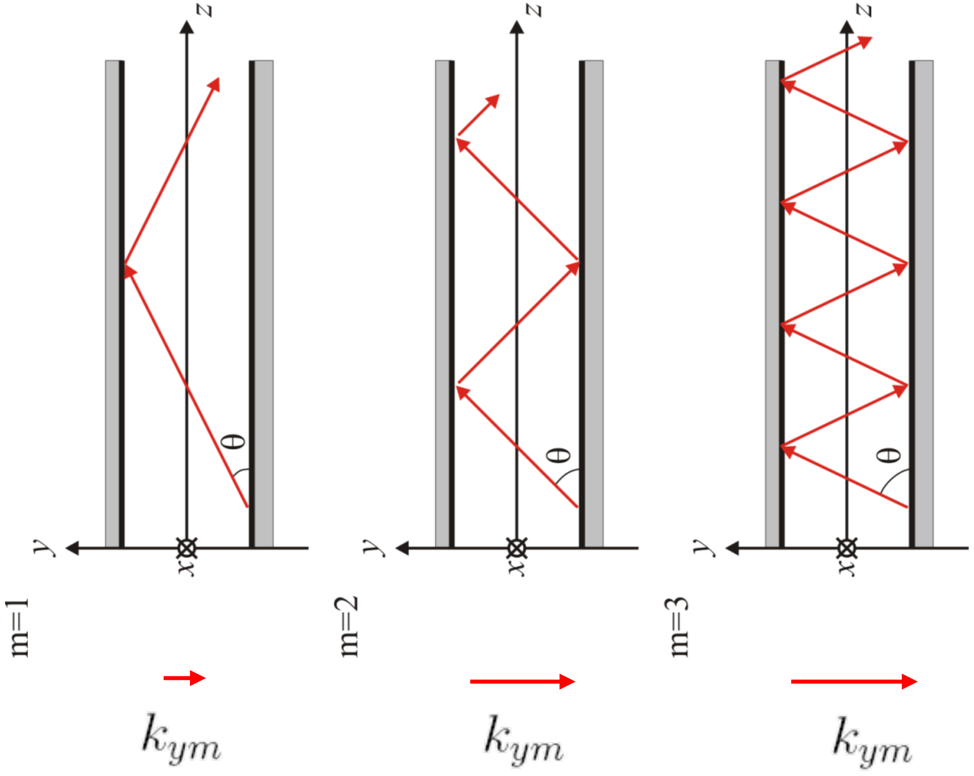
Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie

EPFL

Guide d'onde miroir (guide 1D)

- Les modes zig-zagent dans un plan



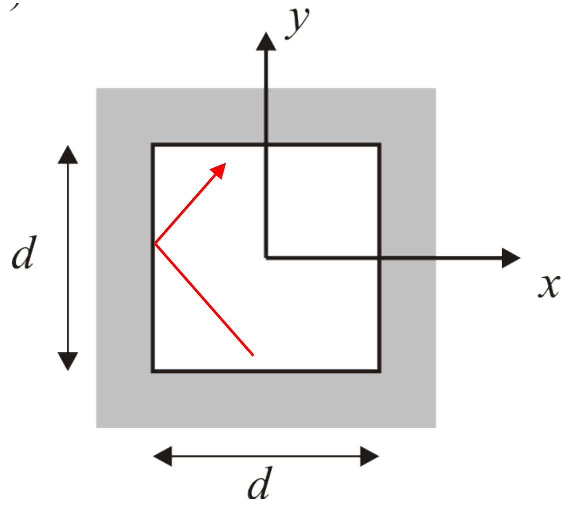


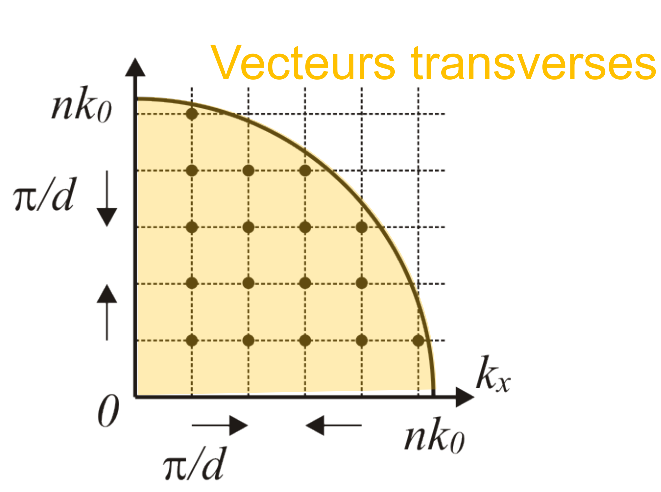
$$\beta_m^2 = k^2 - \frac{m^2\pi^2}{d^2}, \qquad m = 1, 2, 3, \ldots .$$

$$\boxed{n^2k_0^2 = \frac{n^2\omega^2}{c_0^2}}$$

Guide d'onde miroir carré (guide 2D)

- Les modes zig-zaguent dans les deux dimensions transverses $x - y$, tout en se propageant dans la direction z





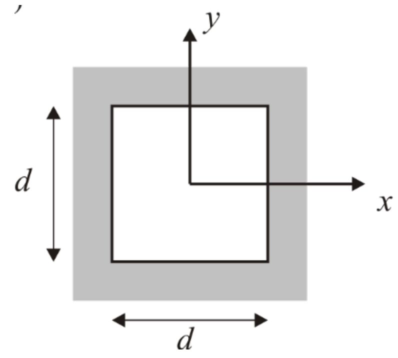
- La démarche est la même, mais avec deux composantes transverses:

$$\mathbf{k} = (k_x, k_y, k_z) = (k_x, k_y, \beta)$$

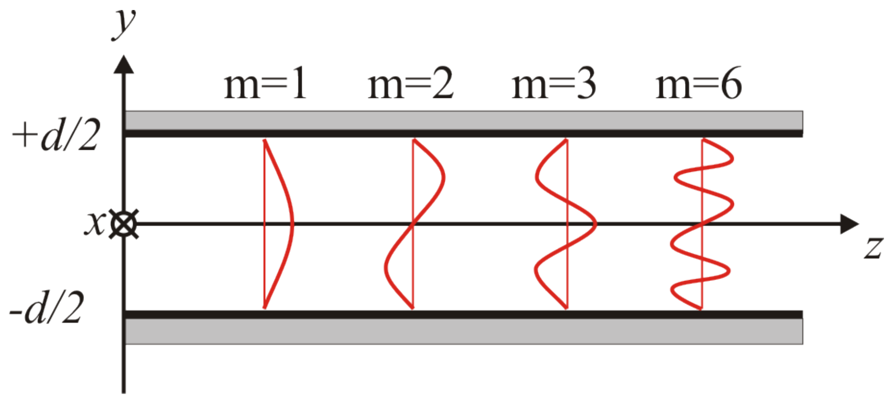
$$k_x^2 + k_y^2 + \beta^2 = n^2 k_0^2 = \frac{n^2\omega^2}{c_0^2}$$

