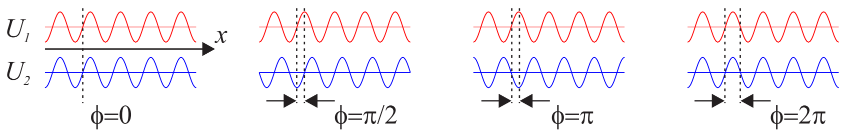
Ingénierie optique, série d'exercices 3, du 30 septembre 2024

Exercice 1 Compréhension immédiate du cours



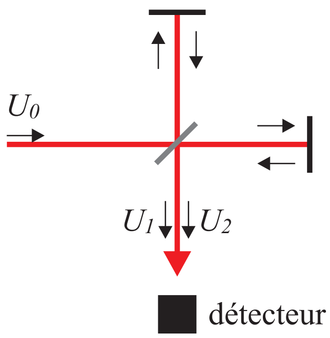
Pour comprendre le phénomène d'interférence, on peut considérer simplement deux ondes planes qui se propagent dans la direction x, comme dans le dessin ci–dessus. En général, on écrirait ces ondes avec une dépendance $\exp(j\omega t)$ dans le temps et une dépendance $\exp(-jkx)$ dans l'espace. Cependant, on remarque qu'une figure d'interférence ne fluctue pas dans le temps et on peut s'affranchir de cette dépendance dans le temps. On écrira donc nos deux ondes comme,

$$
\begin{aligned}
U_1(x) &= e^{-jkx} && (1)\\
U_2(x) &= e^{-j(kx+\phi)} = e^{-jkx}\, e^{-j\phi}\,, && (2)
\end{aligned}
$$

où l'on a introduit une phase ϕ pour la deuxième onde par rapport à la première.

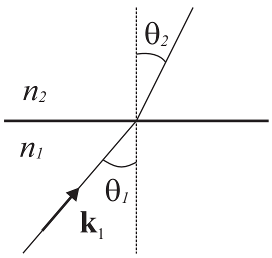
a) Le phénomène d'interférence s'étudie avec l'intensité résultant de la superposition des deux ondes. Calculer cette intensité $I = (U_1(x) + U_2(x))^2$ en se souvenant que $U_1(x)$ et $U_2(x)$ sont des nombre complexes.

b) Quelle est la valeur de l'intensité lorsque $\phi = 0$, $\phi = \pi/2$, $\phi = \pi$ et $\phi = 2\pi$?



c) On considère l'interféromètre de Michelson ci-dessus, où une onde incidente U_0 se partage en deux ondes U_1 et U_2 qui interfèrent sur le détecteur indiqué. Lorsque l'interférence est destructive, le détecteur ne mesure pas de signal et il n'y a donc pas d'énergie qui arrive sur ce détecteur. Pourtant, l'onde U_0 incidente sur l'interféromètre apporte une certaine quantité d'énergie dans le système... ou donc cette énergie passe-t-elle si elle n'arrive pas sur le détecteur ?

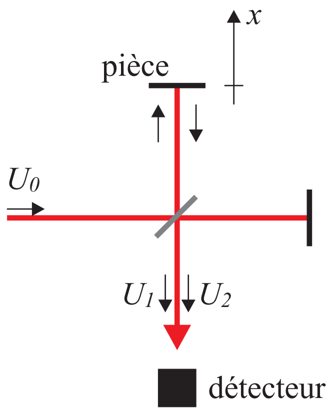
Exercice 2



Démontrer que la loi de Snell exprime la conservation d'une partie (c'est-à-dire une des composantes) de la quantité de mouvement $\mathbf{k}$ lorsqu'une onde plane passe d'un milieu d'indice n_1 (avec une quantité de mouvement $\mathbf{k}_1 = n_1\mathbf{k}_0$, où $\mathbf{k}_0$ est la quantité de mouvement dans le vide $\|\mathbf{k}_0\| = 2\pi/\lambda_0$) à un milieu d'indice n_2 (avec une quantité de mouvement $\mathbf{k}_2 = n_2 k_0$).

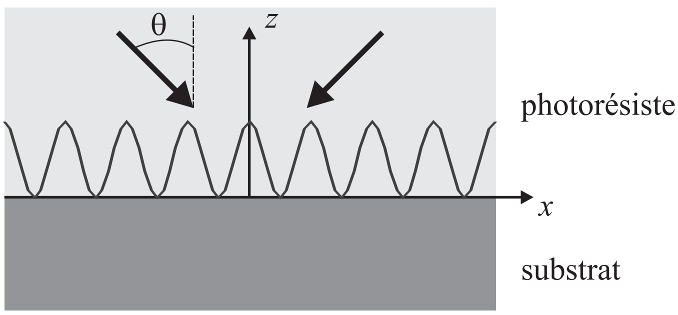
Dans la situation de la figure ci–dessus, est–ce que n_2 est plus grand ou plus petit que n_1 ?

Exercice 3



On souhaite mesurer avec une précision de $1\,\mu$m le déplacement longitudinal x de la pièce ci–dessus en utilisant un interféromètre de Michelson. On dispose pour ceci d'un détecteur avec 3 bits qui peut donc détecter 8 différent niveaux d'intensité. Quelle longueur d'onde faut–il utiliser ? Pour augmenter la précision faut–il utiliser une longueur d'onde plus courte ou plus longue ?

