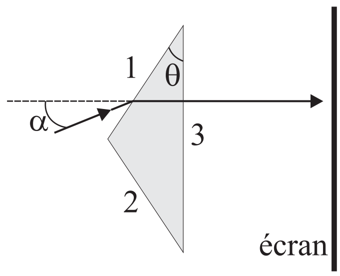
Ingénierie optique, série d'exercices 11, du 2 décembre 2024

Exercice 1 Compréhension immédiate du cours

On souhaite fabriquer une OLED blanche. On dispose déjà d'un émetteur quasi–monochromatique à $\lambda = 590\,\text{nm}$; utiliser le diagramme de chromaticité pour déterminer quelle(s) couleur(s) additionnelle(s) on peut utiliser si on veut faire une OLED avec a) seulement deux couleurs ou b) avec trois couleurs ?

Exercice 2



On souhaite réorienter à l'aide d'un prisme une onde plane harmonique se propageant selon la flèche ci–dessus en sorte qu'elle arrive perpendiculairement sur l'écran (c'est à dire que l'onde ressorte perpendiculairement à la face 3). Le prisme a un profile isocèle avec un angle θ. L'onde plane arrive avec un angle α comme indiqué sur la figure, elle entre dans le prisme sur la face 1 et ressort par la face 3 du prisme.

a) On suppose tout d'abord que l'indice de réfraction du prisme est $n = 1.5$. Est-il possible de réaliser l'expérience ci–dessus avec un prisme dont l'angle est $\theta = 45°$? Justifier la réponse (indication : dans une expérience d'optique géométrique comme celle-ci, la lumière doit pouvoir passer dans les deux directions, de gauche à droite et de droite à gauche).

Pour la suite de l'exercice on suppose que l'angle du prisme est $\theta = 30°$.

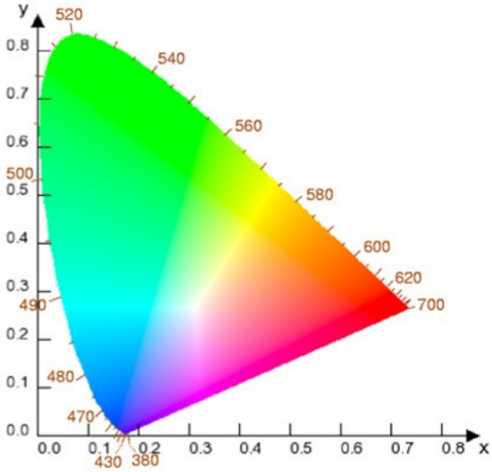
b) En réalité, l'indice de réfraction du prisme dépend de la longueur d'onde. On considère maintenant deux ondes avec comme longueur d'onde $\lambda_1 = 500\,\text{nm}$ et $\lambda_2 = 600\,\text{nm}$. L'indice de réfraction du prisme est $n_1 = 1.52$ pour λ_1 et $n_2 = 1.51$ pour λ_2. Calculer les angles d'incidence α_1 et α_2 pour chacune de ces ondes.

c) Calculer les fréquences angulaires ω_1 et ω_2 de ces deux ondes, on prendra pour la valeur de la vitesse de la lumière dans le vide $c_0 = 3 \cdot 10^8\,\text{m/s}$.