$$\boxed{\begin{aligned} 2k_x d &= 2\pi m_x\,, \\ 2k_y d &= 2\pi m_y\,, \end{aligned}} \qquad \begin{aligned} m_x &= 1, 2, 3, \ldots \\ m_y &= 1, 2, 3, \ldots\,. \end{aligned}$$

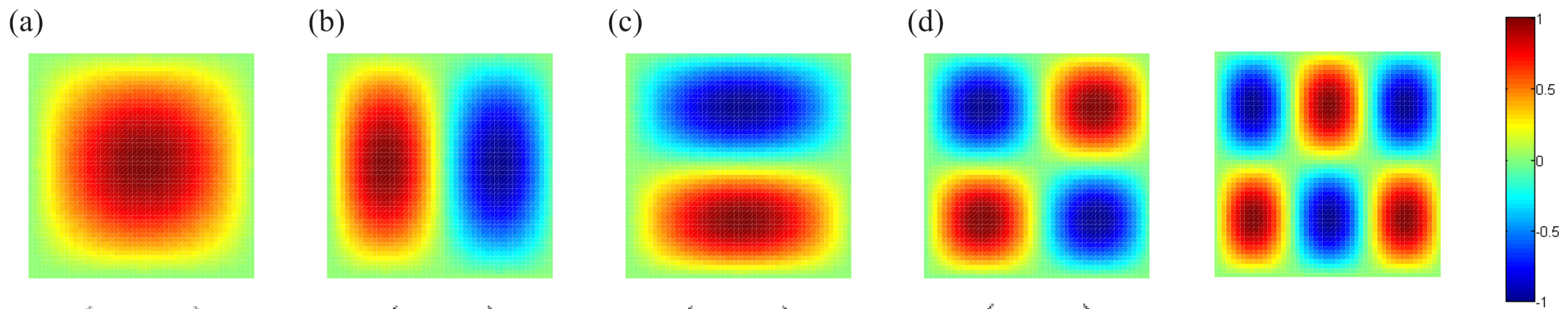
Guide d'onde miroir carré (guide 2D)



- On peut voir les modes 2D comme le produit de deux modes 1D:



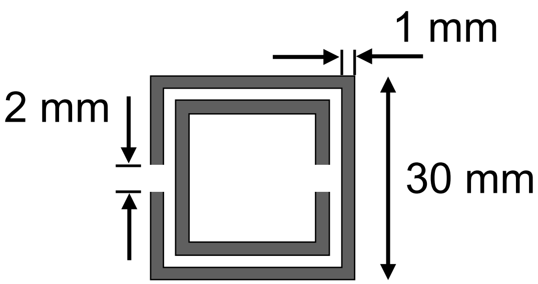
- Les modes 2D sont caractérisés par les indices (l, m)



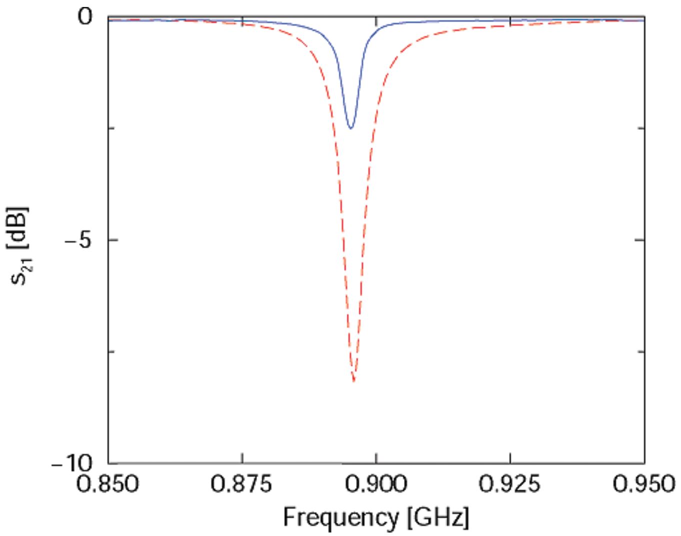
$(1,1)$ $(2,1)$ $(1,2)$ $(2,2)$ $(3,2)$

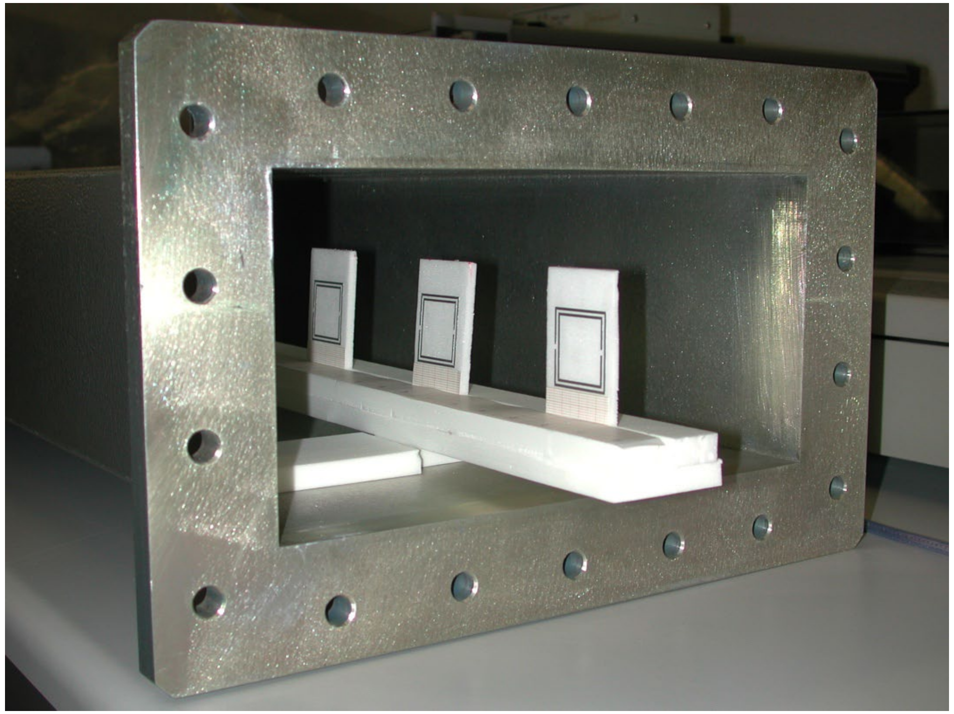
Guide d'onde miroir carré (guide 2D)

