

Ingénierie optique

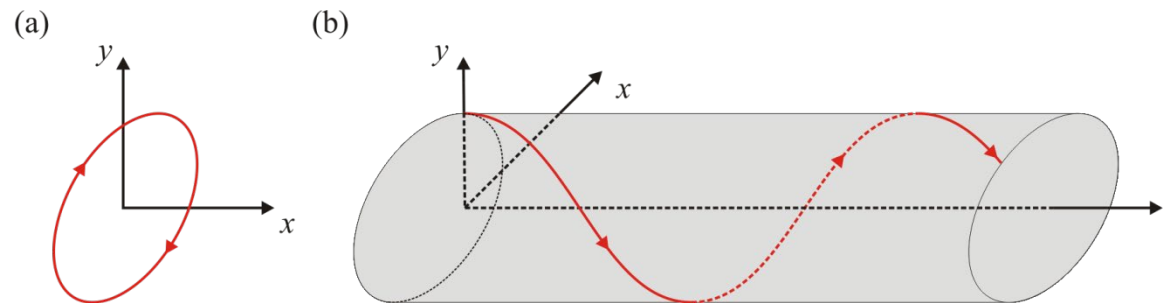
Semaine 7 – partie 1

Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie



Polarisation de la lumière

- On s'intéresse à des ondes planes, le champ électromagnétique est toujours transverse (perpendiculaire à la direction de propagation)
- La polarisation linéaire est un cas très particulier, où l'extrémité du vecteur du champ électrique décrit une ligne
- En général, la polarisation est elliptique: l'extrémité du champ électrique décrit une ellipse
- Le sens de rotation du vecteur du champ électrique est différent dans le temps et dans l'espace (signes différents pour le temps et l'espace dans les équations)



Polarisation de la lumière

$$\begin{aligned} E_x(z, t) &= a_x \cos(-kz + \omega t + \phi_x) \\ E_y(z, t) &= a_y \cos(-kz + \omega t + \phi_y) \end{aligned} \quad \phi = \phi_y - \phi_x$$

- On se concentre sur le sens de rotation dans le temps (lorsque la lumière vient vers nous):
 - Rotation dans le sens des aiguilles d'une montre → polarisation à droite
 - Rotation dans le sens contraire des aiguilles d'une montre → polarisation à gauche
- On peut décomposer cette ellipse selon deux axes → deux composantes du champ électrique
- La différence de phase ϕ entre ces deux composantes détermine la polarisation de la lumière

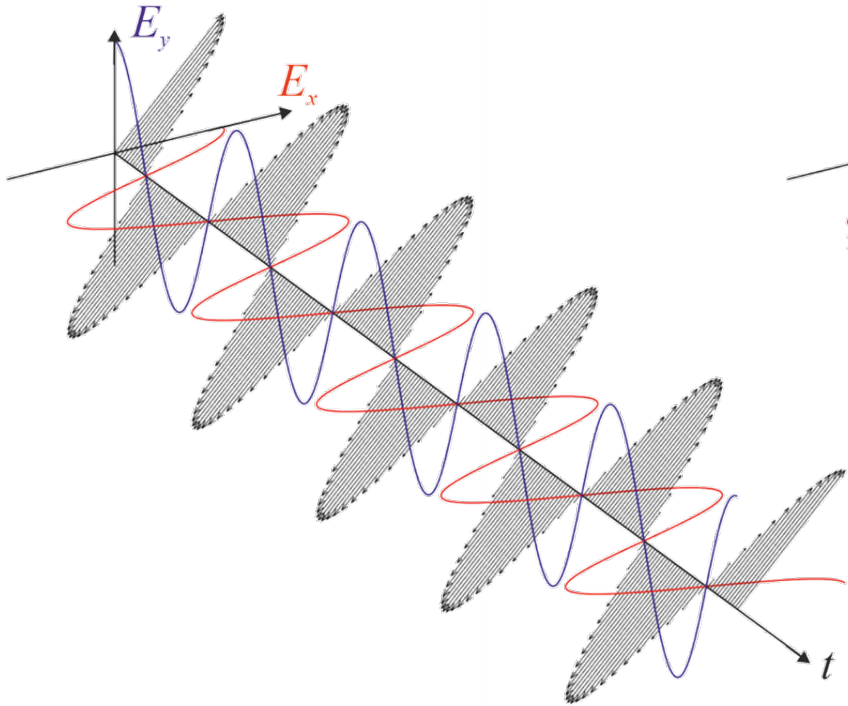
Onde polarisée circulairement (évolution dans le temps)

- Il est intéressant d'observer l'évolution de chaque composante du champ:

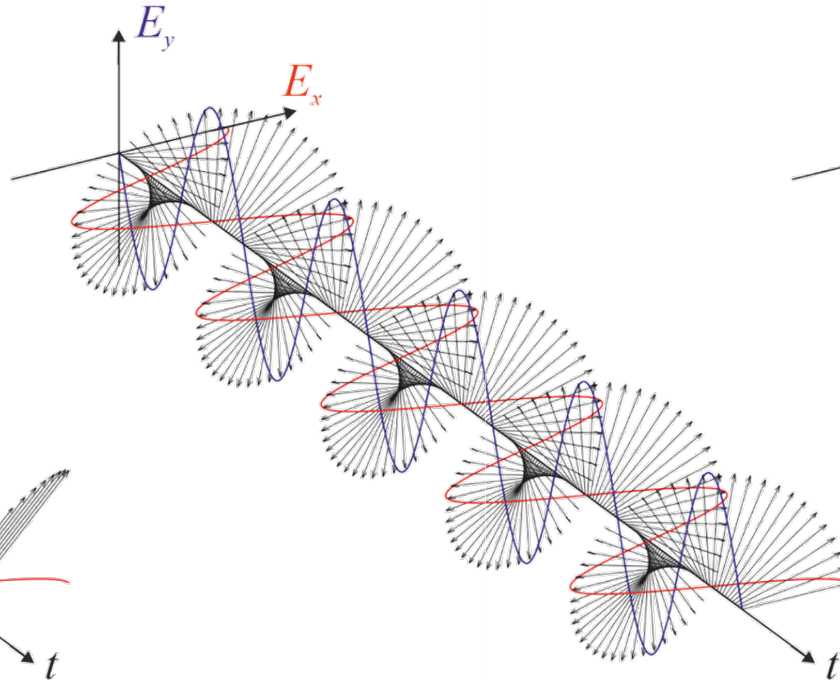
$$a_x = 1, a_y = 1, \phi = 0$$

$$a_x = 1, a_y = 1, \phi = \pi / 2$$

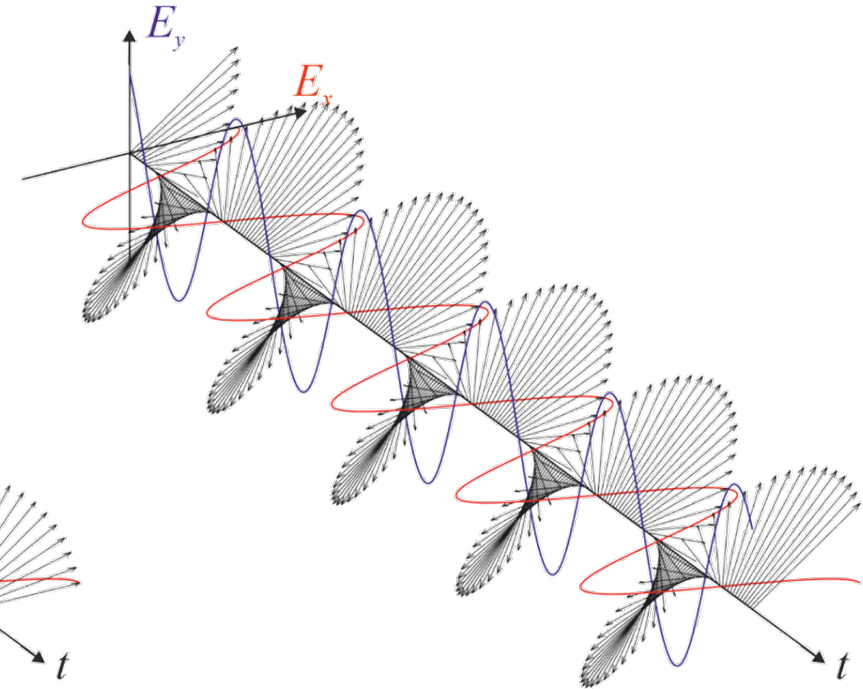
$$a_x = 1, a_y = 1, \phi = \pi / 4$$



Polarisation linéaire à 45°



Polarisation circulaire à droite
(rotation dans le sens des aiguilles d'une
montre)

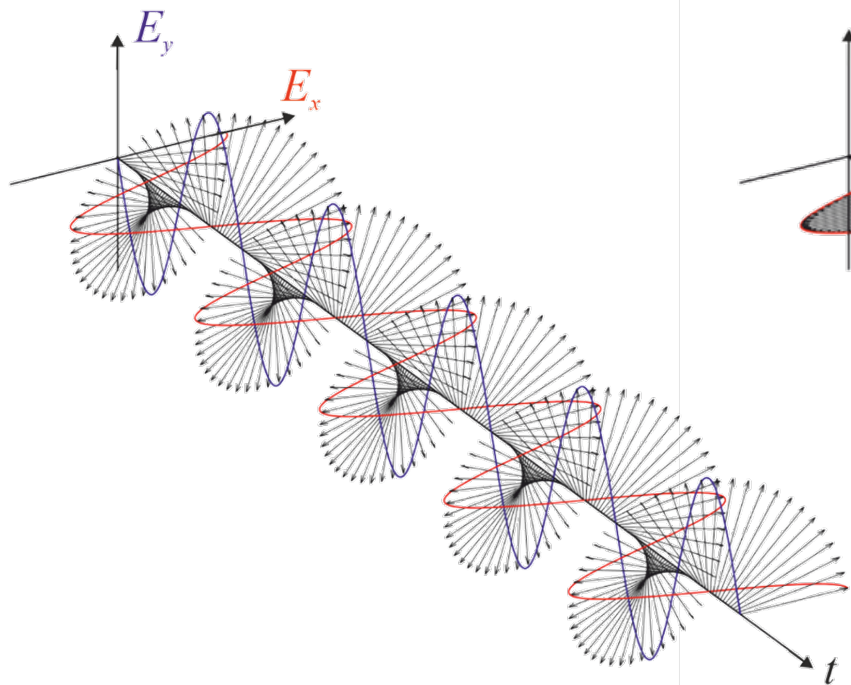


Polarisation elliptique à droite
(rotation dans le sens des aiguilles d'une
montre)

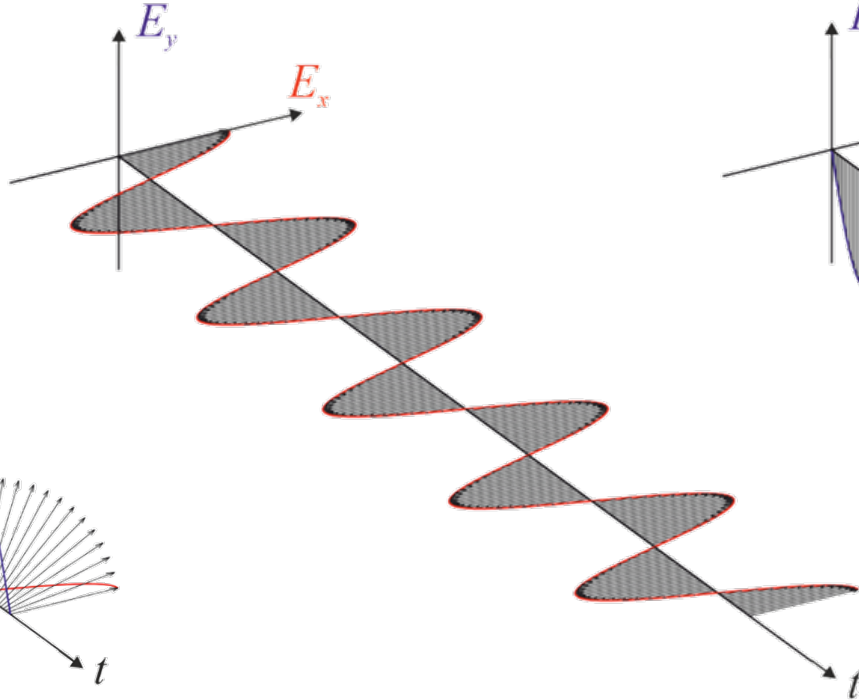
Polariseurs – Première prise de contact

- Considérons une onde polarisée circulairement à droite; si on ne garde qu'une composante du champ, l'onde devient polarisée linéairement:

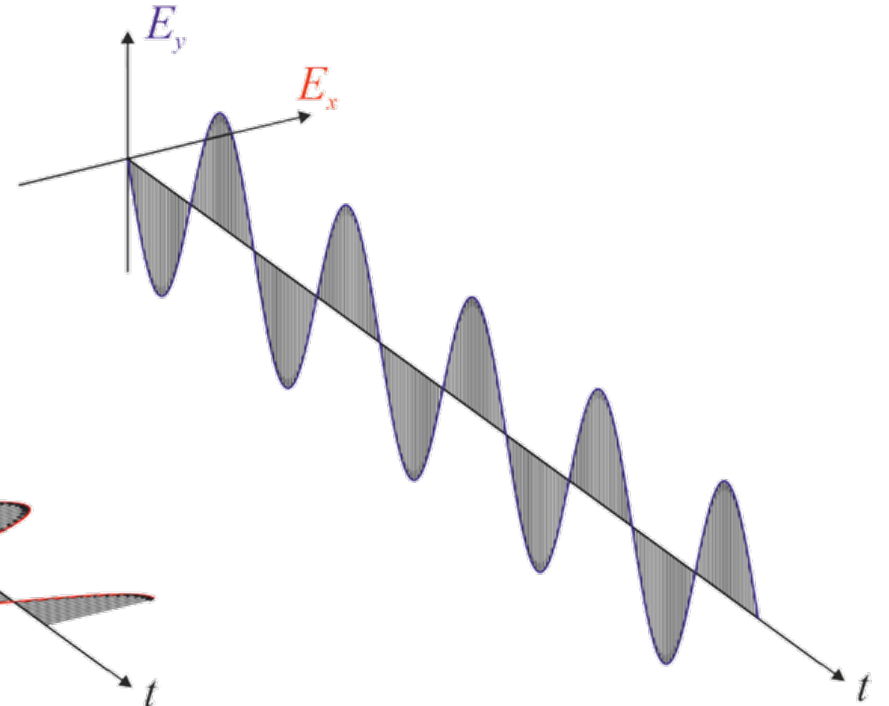
$$a_x = 1, a_y = 1, \phi = \pi / 2$$



Polarisation circulaire à droite
(rotation dans le sens des aiguilles d'une
montre)



Polarisation linéaire
horizontale



Polarisation linéaire
verticale

Ingénierie optique

Semaine 7 – partie 2

Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie



Vecteurs de Jones

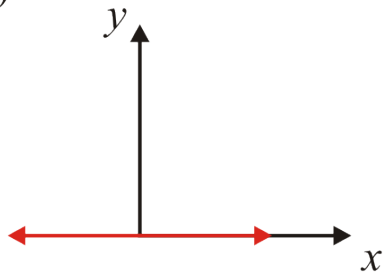
$$\mathbf{E}(z, t) = \begin{pmatrix} E_x(z, t) \\ E_y(z, t) \end{pmatrix} = \mathbf{A} e^{-jkz} e^{j\omega t} = \begin{pmatrix} \tilde{a}_x \\ \tilde{a}_y \end{pmatrix} e^{-jkz} e^{j\omega t} = \begin{pmatrix} a_x e^{j\phi_x} \\ a_y e^{j\phi_y} \end{pmatrix} e^{-jkz} e^{j\omega t} = \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \end{pmatrix} e^{-jkz} e^{j\omega t}$$

- Les vecteurs de Jones permettent de caractériser la polarisation de la lumière:

$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} A_x \\ A_y \end{pmatrix}$$

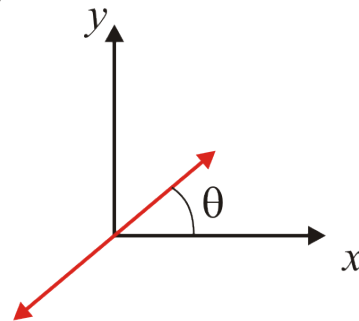
- Quelques cas particuliers pour $|A_x|^2 + |A_y|^2 = 1$:

(a)



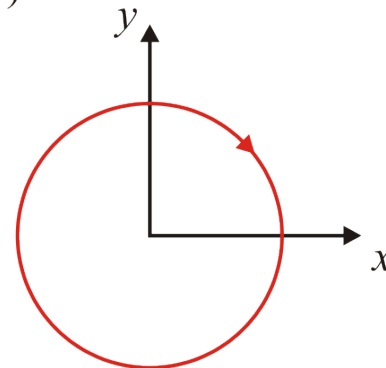
$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

(b)



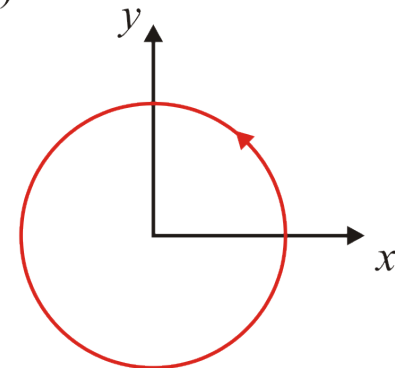
$$\mathbf{J} = \begin{pmatrix} \cos \theta \\ \sin \theta \end{pmatrix}$$

(c)



$$\mathbf{J} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ j \end{pmatrix}$$

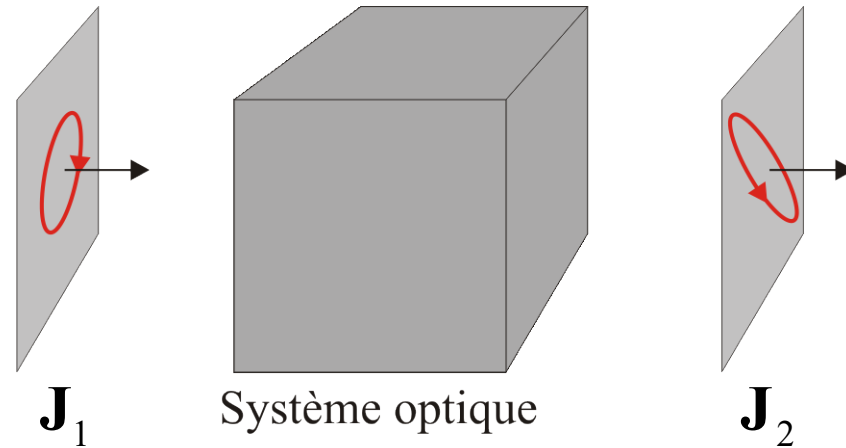
(d)



$$\mathbf{J} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ -j \end{pmatrix}$$

Matrices de Jones

- Les matrices de Jones indiquent comment un système optique modifie la polarisation de la lumière (i.e. le vecteur de Jones):



- On suppose une relation linéaire $\mathbf{J}_2 = \mathbf{T} \cdot \mathbf{J}_1$:

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{21} & T_{22} \end{pmatrix}$$

Matrices de Jones

- Quelques éléments optiques particuliers

- polariseur linéaire (selon x): $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

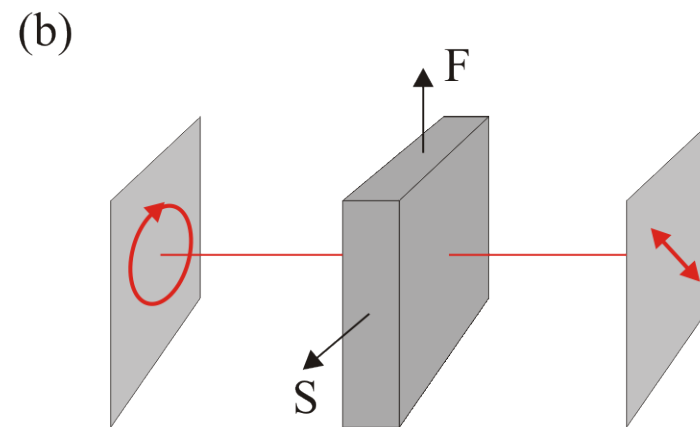
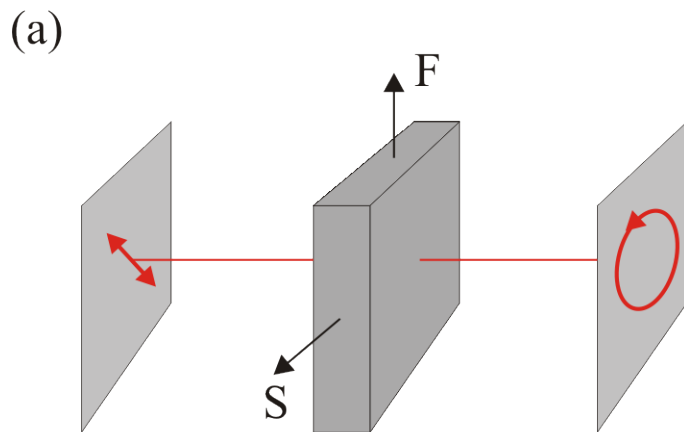
- polariseur à un angle θ : $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta & \cos \theta \sin \theta \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \end{pmatrix}$

- retardateur (avec une phase Γ): $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-j\Gamma} \end{pmatrix}$

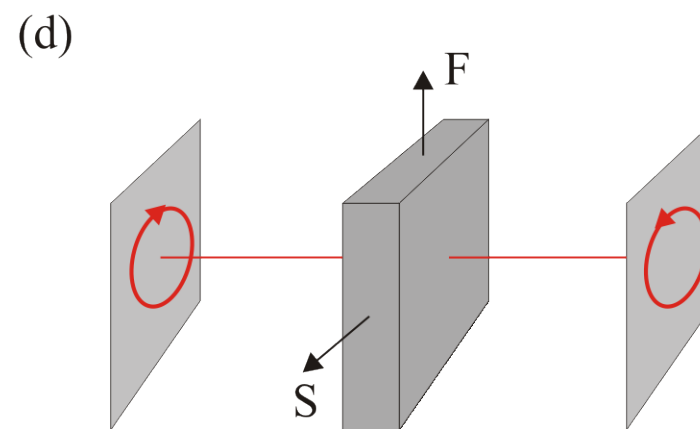
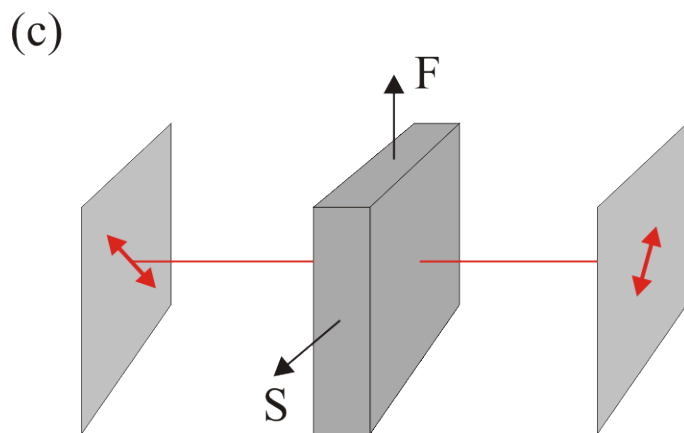
- rotateur (tourne la polarization d'un angle θ): $\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \cos \theta & -\sin \theta \\ \sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}$

Retardateurs – lame quart d'onde et demi-onde

Quart d'onde
($\Gamma = \pi/2$)



Demi-onde
($\Gamma = \pi$)