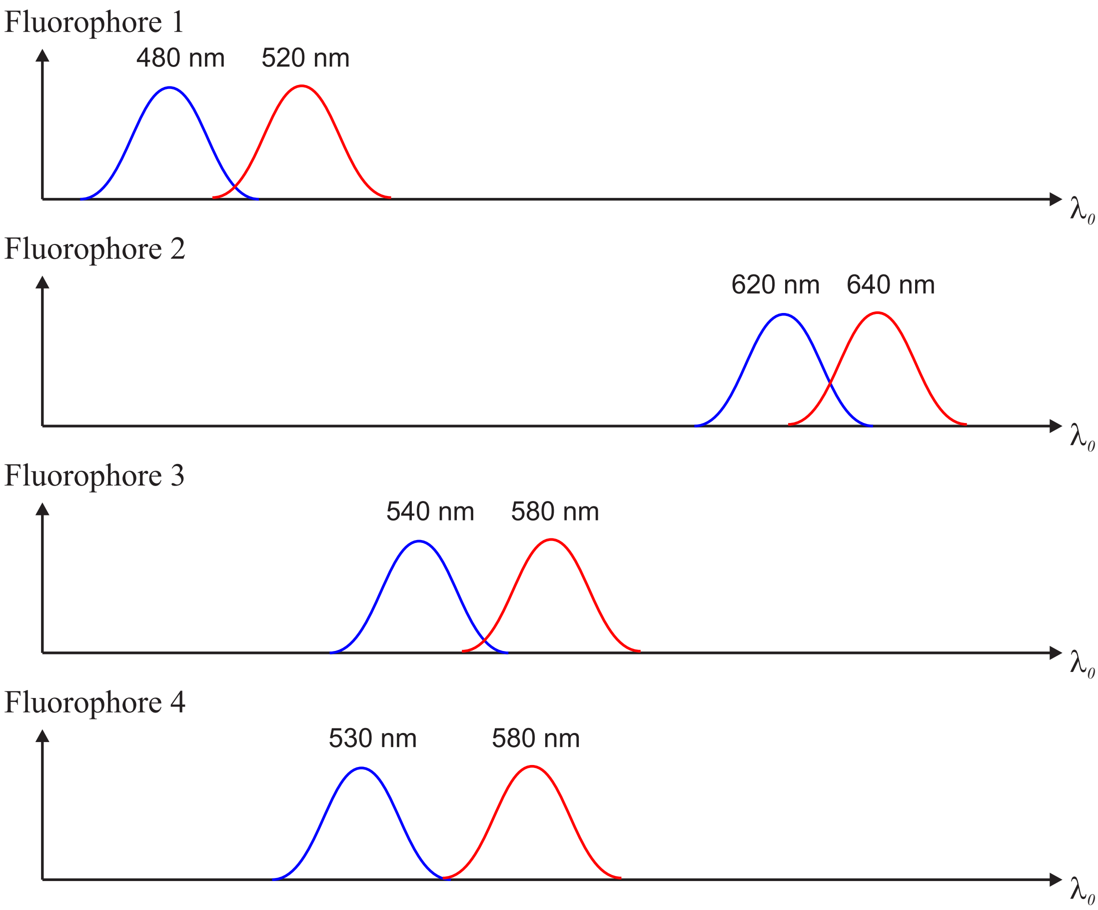
d) On s'intéresse à la partie temporelle de la superposition des deux ondes sur l'écran et on suppose que l'amplitude de chaque onde vaut 1. En utilisant $U_1(t) = \cos(\omega_1 t)$ et $U_2(t) = \cos(\omega_2 t)$ trouver une expression pour la superposition de ces deux ondes et décrire brièvement le phénomène correspondant avec quelques mots et en faisant un dessin.

e) Le phénomène décrit au point précédent donne lieu à l'apparition d'une couleur supplémentaire sur l'écran (en plus des couleurs associées à λ_1 et λ_2), calculer sa longueur d'onde et indiquer la position de cette couleur sur le diagramme de chromaticité ci–dessous.

f) On utilise un détecteur ultra-rapide avec un temps de réponse minimum de 100 fs pour enregistrer la superposition de ces deux ondes. Peut–on résoudre la modulation de la lumière sur l'écran, justifier la réponse.