- Très utilisé pour les fréquences micro-onde:



- 5 μm thick Al foil
- Rohacell substrate (ε=1.07)

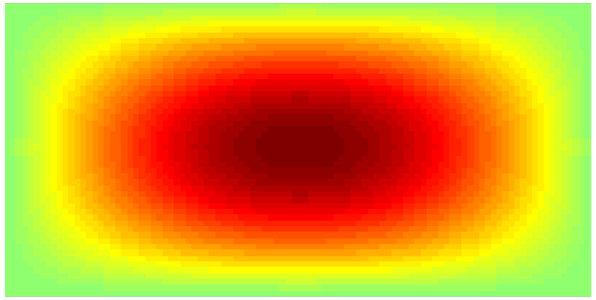




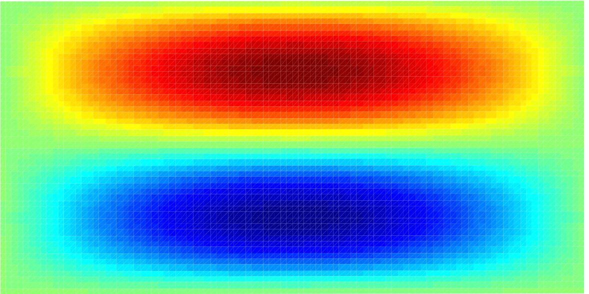
- SRRs in R9 waveguide, TE_{10} excitation:

Guide d’onde miroir rectangulaire (guide 2D)

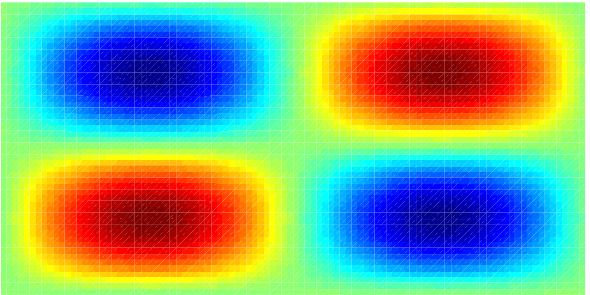
- Le principe reste le même avec les produits de modes 1D différents, selon les largeurs différentes du guide dans chaque direction:



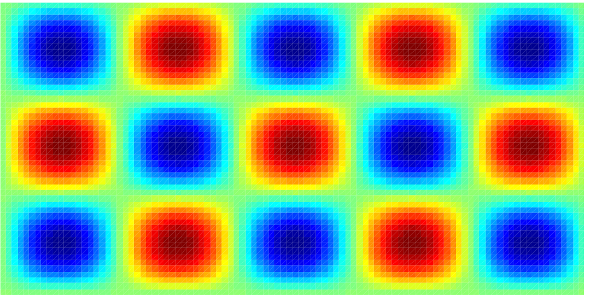
(1,1)



(1,2)



(2,2)



(5,3)