Ingénierie optique

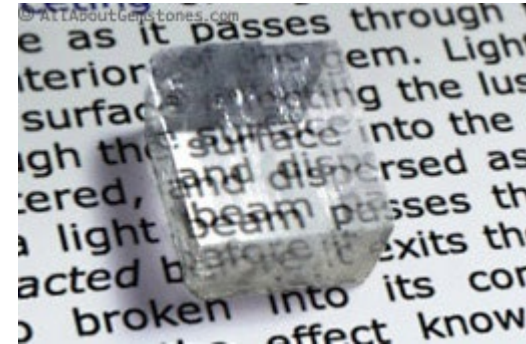
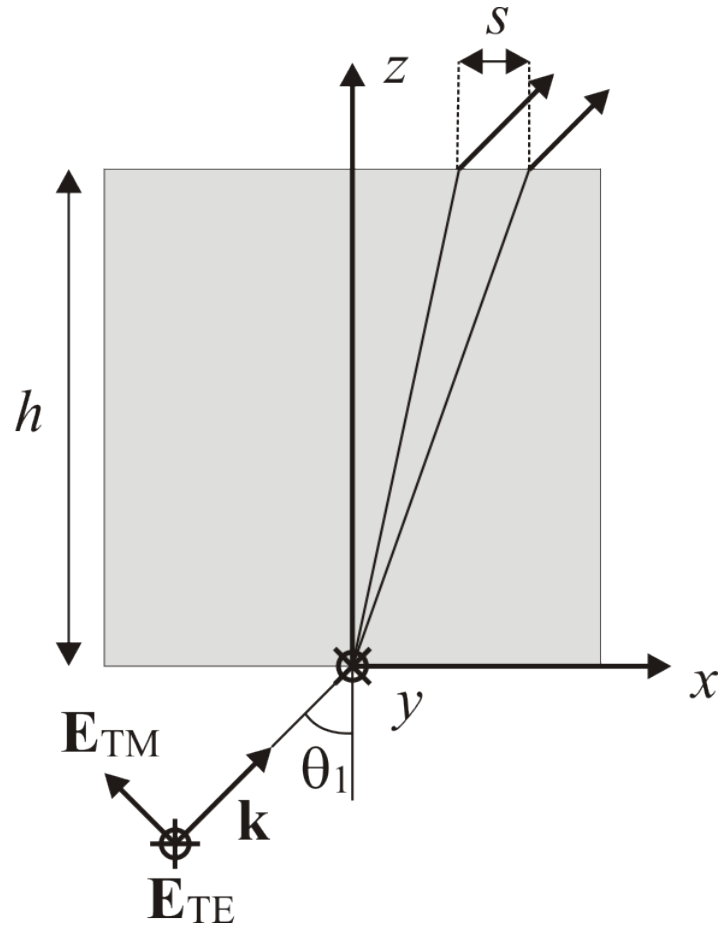
Semaine 7 – partie 3

Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie



Birefringence

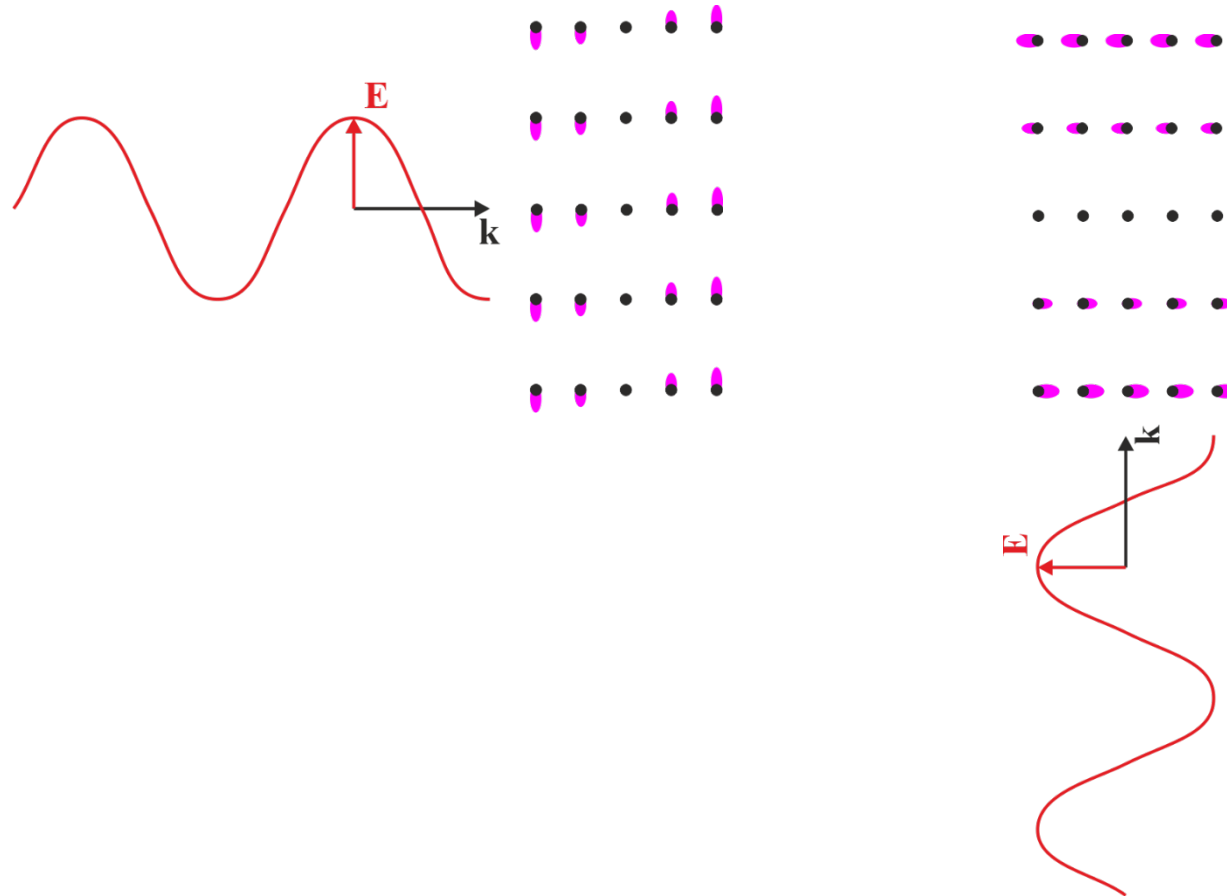
- Chaque polarisation voit un autre cristal (un autre indice de réfraction) et est donc réfractée différemment



Matériau anisotrope

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \epsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \epsilon_0 \epsilon_r(\mathbf{r}, t) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \epsilon_0 (1 + \chi(\mathbf{r}, t)) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$$

- L'interaction dépend de l'orientation du champ électrique par rapport au crystal



Matériaux anisotropes

- C'est le champ $\mathbf{D}$ qui caractérise la réponse de la matière:

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \epsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \epsilon_0 \epsilon_r(\mathbf{r}, t) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \epsilon_0 (1 + \chi(\mathbf{r}, t)) \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$$

- Pour un cristal, la permittivité devient tensorielle:

$$\begin{pmatrix} D_x \\ D_y \\ D_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon_{xx} & \epsilon_{xy} & \epsilon_{xz} \\ \epsilon_{yx} & \epsilon_{yy} & \epsilon_{yz} \\ \epsilon_{zx} & \epsilon_{zy} & \epsilon_{zz} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{pmatrix}$$

- On peut cependant toujours la diagonaliser dans les axes principaux du cristal (axes cristallographiques):

$$\begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon_1 & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_2 & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix}$$

- Matériau isotrope: 1 seul indice de réfraction

$$\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon_3 = \epsilon \quad D = \epsilon E = \epsilon_0 \epsilon_r E \quad n = \sqrt{\epsilon_r}$$

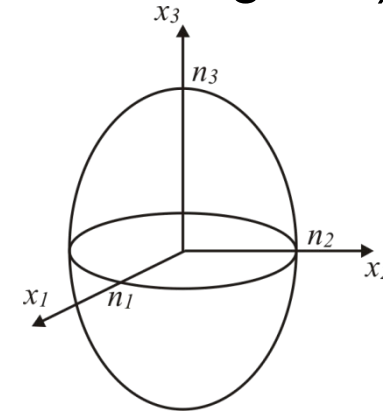
Matériaux anisotropes

- Matériau anisotrope: 3 indices de réfraction différents

$$n_1 = \sqrt{\epsilon_1/\epsilon_0} \quad n_2 = \sqrt{\epsilon_2/\epsilon_0} \quad n_3 = \sqrt{\epsilon_3/\epsilon_0}$$

- Ellipsoïde d'indices (axes principaux, dans lesquels ϵ est diagonal):

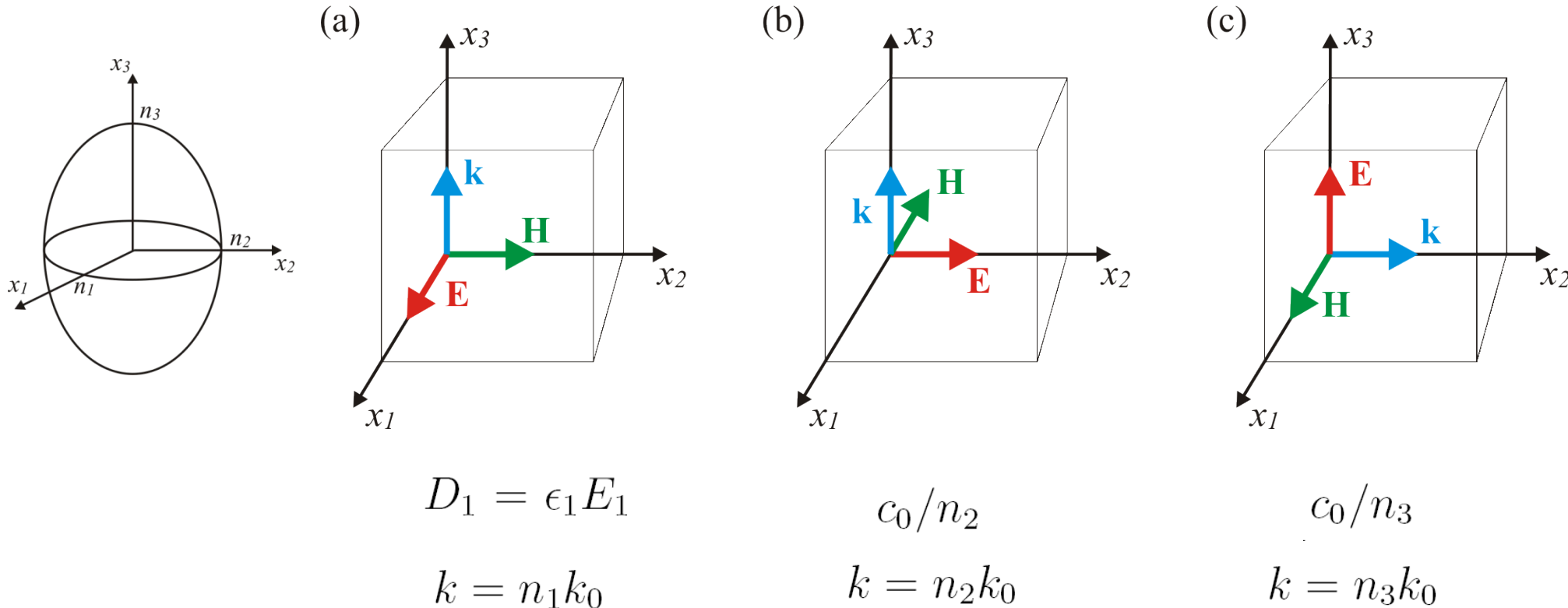
$$\frac{x_1^2}{n_1^2} + \frac{x_2^2}{n_2^2} + \frac{x_3^2}{n_3^2} = 1$$



- Il existe donc trois familles de matériaux:
 - anisotrope ou biaxial (trois indices différents)
 - uniaxial ($n_1 = n_2 \neq n_3$) (deux indices identiques, la plupart des cristaux)
 - isotrope ($n_1 = n_2 = n_3$) (l'ellipsoïde d'indices est une sphère)

Propagation le long d'un axe principal

- C'est la relation avec le champ électrique (pas avec la direction de propagation) qui détermine l'indice de réfraction, donc la vitesse de propagation et le vecteur d'onde

