

Actionneurs et systèmes électromagnétiques I

Corrigé : Énergie Magnétique

On peut exprimer l'énergie magnétique en fonction de l'induction à l'aide de sa forme locale dans un système linéaire.

$$W_{mag} = \iiint \frac{1}{2\mu} B^2 dV$$

Il faut donc calculer la valeur de l'induction dans l'entrefer puis celle dans le fer avant de les intégrer sur leurs volumes respectifs pour obtenir les énergies magnétiques demandées.

On peut obtenir les valeurs des champs magnétiques à partir de l'équation d'Ampère sur le chemin du flux:

$$\int H dl = H_{fer} l_{fer} + 2H_{\delta} \delta = NI$$

On suppose ensuite qu'il n'y a pas de fuites et que le flux est conservé :

$$\Phi_{fer} = \Phi_{\delta}$$

En exprimant les flux en fonction des inductions correspondantes puis en remplaçant ces dernières par leurs expressions en fonction des champs magnétiques, on obtient :

$$B_{fer} ah = B_{\delta} ah$$

$$H_{fer} \mu_{rfer} \mu_0 = H_{\delta} \mu_0$$

Ce qui nous permet de simplifier l'expression de l'équation d'Ampère :

$$\frac{H_{\delta} l_{fer}}{\mu_{rfer}} + 2H_{\delta} \delta = NI$$

On trouve ensuite le champ magnétique dans l'entrefer dont on tire l'induction correspondante en le multipliant par μ_0 :

$$B_{\delta} = \frac{NI \mu_0}{2\delta + \frac{l_{fer}}{\mu_{rfer}}} = 0.305 [T]$$

L'énergie magnétique totale contenue dans les 2 entrefers devient :

$$W_{mag\delta} = \frac{B_{\delta}^2}{\mu_0} ah \delta = 14.8 [mJ]$$

Comme l'induction dans le fer est égale à celle de l'entrefer à cause de la conservation du flux, il est possible d'obtenir l'énergie magnétique dans les parties ferromagnétiques en effectuant la même intégrale sur le volume de fer : $ah l_{fer}$. Attention cependant à la perméabilité du fer qui n'est pas égale à μ_0 :

$$W_{magfer} = \frac{B_{\delta}^2}{2\mu_0 \mu_{rfer}} ah l_{fer} = 0.44 [mJ]$$

On remarque donc que l'énergie magnétique est principalement contenue dans l'entrefer. C'est facile à comprendre d'un point de vue mathématique puisqu'elle est inversement proportionnelle à la perméabilité du matériau où elle est stockée. On peut faire le même

raisonnement en exprimant l'énergie magnétique en fonction du produit de B par H ou d'un flux par une différence de potentiel magnétique.

On peut également exprimer l'énergie magnétique créée par une bobine à partir de son inductance propre avec :

$$W_{\text{mag}} = W_{\text{magfer}} + W_{\text{mag}\delta} = \frac{1}{2}LI^2$$

On obtient donc pour l'inductance propre :

$$L = \frac{2W_{\text{mag}}}{I^2} = 30[mH]$$

A noter qu'il aurait tout-à-fait été possible de calculer l'énergie magnétique en commençant par calculer l'inductance propre de la bobine au moyen d'un schéma magnétique équivalent mais c'est alors plus difficile d'en déterminer les composantes.