Exercice 3

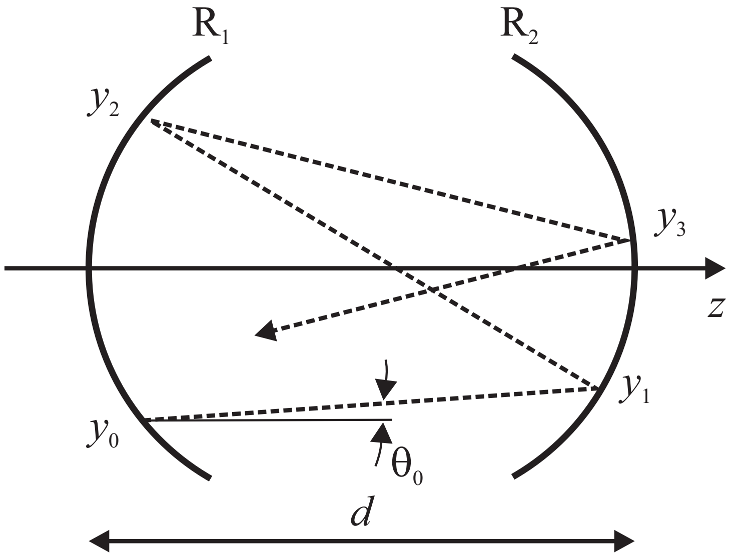


On considère les quatre fluorophores ci–dessus, où on a indiqué pour chacun le spectre d'absorption en bleu et celui d'émission en rouge, avec la longueur d'onde maximale correspondante.

a) Déterminer le Stoke shift pour chaque fluorophore.

b) Quelle(s) paire(s) of fluorophores peut-on combiner pour réaliser du FRET. Quelle serait la combinaison la plus efficace ?

Exercice 4



Nous verrons que pour réaliser un laser, il faut deux ingrédients : un matériau avec du gain optique et une cavité (résonateur optique) dans laquelle la lumière est réfléchie. La figure ci–dessus montre un résonateur optique formé par deux miroirs sphériques concaves de rayons R_1 et R_2 déparés par une distance d avec du vide ($n = 1$). Dans ce résonateur, les rayons lumineux sont réfléchis successivement entre les deux miroirs. On considère que chaque rayon parcourt toujours une distance d entre deux réflexions, quel que soit son chemin optique. On cherche à obtenir une condition sur la géométrie de la cavité pour qu'elle soit stable, i.e. que le rayon lumineux demeure dans la cavité, sans s'en échapper. Nous verrons plus loin que cette condition peut s'exprimer en fonction des valeurs propres de la matrice ABCD qui décrit un aller-retour dans la cavité

a) Trouver la matrice ABCD, $\mathbf{M}$, pour un aller-retour dans la cavité (par exemple sur la figure : départ du point y_0, propagation sur une distance d, réflexion sur le miroir R_2, propagation sur une distance d et réflexion par le miroir R_1).

Il est clair que si le rayon initial est selon l'axe du résonateur, $y_0 = 0$ et $\theta_0 = 0$, la matrice $\mathbf{M}$ doit ramener le rayon initial vers le même point :

$$\mathbf{M}\begin{pmatrix} y_0 \\ \theta_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_1 \\ \theta_1 \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} y_0 \\ \theta_0 \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Equation (1) est un cas particulier d'une équation aux valeurs propres,

$$\mathbf{M}\begin{pmatrix} y_0 \\ \theta_0 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} y_0 \\ \theta_0 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

où λ est une constante. On peut récrire cette équation sous la forme suivante,

$$(\mathbf{M} - \lambda \mathbf{1}) \begin{pmatrix} y_0 \\ \\ \theta_0 \end{pmatrix} = 0\,, \tag{3}$$

où $\mathbf{1}$ est la matrice unité.

On considère maintenant le cas particulier où $R_1 = R_2 = R$. On peut simplifier l'étude de ce résonateur en ne considérant qu'un aller–simple dans la cavité : propagation sur une distance d suivie par une réflexion par un miroir de rayon R.

b) Calculer la matrice ABCD, $\mathbf{M}$, correspondant à ce cas particulier.

c) En utilisant la matrice trouvée au point b) calculer $\det(\mathbf{M} - \lambda \mathbf{1}) = 0$ pour obtenir une équation du deuxième degré pour les deux valeurs propres $\lambda_{\pm}$ et résoudre cette équation. Pour faciliter l'écriture et le calcul on introduira le paramètre $S = 1 - (d/R)$.

d) Le résonateur est stable si les valeurs propres $\lambda_{\pm}$ sont des nombres complexes. Montrer que cette condition de stabilité est satisfaite si $S^2 < 1$.

e) Trouver une condition sur la valeur du rapport d/R pour que la condition de stabilité trouvée au point d) soit satisfaite ?