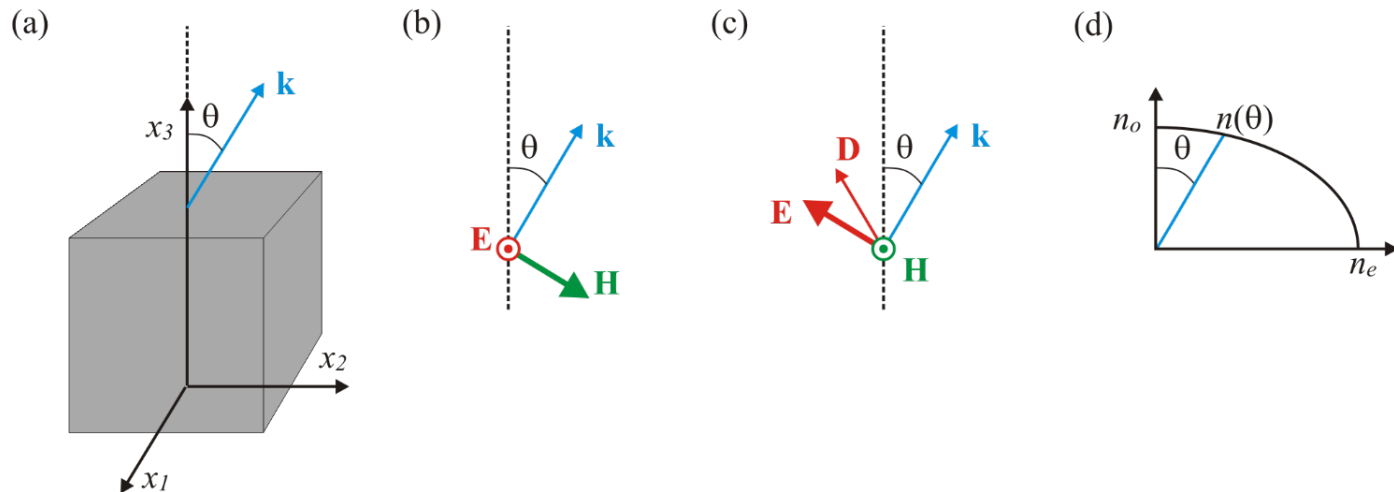


Cristal uni-axial

- Beaucoup de cristaux utilisés en optique ont une direction privilégiée qui correspond à la direction de croissance et sont isotropes dans les deux autres directions
- Un indice extraordinaire ϵ_e , n_e et deux indices ordinaires ϵ_o , n_o :

$$\begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \epsilon_o & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_o & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_e \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \end{pmatrix} \quad n = \sqrt{\epsilon_r}$$

- La propagation selon les axes donne un indice ordinaire ou extraordinaire
- Pour une autre direction de propagation, on observe un indice intermédiaire entre n_o et n_e :



Ingénierie optique

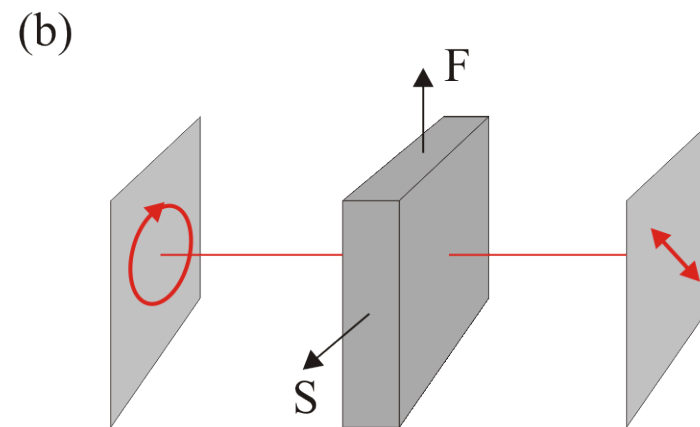
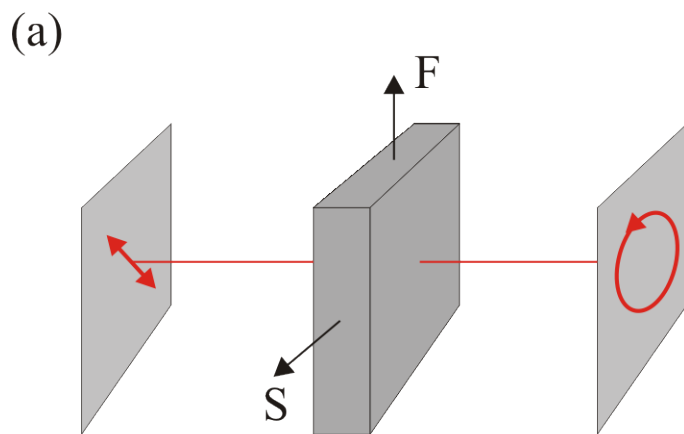
Semaine 7 – partie 4

Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie

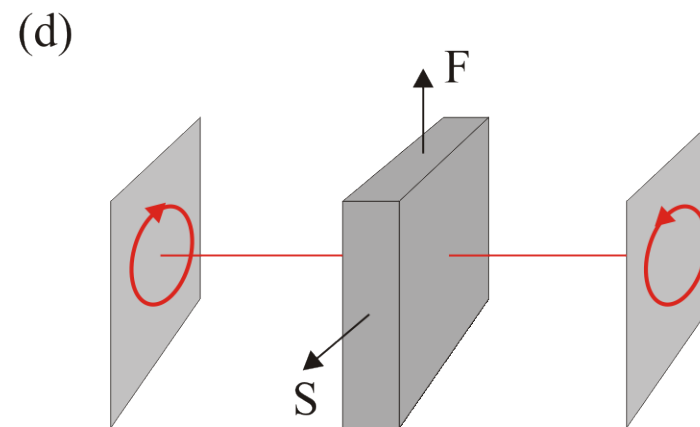
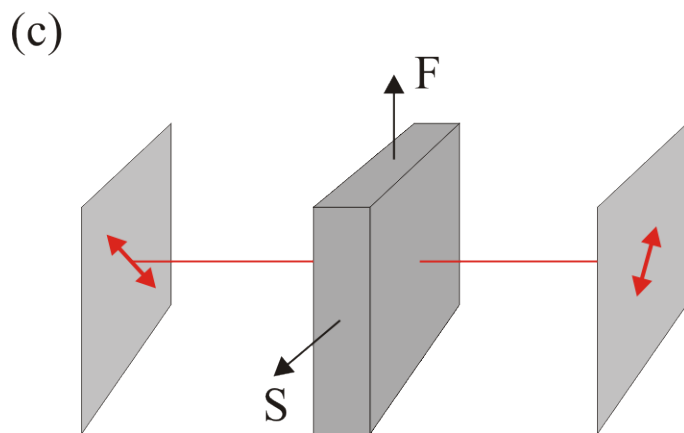


Retardateurs – lame quart d'onde et demi-onde

Quart d'onde
($\Gamma = \pi/2$)

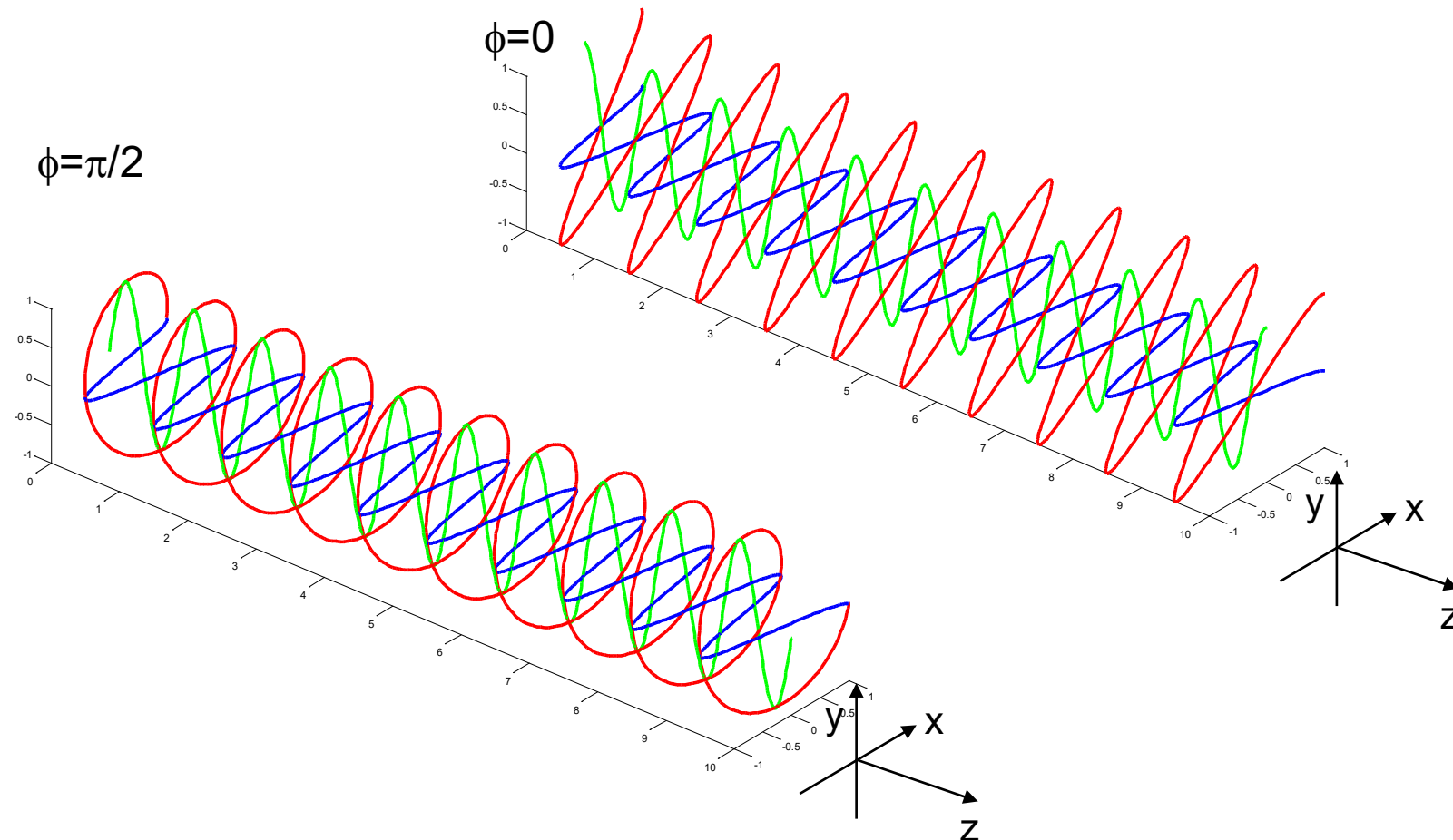


Demi-onde
($\Gamma = \pi$)



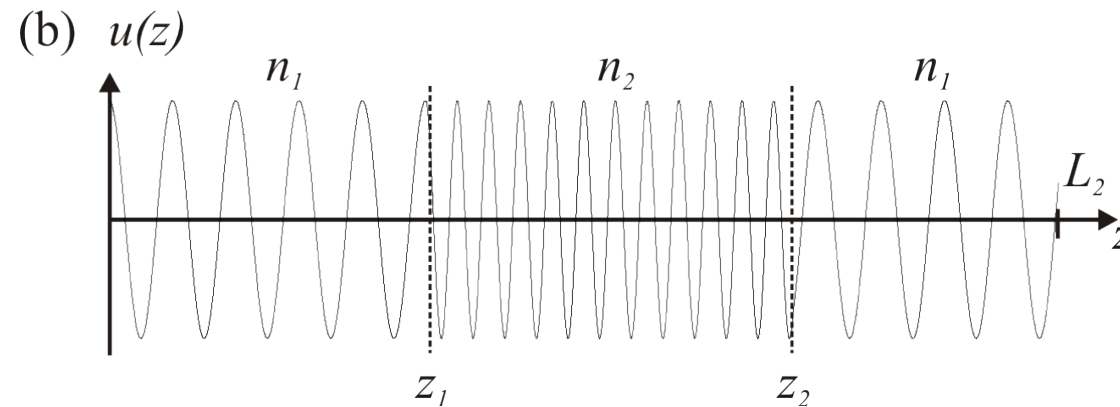
Polarisation – Matériau isotrope

- La différence de phase ϕ entre les composantes transverses du champ électrique détermine la polarisation
- ϕ reste constant, la polarisation ne change pas dans un matériau isotrope



Rappel: accumulation de la phase

- Comme la longueur d'onde dépend du milieu, la phase accumulée dépend aussi du milieu:
 - plus rapide lorsque n est grand
 - plus lente lorsque n est petit