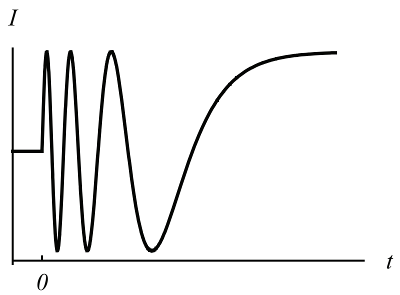
Exercice 4



On souhaite créer une structure périodique de période $\Lambda = 400\,\text{nm}$ dans un photorésiste d'indice de réfraction $n = 1.3$ par interférence de deux faisceaux lasers (longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 630\,\text{nm}$) incidents dans des directions opposées. Le photorésiste est sensible à l'intensité de l'onde. Calculer l'angle d'incidence θ dans le photorésiste à utiliser (afin de simplifier le problème, on ne considère pas les réflexions multiples dans le photorésiste ni la réfraction à l'interface supérieur entre le photorésiste et l'air : on suppose donc le photorésiste semi–infini) ; utiliser le vecteur de propagation parallèle aux interfaces. Est-ce que l'indice de réfraction du substrat joue un rôle ?

Quelle est la période minimale Λ que l'on peut réaliser avec ce laser, sachant que l'angle d'incidence maximum est $\theta_{\text{max}} = 80°$. Comment pourrait–on réaliser des structures plus petites en gardant le même angle d'incidence θ_{max}.

Exercice 5

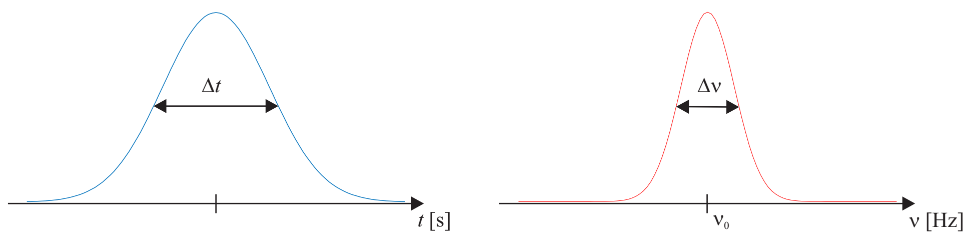


Dans un interféromètre de Mach–Zehnder on place un réservoir de gaz d'une épaisseur $L = 5\,\text{cm}$. Au début de l'expérience la chambre est remplie d'air ($n_{\text{air}} = 1.000298$). A l'instant $t = 0$ on commence à remplir la chambre avec du gas Xenon. Le détecteur de l'interféromètre mesure la figure ci dessus au cours du temps, alors que le réservoir se remplit. La longueur d'onde utilisée est $\lambda_0 = 633\,\text{nm}$.

Calculer l'indice de réfraction du Xenon pur. Peut–on déterminer si l'indice de réfraction est plus grand ou plus petit que l'air ?

Indications : sur la figure de la donnée, chaque fois que l'intensité fait une oscillation totale (valeurs de l'intensité zéro–maximum–zéro–minimum–zéro), le déphasage dans l'interféromètre est de 2π ; on peut donc calculer le déphasage entre le début de l'expérience (réservoir vide) et la fin de l'expérience (réservoir plein).

Exercice 6



Il existe une relation entre la largeur spectrale $\Delta\nu$ d'un pulse Gaussien et sa largeur temporelle Δt : $\Delta\nu\Delta t = 0.44$ (en réalité, cette valeur est la plus petite valeur possible, souvent le produit est supérieur à 0.44, mais nous allons supposer qu'il est égal à 0.44).

On considère un pulse de lumière aux fréquences utilisées pour la communication optique, correspondant à une longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 1.55\,\mu$m.

a) Calculer la fréquence ν_0 correspondant à λ_0.
b) Calculer les largeurs spectrales $\Delta\nu$ pour des pulses centrés autour de ν_0, de durées 1 ns, 1 ps et 50 fs.
c) Exprimer pour chacun de ces que pulses son étendue spectrale en longueur d'onde (en μm), c'est à dire calculer la longueur d'onde minimale et la longueur d'onde maximale correspondant aux fréquences maximales et minimales calculées au point b).
d) Calculer l'élargissement temporel de chaque pulse lorsqu'il se propage pendant 1 km dans du verre BK7 (pour calculer cet élargissement, on fera la différence entre le temps de propagation pour la longueur d'onde la plus courte et pour la longueur d'onde la plus longue de chaque pulse, en tenant compte de l'indice de réfraction correspondant $n(\lambda_0)$ du verre).

Indications : pour la vitesse de la lumière on utilisera $c_0 = 3 \cdot 10^8$ m/s.

Le site `refractiveindex.info` donne l'indice de réfraction $n(\lambda_0)$ pour le verre BK7 en fonction de la longueur d'onde (choisir shelf=glasses, book=BK7, page=N-BK7 (SCHOTT)). Il existe aussi une formule qui approxime cet indice de réfraction en fonction de la longueur d'onde λ_0 exprimée en μm :

$$n^2(\lambda_0) = 1 + \frac{1.03961212\,\lambda_0^2}{\lambda_0^2 - 0.00600069867} + \frac{0.231792344\,\lambda_0^2}{\lambda_0^2 - 0.0200179144} + \frac{1.01046945\,\lambda_0^2}{\lambda_0^2 - 103.560653}\,. \tag{3}$$

Le micro-programme Matlab `BK7.m` qui implémente cette formule est à disposition sur Moodle.