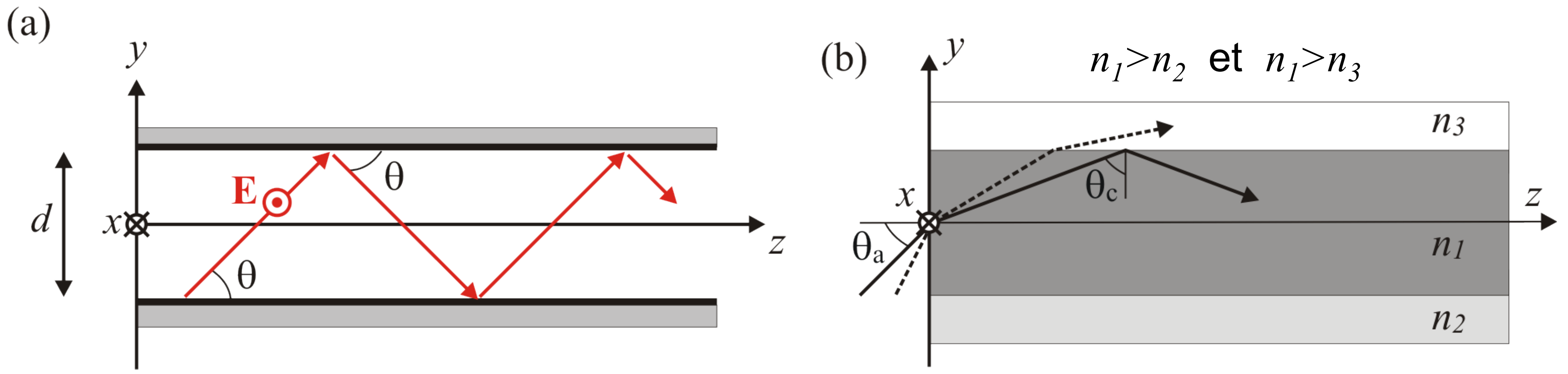
Ingénierie optique

Semaine 8 – partie 5

Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie

EPFL

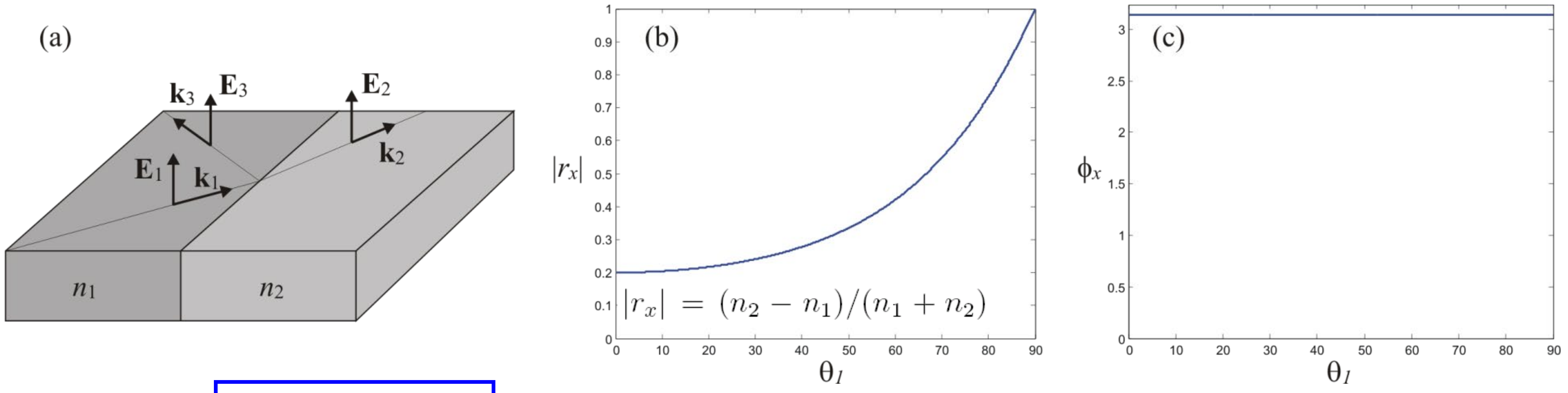
Guides miroirs → guides diélectriques



- Un miroir parfait est très difficile à réaliser à large échelle aux fréquences optiques
- Il est par contre possible de déposer des couches diélectriques avec une précision atomique → guide diélectrique
- Le guidage se fait alors par réflexion interne totale
- Il existe des configurations symétriques ($n_2 = n_3$) ou asymétriques ($n_2 \neq n_3$)
- Il existe un angle limite d'entrée dans le guide θ_a au-delà duquel les rayons ne se propagent pas (on parle aussi ici d'ouverture numérique, NA en anglais)