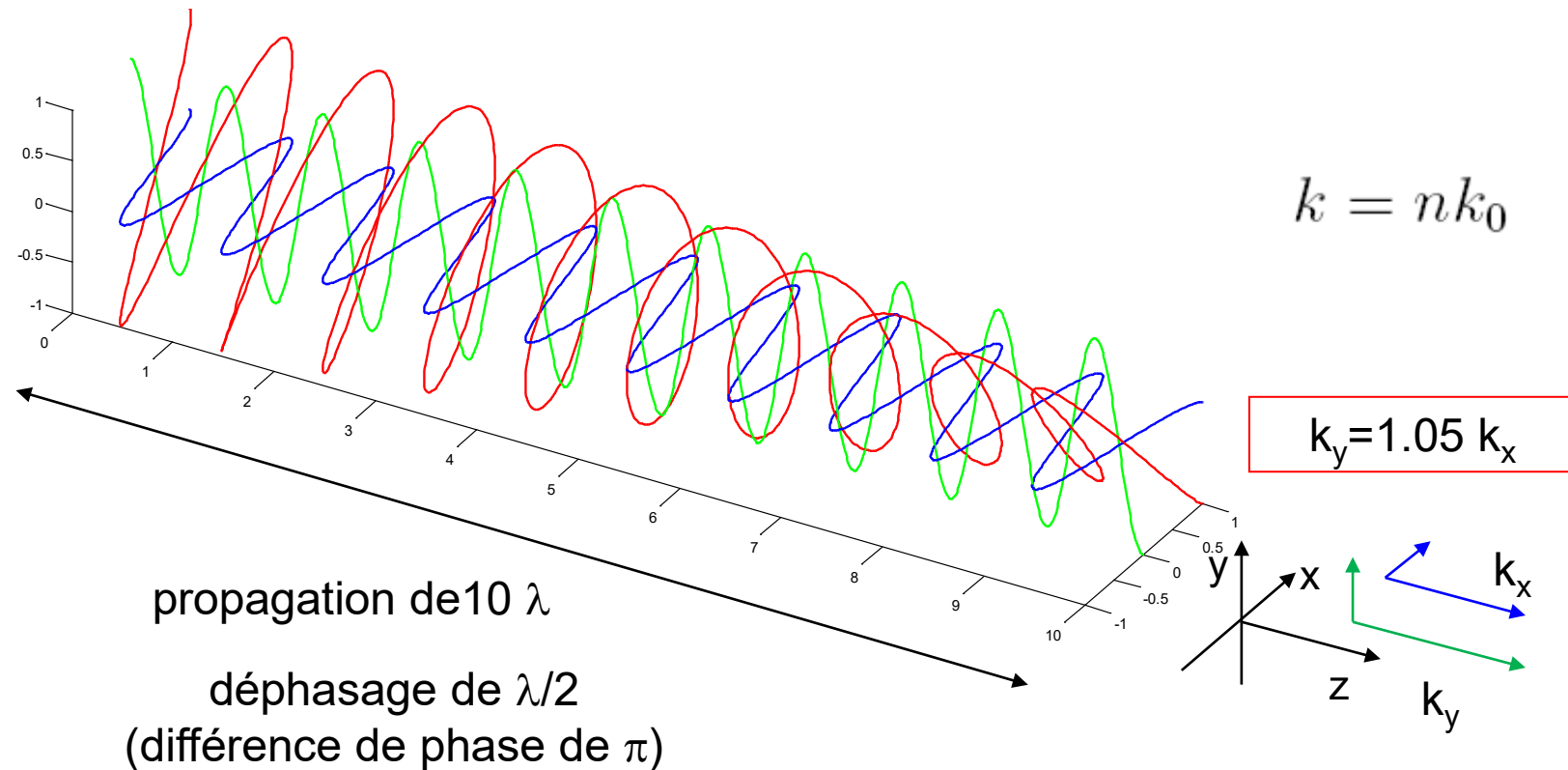


- Dans un cristal, la phase accumulée va dépendre de la polarisation et peut être différente pour chacune des composantes du champ électrique!
- La phase accumulée sur une distance d s'obtient à partir du vecteur de propagation:

$$\phi = kd = nk_0 d = \frac{2\pi}{\lambda} d = n \frac{2\pi}{\lambda_0} d$$

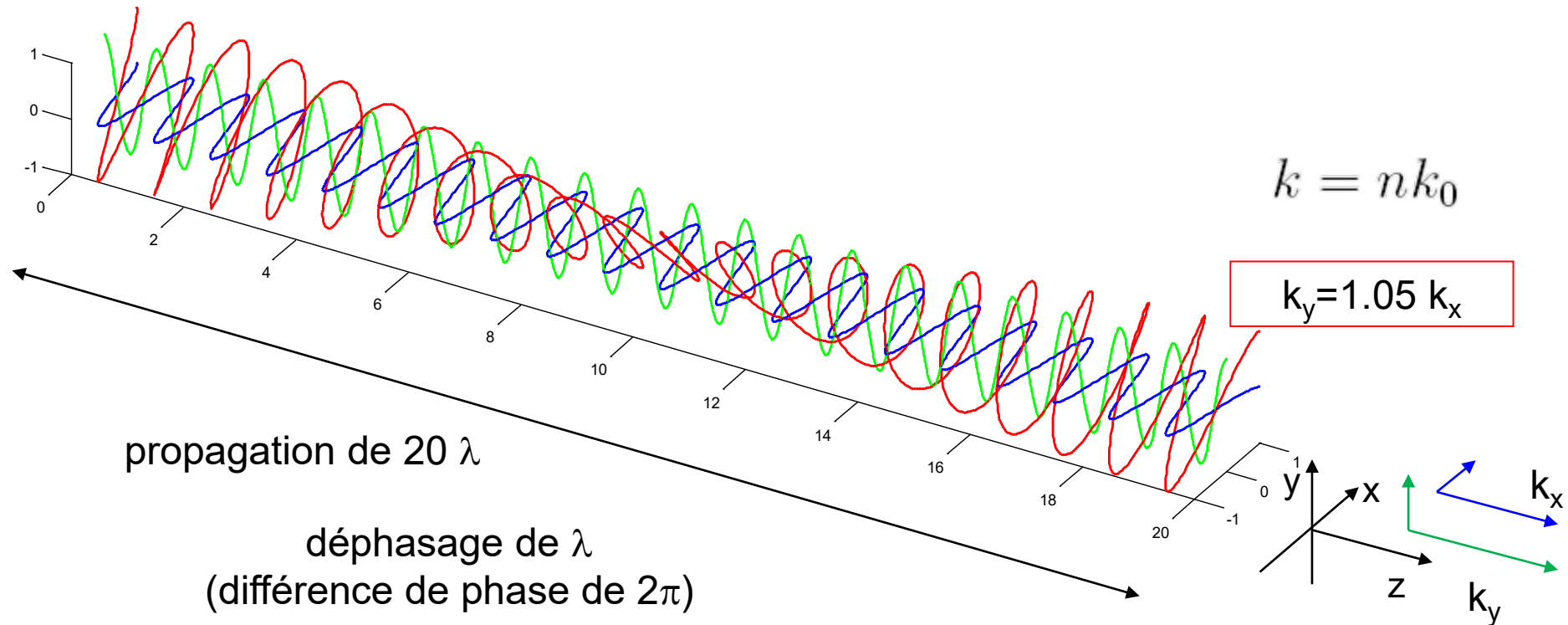
Polarisation – Matériau anisotrope

- La différence de phase entre les deux composantes transverses change, si chaque composante se déplace avec un autre vecteur de propagation



Polarisation – Matériau anisotrope

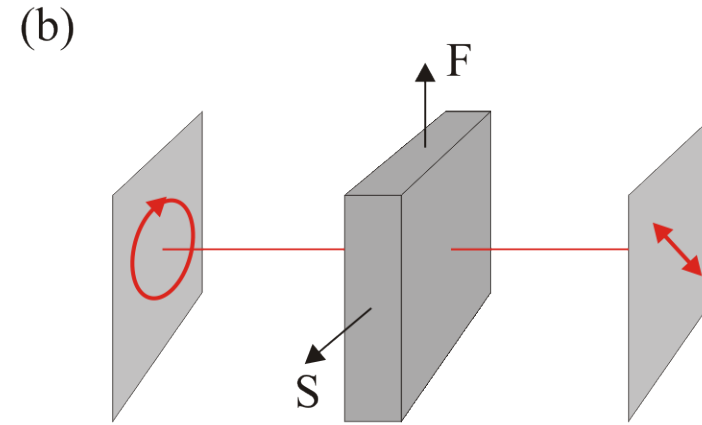
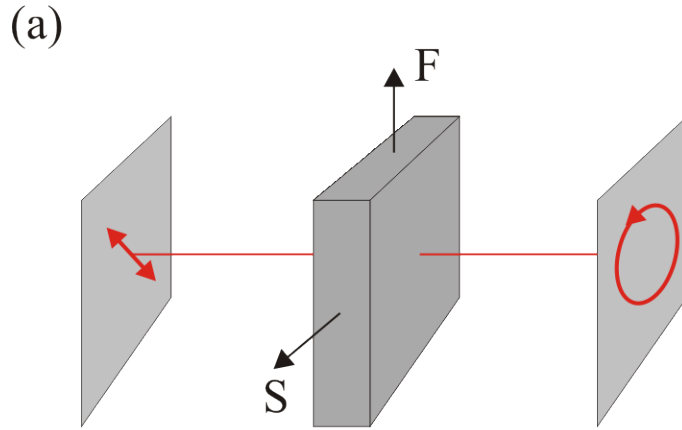
- Plus on propage loin, plus le déphasage augmente...
- ... mais son effet demeure périodique (période 2π)



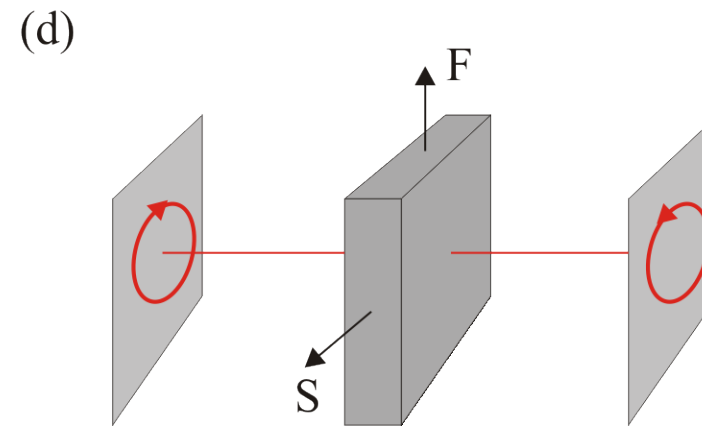
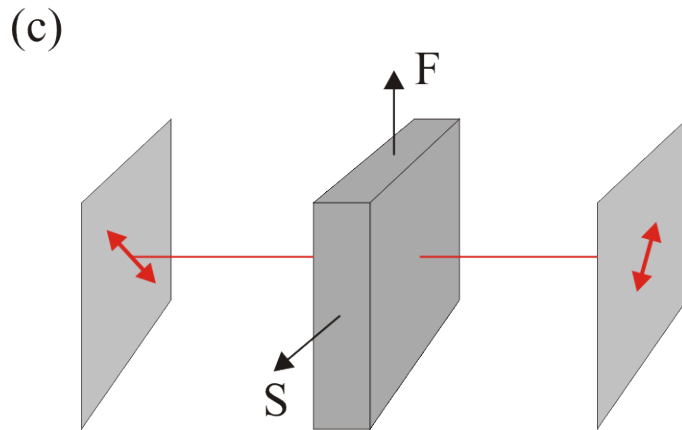
Retardateurs – lame quart d'onde et demi-onde

- Généralement on propage toujours selon un axe du cristal

Quart d'onde
($\Gamma = \pi/2$)



Demi-onde
($\Gamma = \pi$)

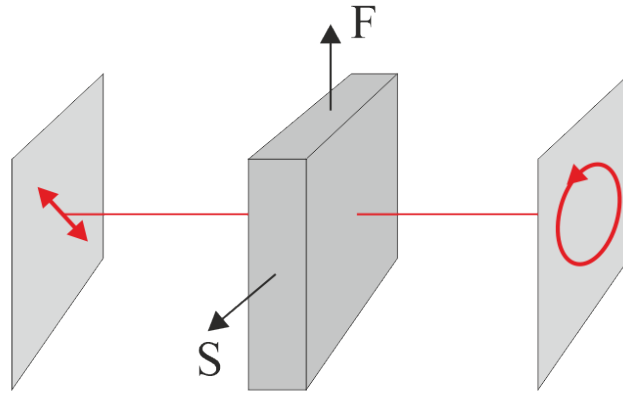


Retardateurs – lame quart d'onde et demi-onde

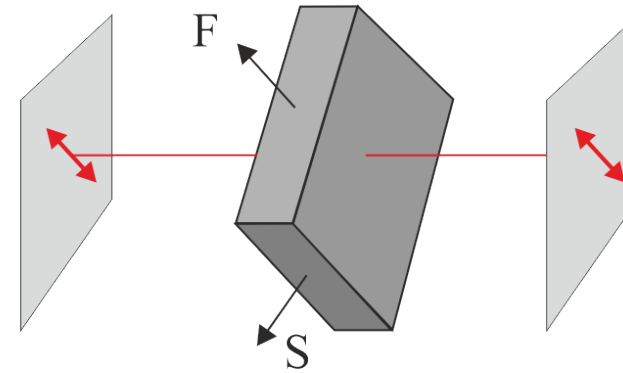
- On ajuste la polarisation par rapport aux axes du cristal, sinon on ne voit pas l'effet sur la polarisation !

