

Actionneurs et systèmes électromagnétiques I

Corrigé: **Inductances propres et mutuelles**

1) Schéma magnétique équivalent

Le schéma magnétique équivalent correspondant au circuit magnétique est montré à la Fig. 1. Les sources du flux sont $\Theta_1 = N_1 I_1$, $\Theta_2 = N_2 I_2$ et $\Theta_3 = N_3 I_3$.

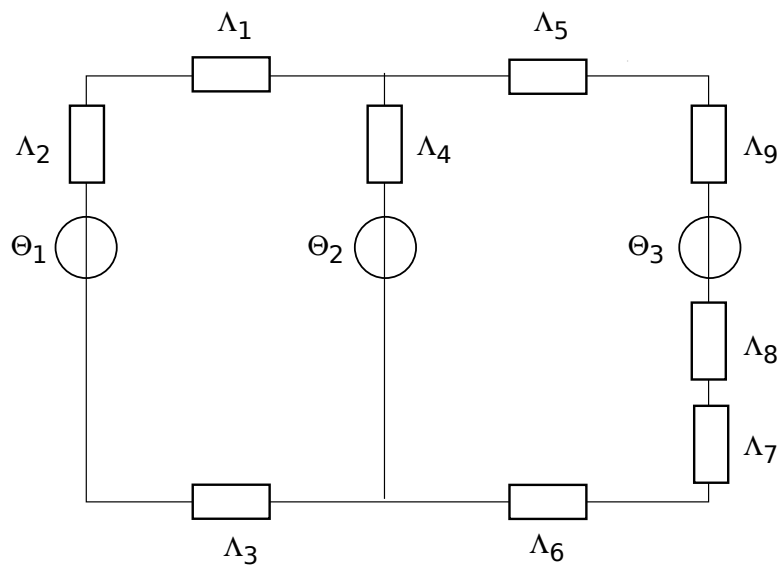


Figure 1: Le schéma magnétique équivalent

Pour déterminer chaque perméance Λ , on applique la formule:

$$\Lambda = \frac{\mu_0 \mu_r S}{l} \quad (1)$$

Afin de déterminer les valeurs des perméances, on peut considérer le parcours moyen du flux dans les parties ferromagnétiques du système. Ce dernier est représenté sur la figure 2 avec des couleurs différentes pour chacune des perméances. Pour calculer la perméance correspondante on remplace la longueur l de (1) par la longueur du segment de couleur considéré.

En groupant les perméances de chaque branche, on obtient le circuit tel que présenté à la Fig. 3a), avec:

$$\Lambda_a = \frac{1}{\frac{1}{\Lambda_1} + \frac{1}{\Lambda_2} + \frac{1}{\Lambda_3}} \quad (2)$$

$$\Lambda_b = \Lambda_4 \quad (3)$$

$$\Lambda_c = \frac{1}{\frac{1}{\Lambda_5} + \frac{1}{\Lambda_6} + \frac{1}{\Lambda_7} + \frac{1}{\Lambda_8} + \frac{1}{\Lambda_9}} \quad (4)$$

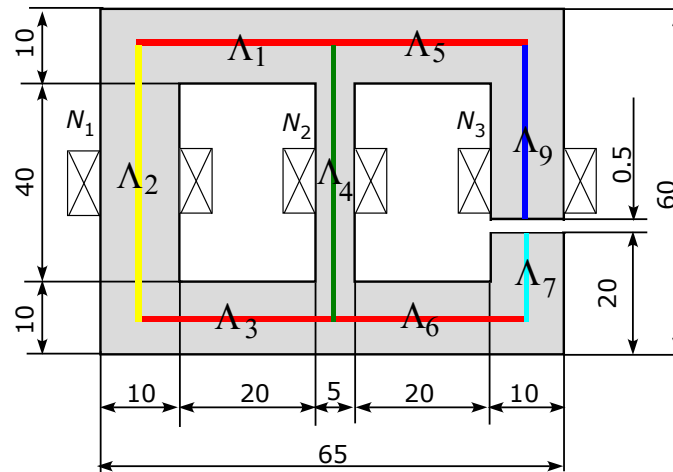


Figure 2: Calcul des perméances du fer

A noter que lorsque la surface et la perméabilité de plusieurs perméances en série sont égales (Λ_1, Λ_2 et Λ_3), (Λ_5 et Λ_9) et (Λ_6 et Λ_7): on peut calculer directement la perméance équivalente en additionnant les longueurs de leurs éléments ce qui permet de simplifier un peu les calculs.