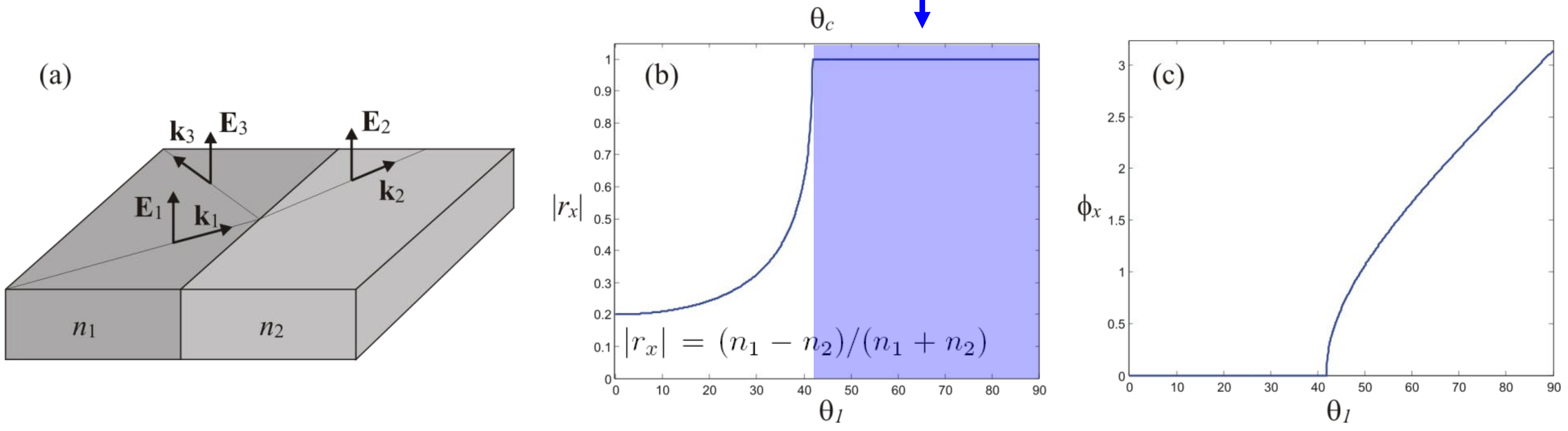
Coefficients de Fresnel – Champ TE

- Réflexion externe $(n_1 < n_2)$

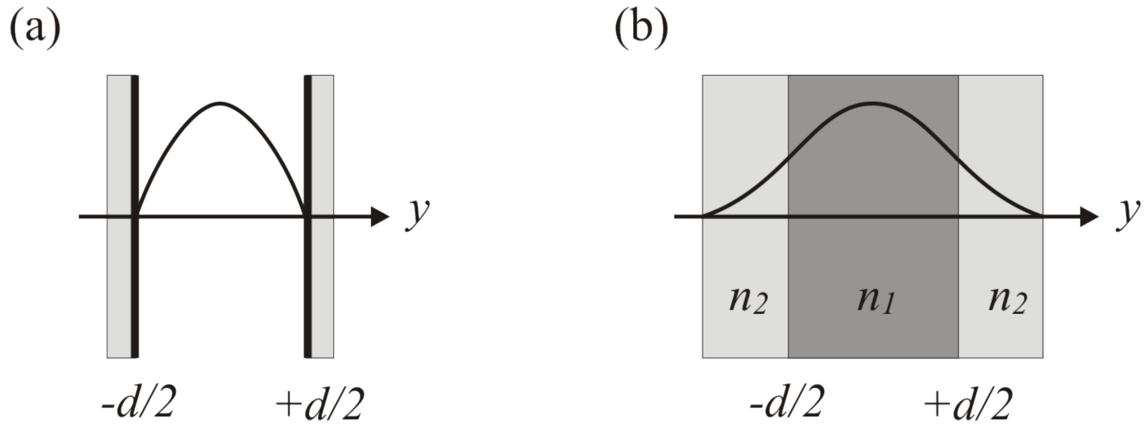


- Réflexion interne $\boxed{(n_1 > n_2)}$

angles possibles



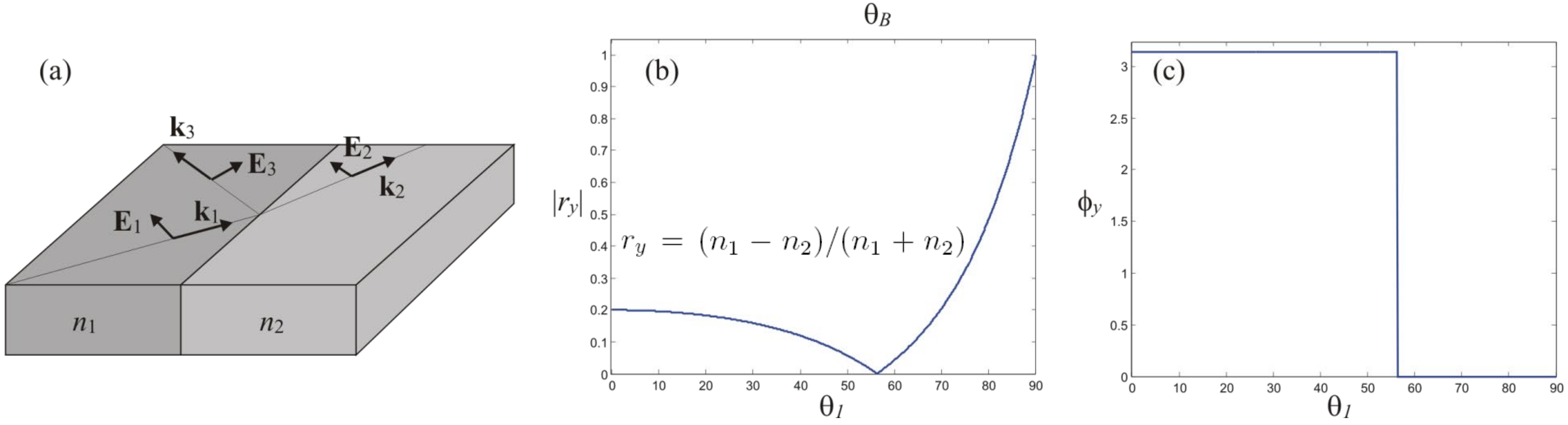
Guides miroirs – guides diélectriques



- Comme pour le guide miroir les conditions d'interfaces déterminent les modes
- Dans le cas du guide miroir:
  - le champ s'annule au bord du guide
- Dans le cas du guide diélectrique:
  - le champ s’annule à l'infini
  - continuité de certaines composantes du champ électromagnétique:
    - E parallèle aux interfaces et D perpendiculaire aux interfaces

Coefficients de Fresnel – Champ TM

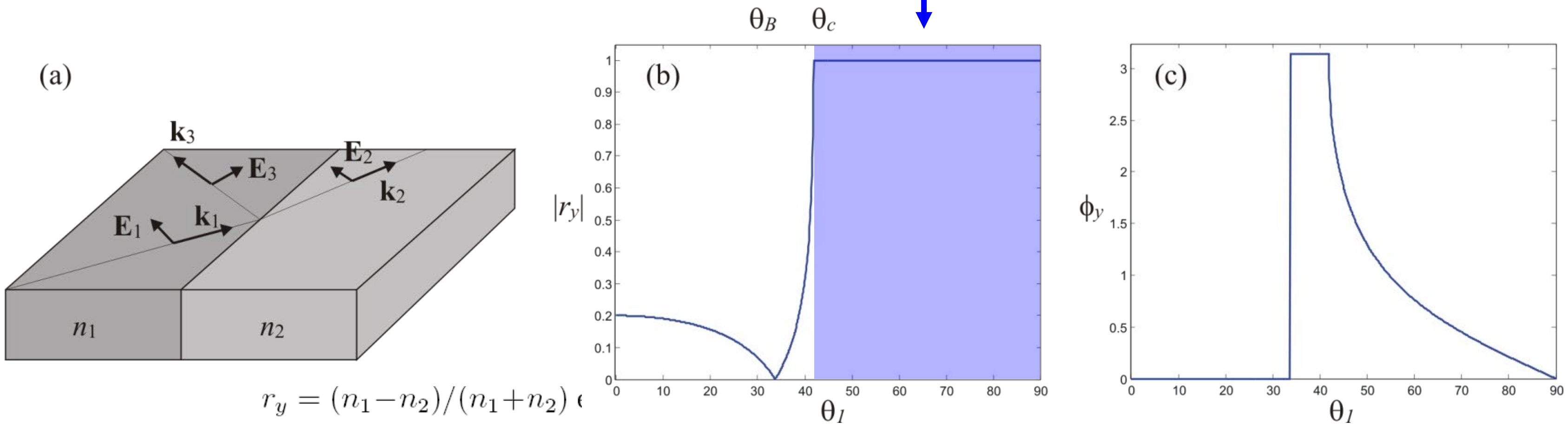
- Réflexion externe $(n_1 < n_2)$



- Réflexion interne $\boxed{(n_1 > n_2)}$

angles possibles

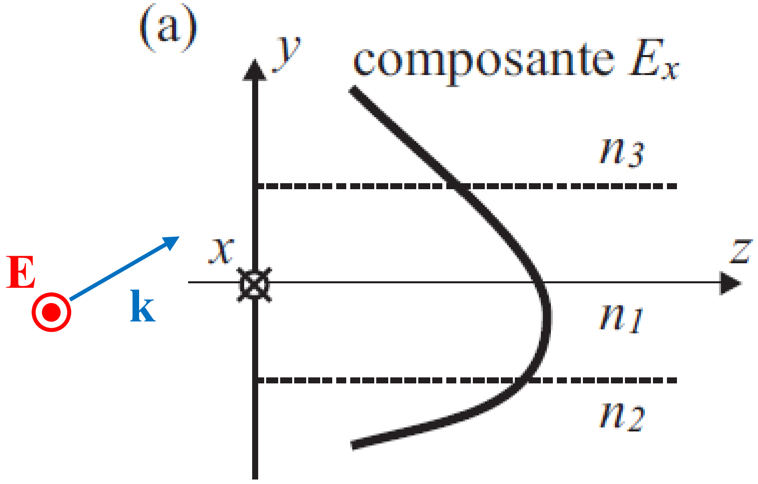
$$\theta_B = \arctan(n_2/n_1)$$



Olivier J.F. Martin

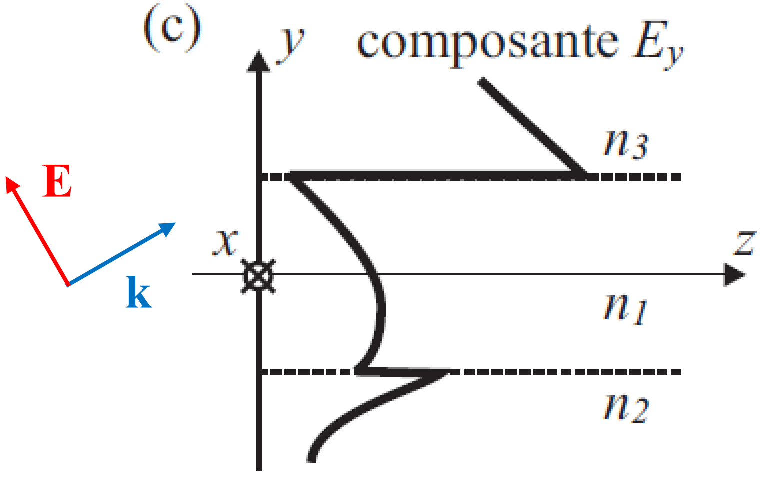
Guides diélectriques

- Conditions d'interface imposées par les équations de Maxwell:
- Modes TE:
  - seulement composante E_x