Quart d'onde
($\Gamma = \pi/2$)

(a)



(b)



Ingénierie optique

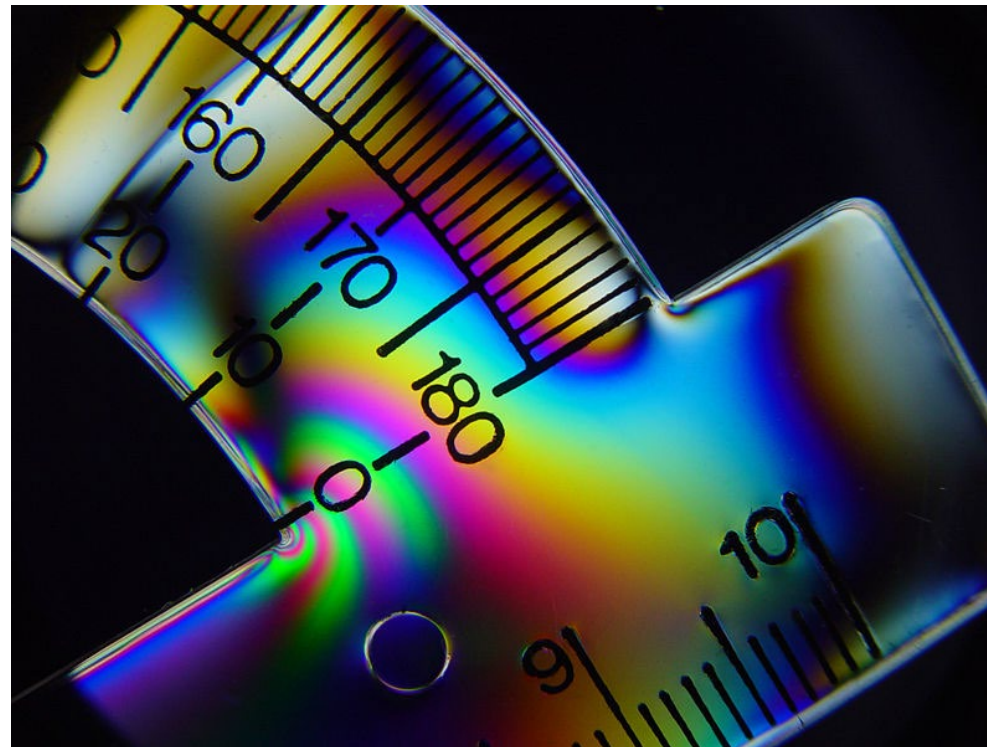
Semaine 7 – partie 5

Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie



Photoélasticité

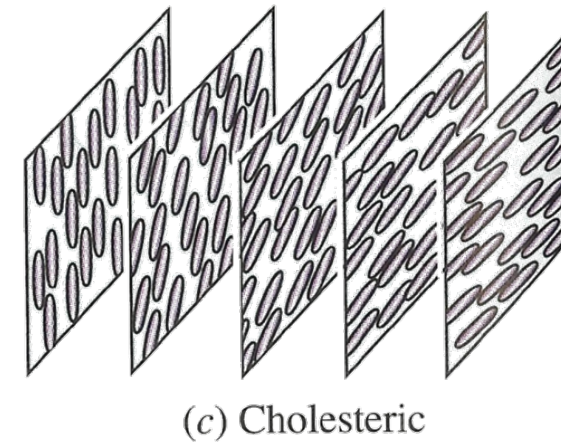
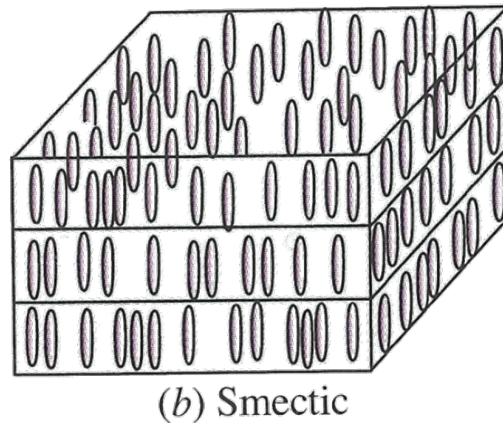
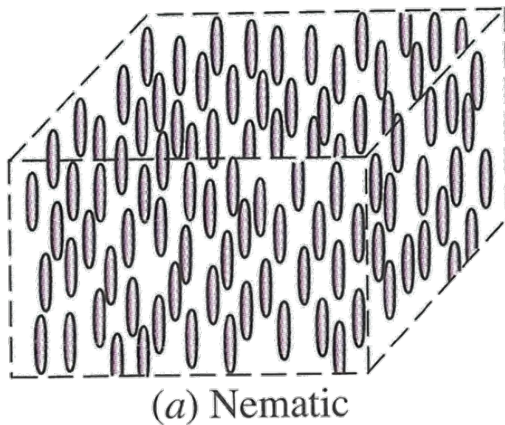
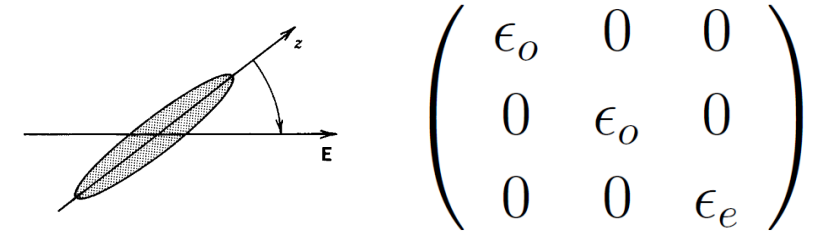
- Dans certains matériaux, un stress produit une anisotropie
- Les indices de réfraction sont différents selon les axes principaux du stress
- Le changement local d'indice dépend de l'amplitude du stress
- Cette méthode est particulièrement appropriée pour les objets plats (2D)



wikimedia

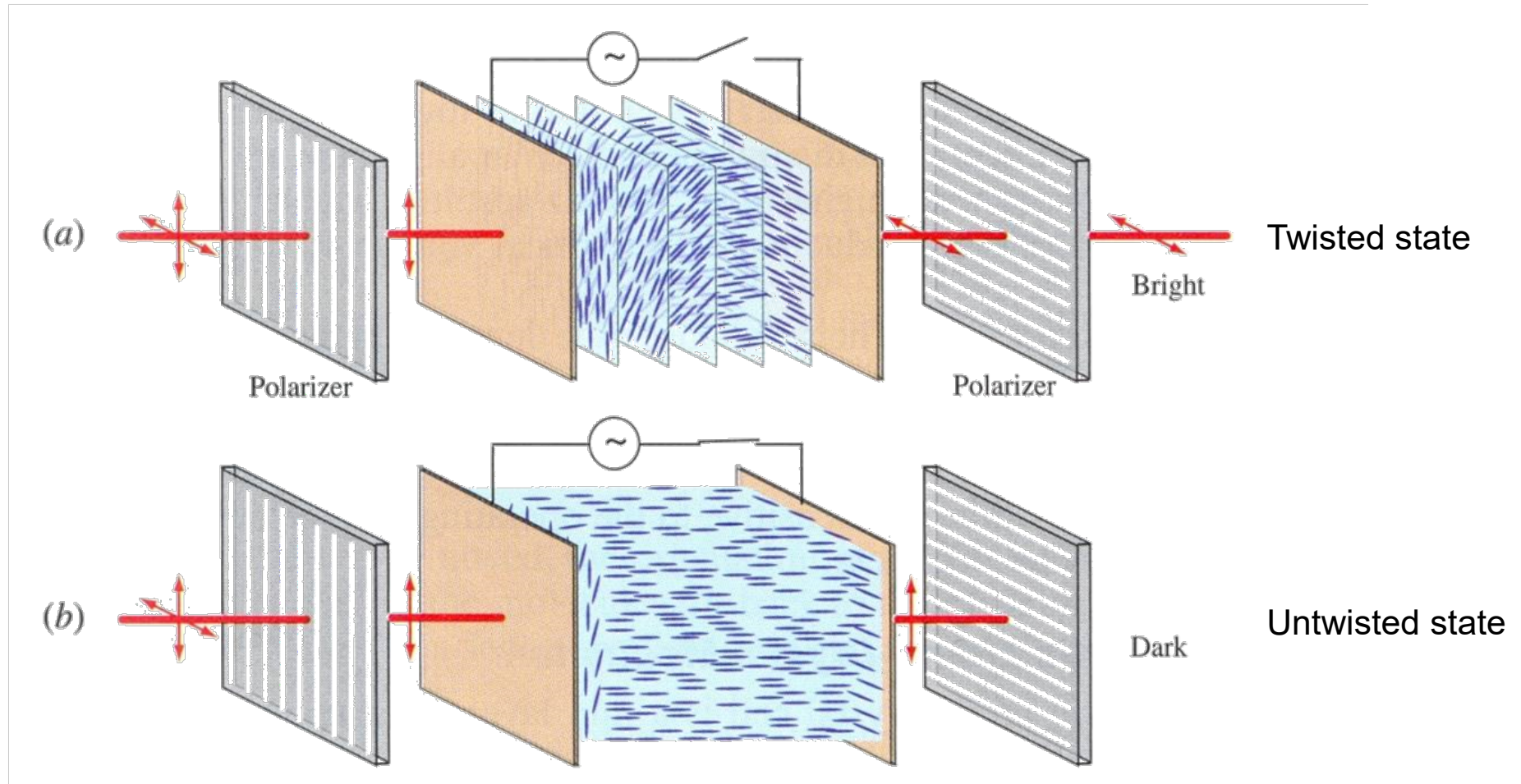
Cristaux liquides et biréfringence

- Longues molécules (quelques nm) qui présentent une permittivité anisotrope et peuvent s'aligner dans des directions spécifiques selon le champ électrique appliqué
- Il existe trois phases pour les cristaux liquides
 - Nématique: même orientation, position arbitraire
 - Smétique: même orientation, organisation en couches
 - Cholestérique: orientation hélicale le long d'un axe