La composante E_x est continue

- Modes TM:
  - composante E_y dominante
  - petite composante E_z

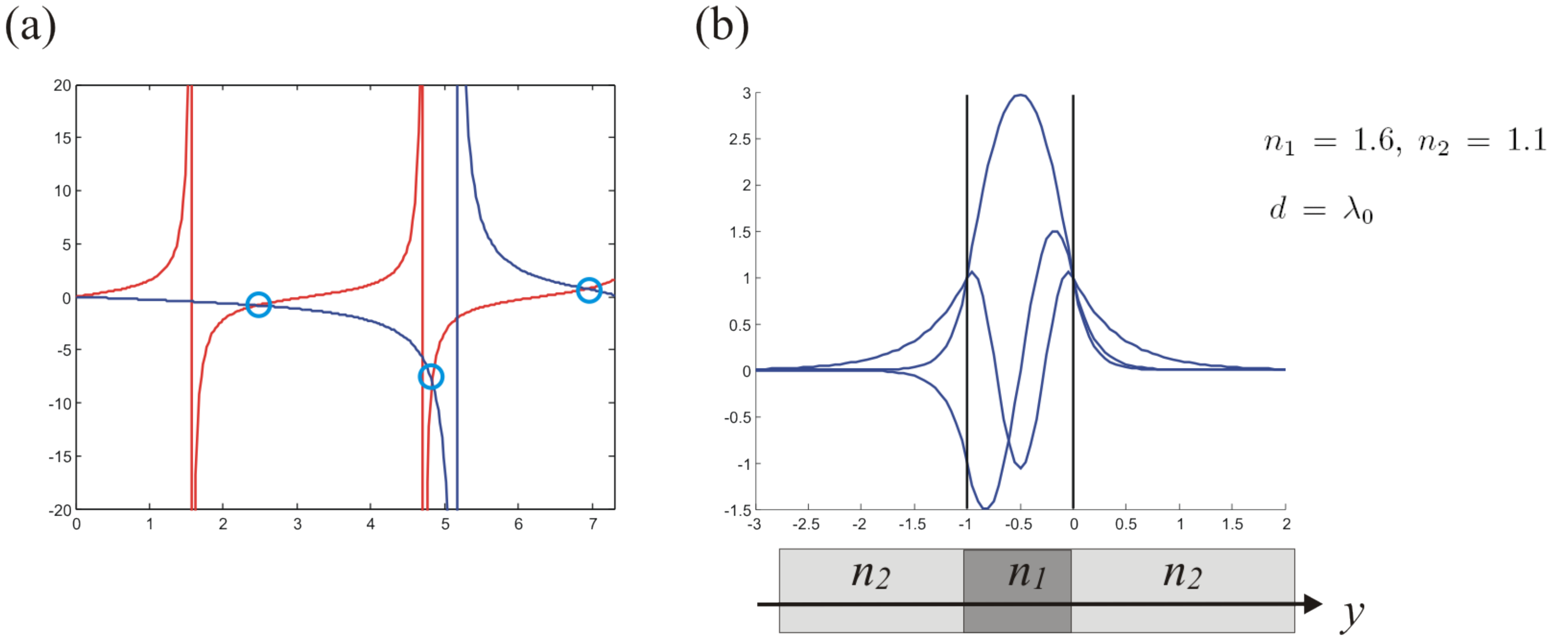


La composante E_y n'est pas continue:

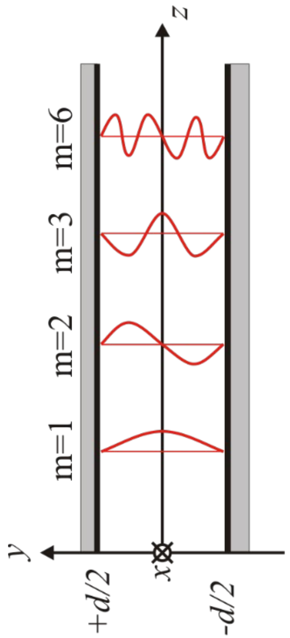
$$\boxed{\begin{aligned} \varepsilon_1 E_{1,y} &= \varepsilon_2 E_{2,y} \\ n_1^2 E_{1,y} &= n_2^2 E_{2,y} \end{aligned}}$$

La composante E_z est continue

Guides diélectriques planaires (guide 1D) – Profile du champ



Similitudes avec les modes du guide miroir – sauf au bord:



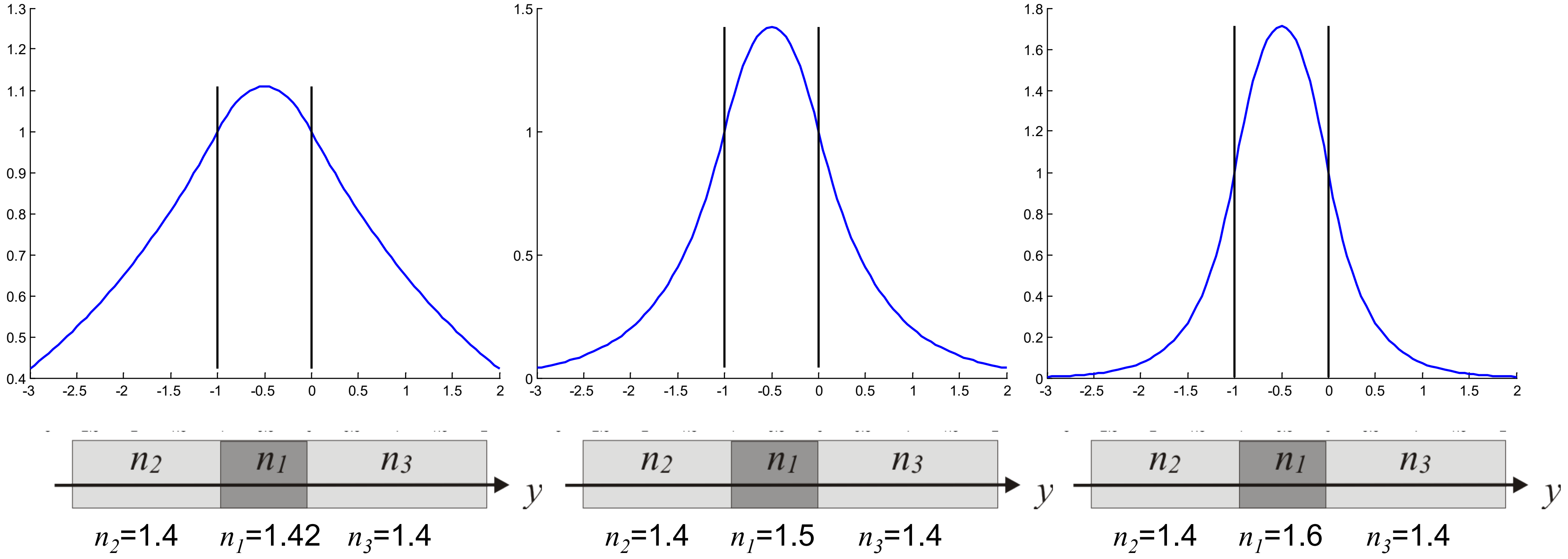
- Les modes doivent satisfaire une équation transcendante de la forme

$$\arctan \beta = \frac{1}{\sqrt{(\beta - \gamma)}}$$

- Résolution numérique seulement → détermination du vecteur de propagation β et de la forme du champ en résolvant une équation transcendante

Guides diélectriques planaires (guide 1D) – Profile du champ

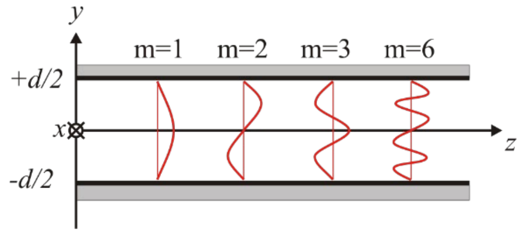
- Pour un guide symétrique, il existe toujours un mode TE



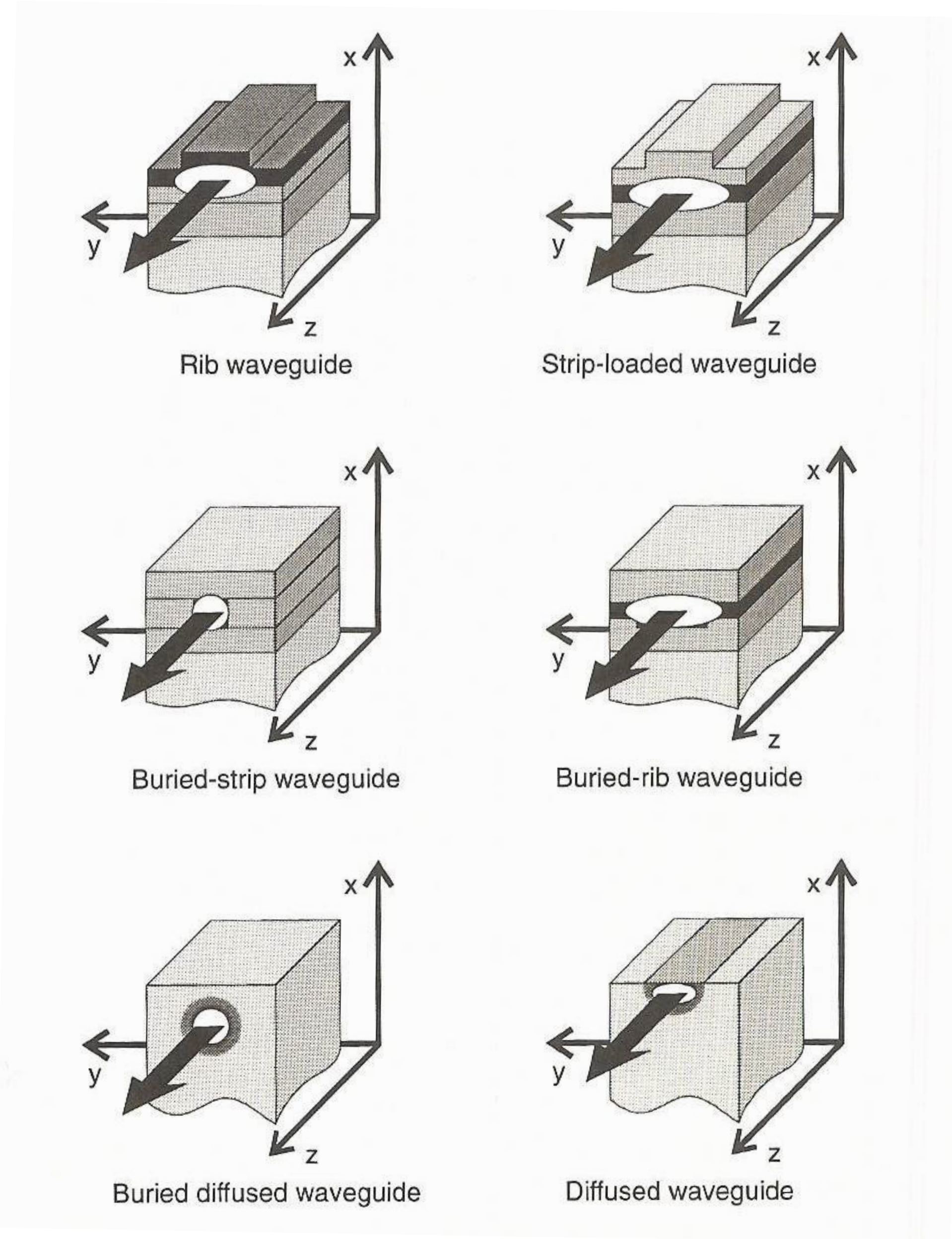
- Le nombre de modes augmente avec l'épaisseur du guide ou avec le contraste d'indice
- La lumière est guidée dans la région d'indice élevé

Guides diélectriques 2D

- Jusqu'à présent, nous avons considéré des guides qui ne confinent la lumière que dans une seule direction (guide 1D):



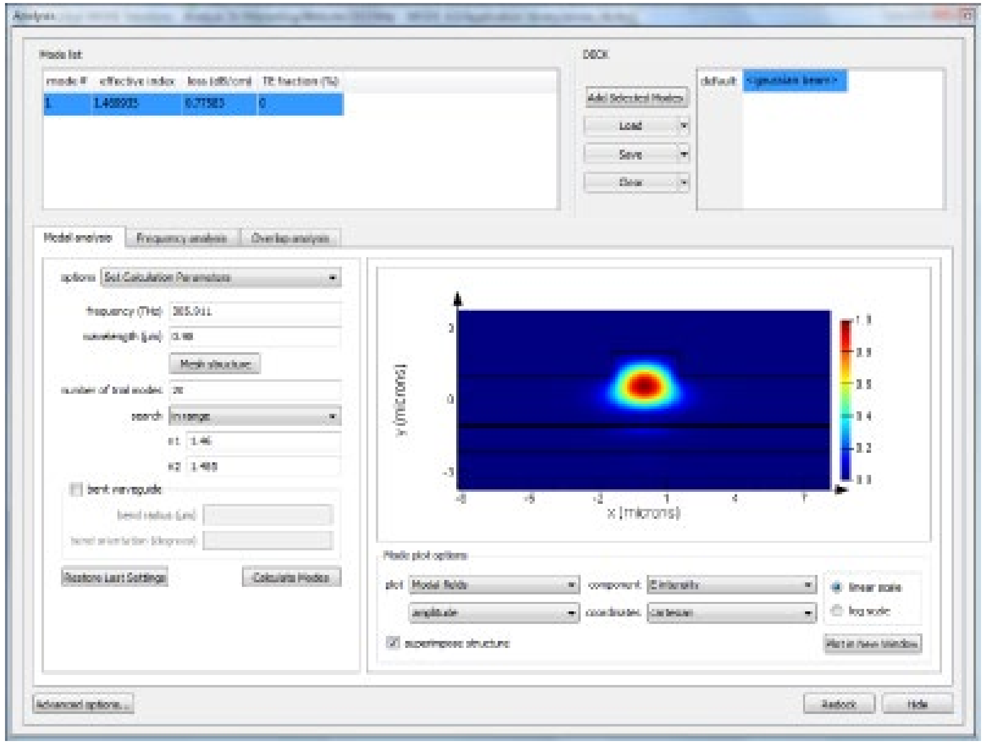
- Pour un guide 2D, le principe est toujours le même: on crée un région d'indice élevé, dans laquelle la lumière est guidée
- Des géométries variées existent qui permettent un confinement de la lumière dans les deux directions transverses et sa propagation dans la troisième direction



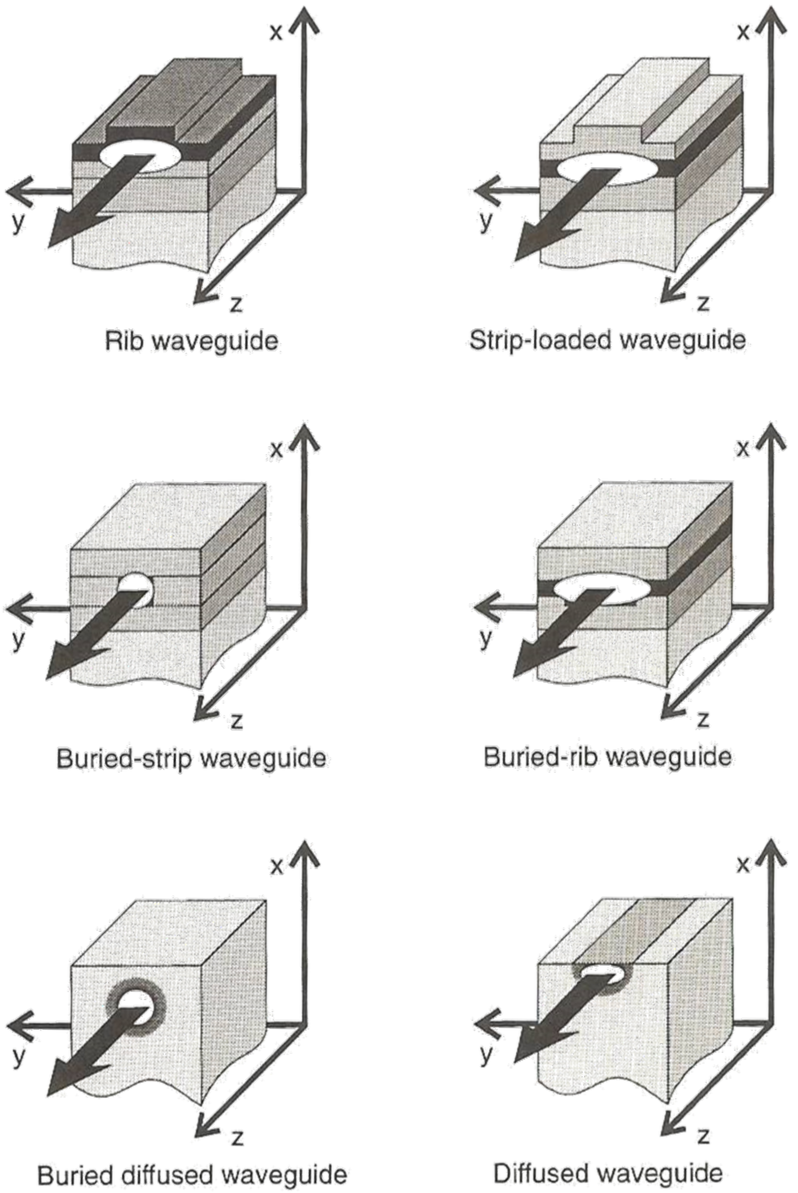
R.G. Hunsperger, Integrated optics: theory and technology (3rd Ed. Springer, 1991)

Guides diélectriques 2D

- On ne peut plus calculer les modes (semi)-analytiquement, il faut utiliser des méthodes numériques basées sur un maillage en éléments finis ou en différences finies de la section du guide:



www.lumerical.com



R.G. Hunsperger, Integrated optics: theory and technology (3rd Ed. Springer, 1991)