Application comme modulateur de lumière

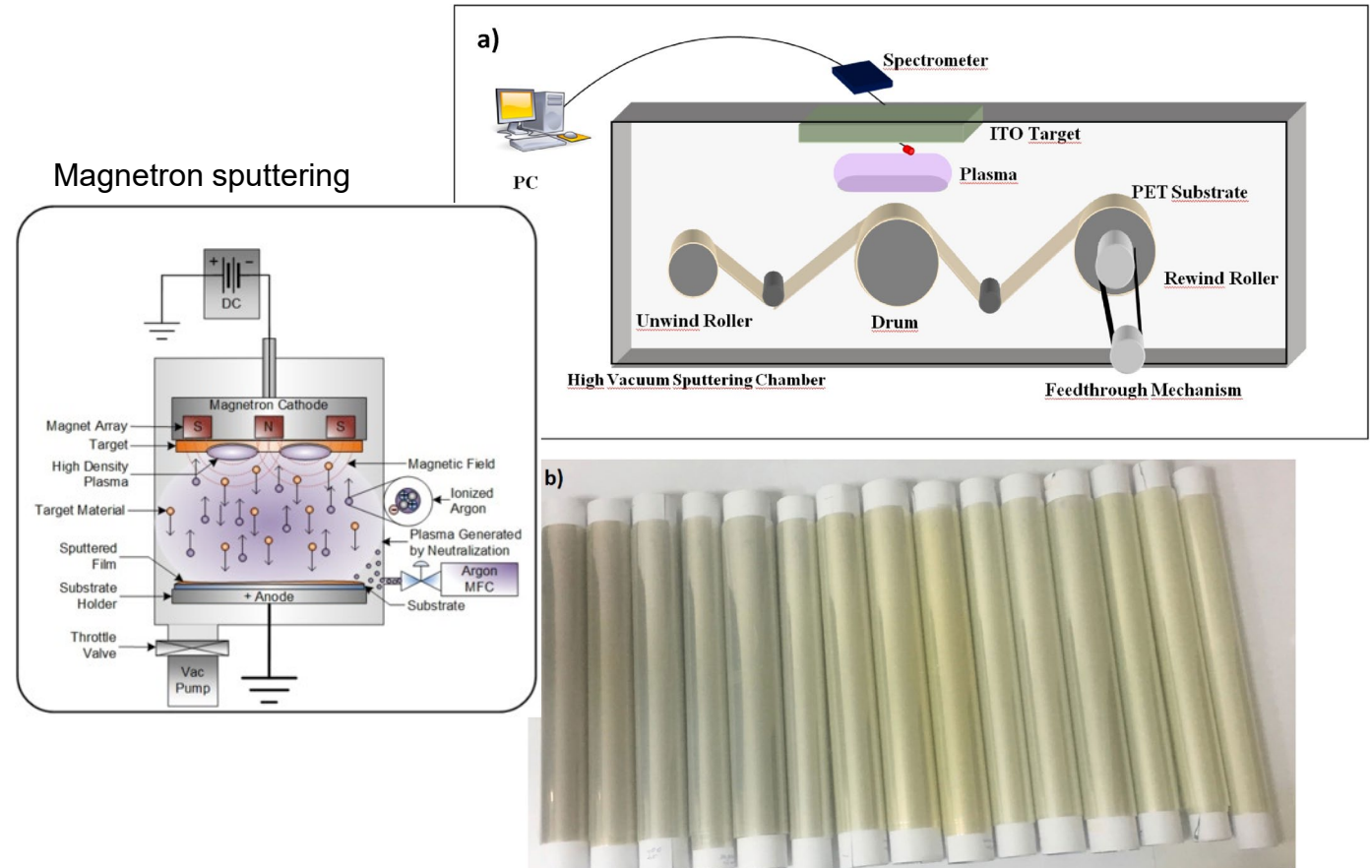
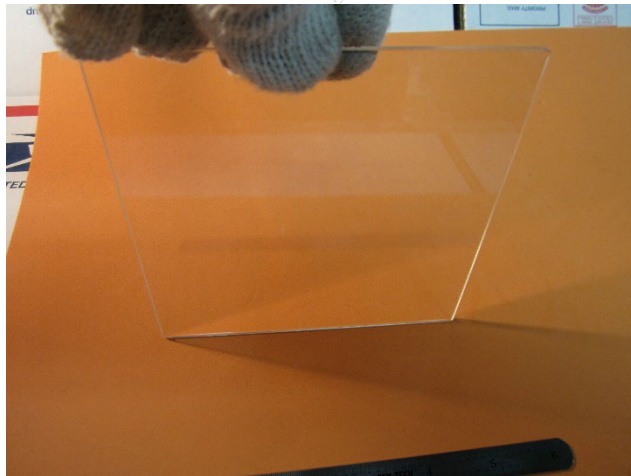
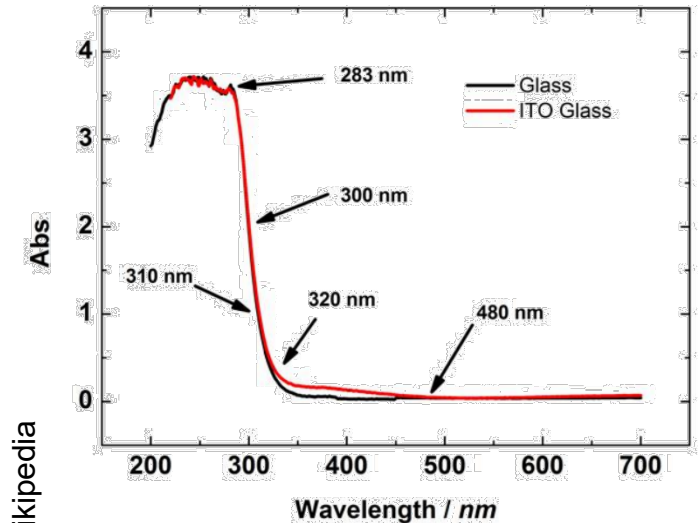
- En combinaison avec deux polariseurs croisés



B.E.A. Saleh & M.C. Teich, Fundamentals of photonics (Wiley 1991)

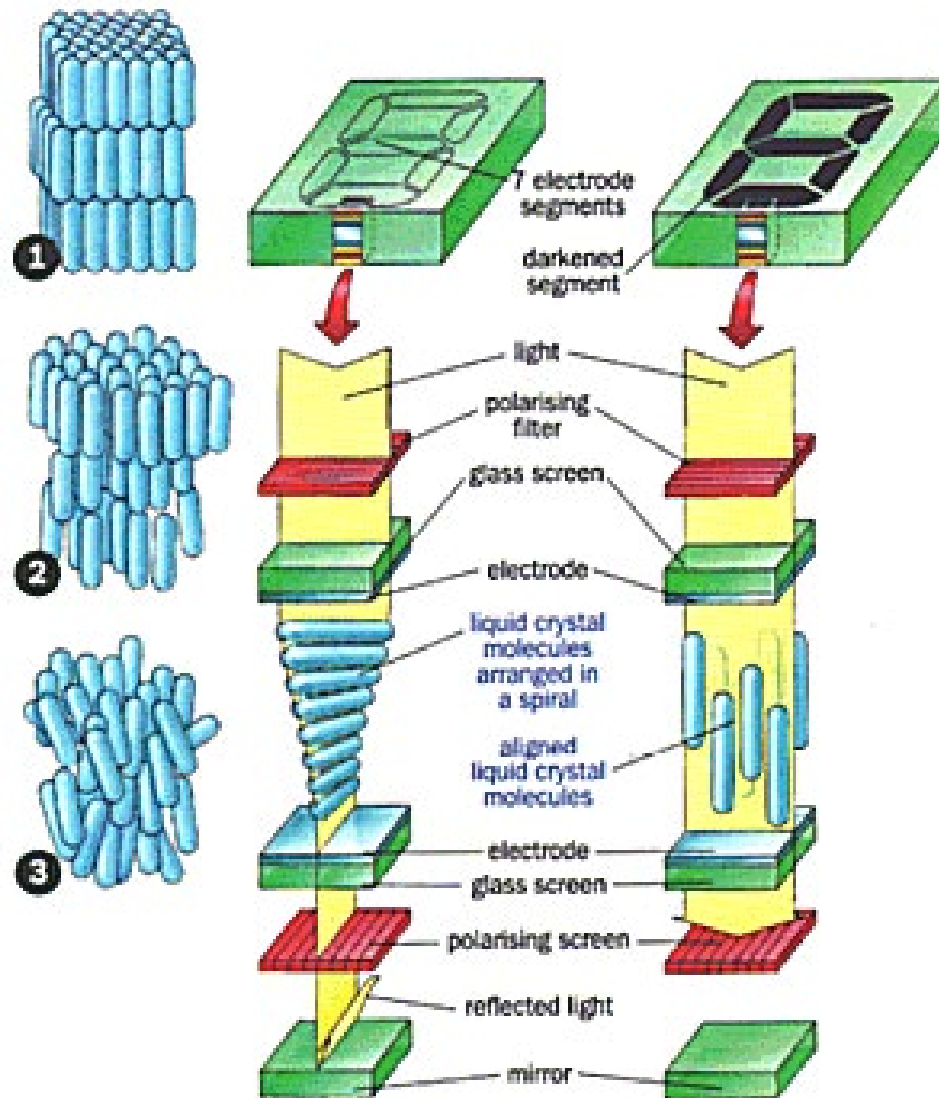
ITO – Un composant essentiel pour tous ces dispositifs (et le photovoltaïque)

- Indium Tin Oxide (oxyde d'indium dopé à l'étain 90% In_2O_3 :10% SnO)
- Marché mondial ~2 Mrd US\$
- Aussi transparent que le verre, très bon conducteur, peut se déposer à très large échelle

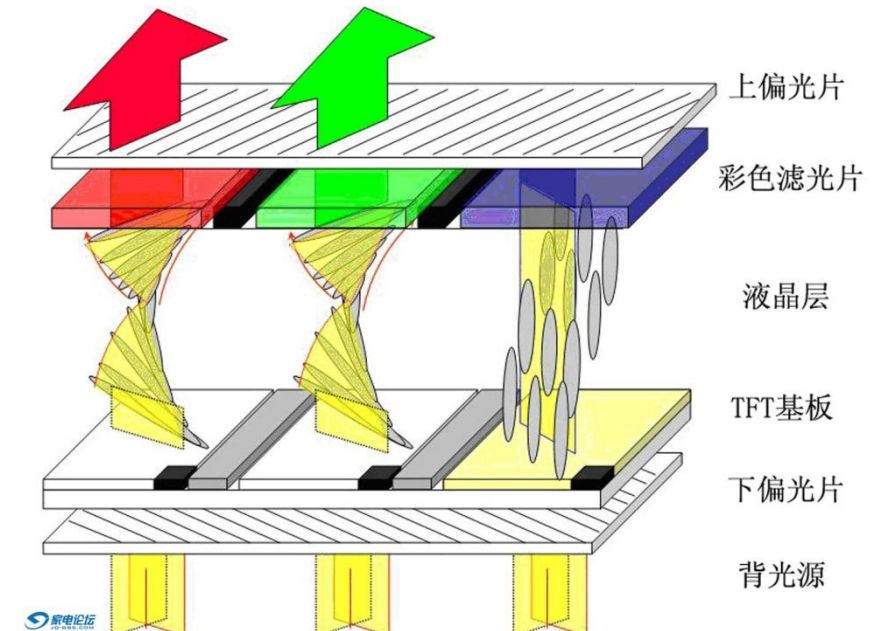


Y. Demirhan, Renewable Energy vo. 146, p. 1549 (2020)

Application comme display



wikipedia



jdbbs.com

Ingénierie optique

Semaine 7 – partie 6

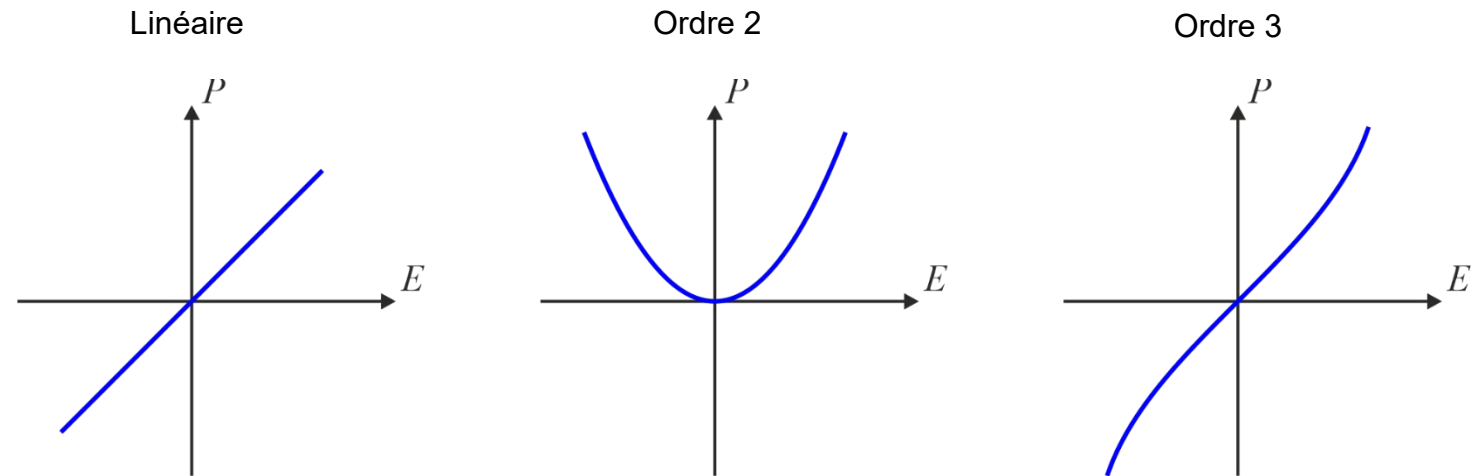
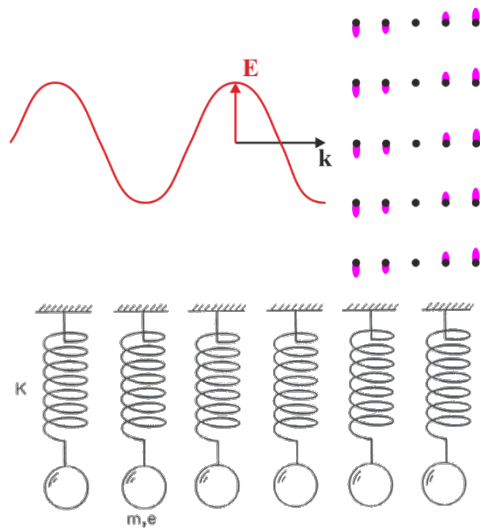
Olivier J.F. Martin
Laboratoire de Nanophotonique et Métrologie



Optique non-linéaire

$$\mathbf{D}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_0 \varepsilon_r \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_0 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \varepsilon_0 \chi \mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$$

- La réponse d'un matériau n'est linéaire que pour de très faibles champs appliqués
- Si l'intensité lumineuse incidente augmente, la réponse devient non-linéaire



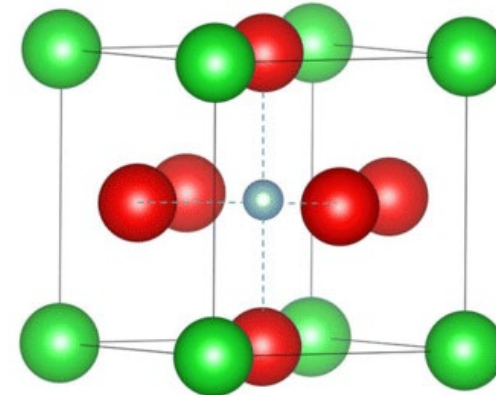
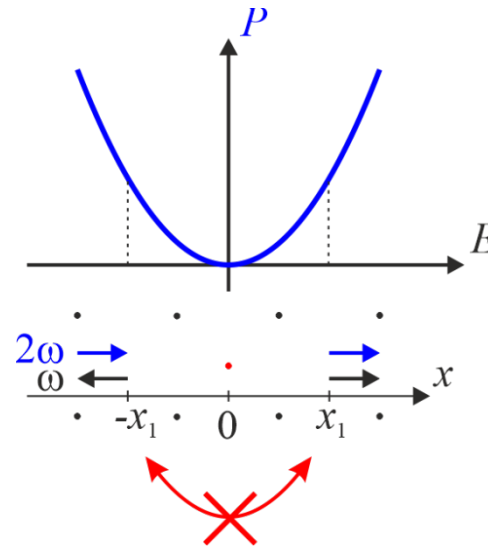
- On peut considérer que l'on fait un développement limité en fonction du champ incident:

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = a_1 \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \frac{1}{2} a_2 \mathbf{E}^2(\mathbf{r}, t) + \frac{1}{6} a_3 \mathbf{E}^3(\mathbf{r}, t) + \dots = \varepsilon_0 \left(\chi \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \chi^{(2)} \mathbf{E}^2(\mathbf{r}, t) + \chi^{(3)} \mathbf{E}^3(\mathbf{r}, t) + \dots \right)$$

Optique non-linéaire

$$\mathbf{P}(\mathbf{r}, t) = \varepsilon_0 \left(\chi \mathbf{E}(\mathbf{r}, t) + \chi^{(2)} \mathbf{E}^2(\mathbf{r}, t) + \chi^{(3)} \mathbf{E}^3(\mathbf{r}, t) + \dots \right)$$

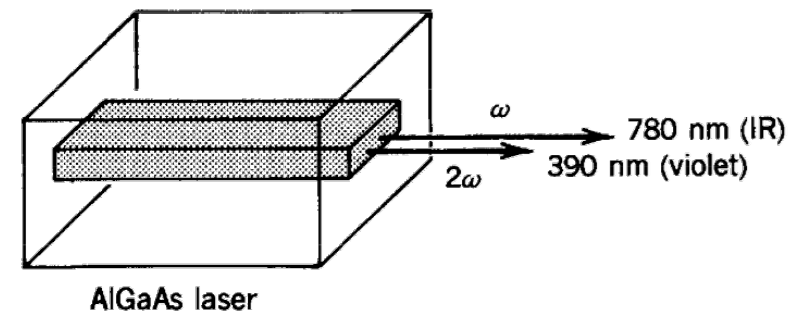
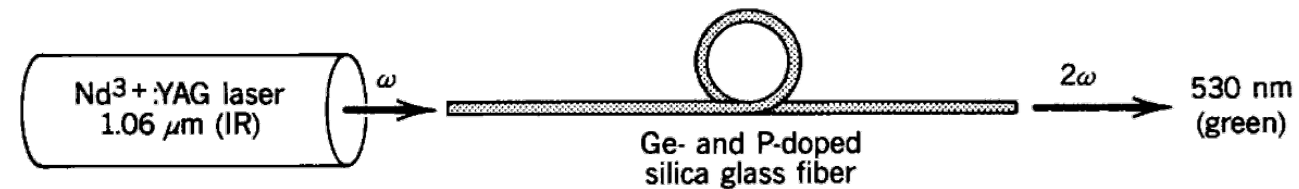
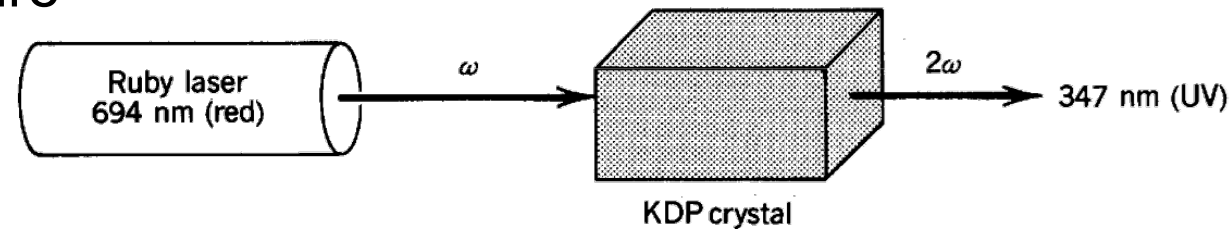
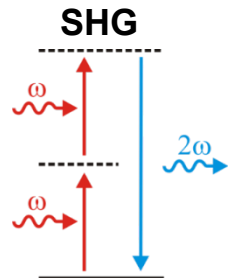
- Les réponses d'ordre 2 et 3 obéissent à des symétries différentes
- L'ordre 2 n'existe pas dans un cristal centrosymétrique:



- Dans ce cas, seul l'ordre 3 existe
- Les susceptibilités non-linéaires sont très petites, et nécessitent un champ incident très fort

Génération de seconde harmonique (SHG)

- La génération de seconde harmonique nécessite un cristal avec une forte susceptibilité d'ordre 2 $\mathbf{P}^{(2)}(\mathbf{r}, t) = \chi^{(2)} \mathbf{E}^2(\mathbf{r}, t)$
- Seuls certains cristaux ou fibres, ou des matériaux organiques ont une telle susceptibilité non-linéaire
- KDP (KD_2PO_4)

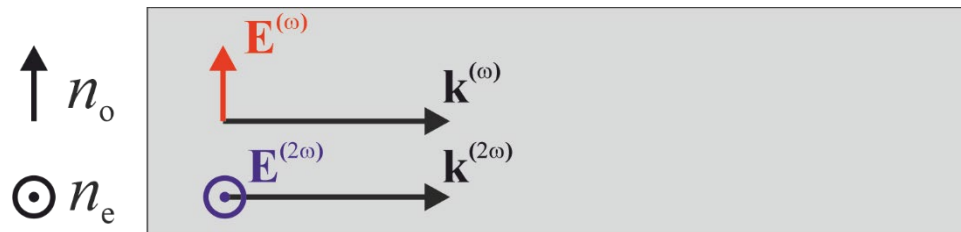


Génération de seconde harmonique (SHG)

- La susceptibilité d'ordre 2 est généralement très faible, il faut des sources très puissantes: laser pulsés (puissance kW – MW, durée du pulse 100 fs – ns)
- Pour produire la seconde harmonique, on doit augmenter l'interaction dans le cristal
→ les ondes à ω et 2ω doivent avancer de concert...
- ... mais leurs vecteurs de propagation sont différents!
- L'anisotropie du cristal peut résoudre ce problème:

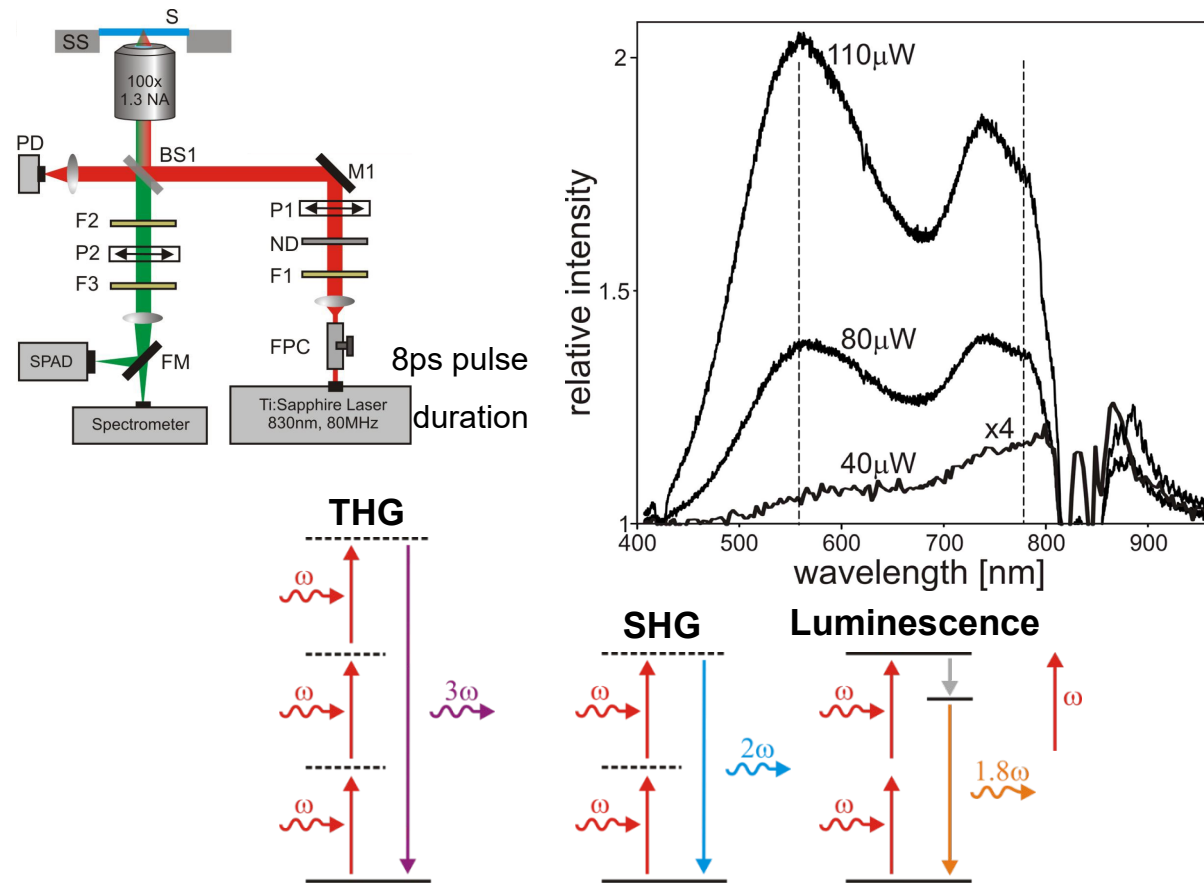


$$k^{(\omega)} = \frac{\omega}{c_0} n_o(\omega) \quad k^{(2\omega)} = \frac{\omega}{c_0} n_e(2\omega)$$



Optique nonlinéaire

- Un vaste chapitre de l'optique avec beaucoup de phénomènes cohérents (SHG), (THG) et incohérents



F. Mülschlegel et al. Science vol. 308, p. 1607 (2005)