Les valeurs numériques sont:

$$\Lambda_1 = \Lambda_3 = \Lambda_5 = \Lambda_6 = 1.142 \cdot 10^{-6} \text{ H}, \Lambda_2 = 6.283 \cdot 10^{-7} \text{ H}$$

$$\Lambda_4 = 3.142 \cdot 10^{-7} \text{ H}, \Lambda_7 = 2.094 \cdot 10^{-6} \text{ H}$$

$$\Lambda_8 = 2.513 \cdot 10^{-7} \text{ H}, \Lambda_9 = 9.106 \cdot 10^{-7} \text{ H}$$

$$\Lambda_a = 2.99 \cdot 10^{-7} \text{ H}, \Lambda_b = 3.142 \cdot 10^{-7} \text{ H}, \Lambda_c = 1.37 \cdot 10^{-7} \text{ H}.$$

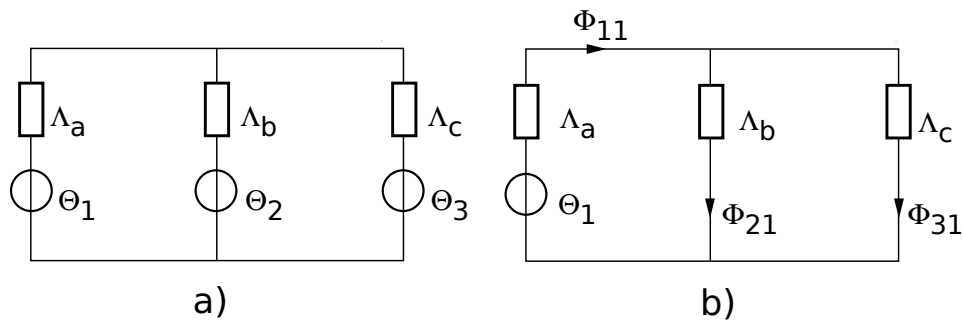


Figure 3: Le schéma magnétique équivalent modifié

2) Inductances propres

Imaginons une bobine m avec un courant I_m . Le flux totalisé traversant la même bobine et créé par I_m est Ψ_{mm} . L'inductance propre de la bobine m est définie comme le quotient du flux Ψ_{mm} par le courant I_m :

$$L_{mm} = \frac{\Psi_{mm}}{I_m} = \frac{N_m \Phi_{mm}}{I_m} \quad (5)$$

Pour déterminer L_{11} , il faut annuler les sources Θ_2 et Θ_3 . Le circuit correspondant est montré à la Fig. 3b).

Selon le circuit, les perméances Λ_b et Λ_c sont connectées en parallèle, et en série avec Λ_a , donc:

$$\Phi_{11} = \Theta_1 \frac{\Lambda_a(\Lambda_b + \Lambda_c)}{\Lambda_a + \Lambda_b + \Lambda_c} \quad (6)$$

et:

$$L_{11} = \frac{N_1 \Phi_{11}}{I_1} = N_1^2 \frac{\Lambda_a(\Lambda_b + \Lambda_c)}{\Lambda_a + \Lambda_b + \Lambda_c} \quad (7)$$

et par analogie:

$$L_{22} = \frac{N_2 \Phi_{22}}{I_2} = N_2^2 \frac{\Lambda_b(\Lambda_a + \Lambda_c)}{\Lambda_b + \Lambda_a + \Lambda_c} \quad (8)$$

$$L_{33} = \frac{N_3 \Phi_{33}}{I_3} = N_3^2 \frac{\Lambda_c(\Lambda_a + \Lambda_b)}{\Lambda_c + \Lambda_a + \Lambda_b} \quad (9)$$

Les valeurs numériques sont:

$$L_{11} = 179.8 \text{ mH}, L_{22} = 45.7 \text{ mH}, L_{33} = 28.0 \text{ mH}.$$

3) Inductances mutuelles

Imaginons deux bobines: m sans courant, et n avec un courant I_n . Le flux totalisé traversant la bobine m et créé par I_n est Ψ_{mn} . L'inductance mutuelle entre les bobines m et n est définie comme le quotient du flux Ψ_{mn} par le courant I_n :

$$L_{mn} = \frac{\Psi_{mn}}{I_n} = \frac{N_m \Phi_{mn}}{I_n} \quad (10)$$

Par analogie, on peut écrire:

$$L_{nm} = \frac{\Psi_{nm}}{I_m} = \frac{N_n \Phi_{nm}}{I_m} \quad (11)$$

Dans les systèmes linéaires, $L_{mn} = L_{nm}$.

Selon le circuit de la Fig. 2b), $\Phi_{11} = \Phi_{21} + \Phi_{31}$ et on a une division de flux:

$$\Phi_{21} = \Phi_{11} \frac{\Lambda_b}{\Lambda_b + \Lambda_c} = \Theta_1 \frac{\Lambda_a \Lambda_b}{\Lambda_a + \Lambda_b + \Lambda_c} \quad (12)$$

$$\Phi_{31} = \Phi_{11} \frac{\Lambda_c}{\Lambda_b + \Lambda_c} = \Theta_1 \frac{\Lambda_a \Lambda_c}{\Lambda_a + \Lambda_b + \Lambda_c} \quad (13)$$

et:

$$L_{21} = \frac{N_2 \Phi_{21}}{I_1} = N_2 N_1 \frac{\Lambda_a \Lambda_b}{\Lambda_a + \Lambda_b + \Lambda_c} \quad (14)$$

$$L_{31} = \frac{N_3 \Phi_{31}}{I_1} = N_3 N_1 \frac{\Lambda_a \Lambda_c}{\Lambda_a + \Lambda_b + \Lambda_c} \quad (15)$$

Finalement, par analogie:

$$L_{23} = \frac{N_2 \Phi_{23}}{I_3} = N_2 N_3 \frac{\Lambda_b \Lambda_c}{\Lambda_a + \Lambda_b + \Lambda_c} \quad (16)$$

Les valeurs numériques sont:

$$L_{12} = L_{21} = 62.6 \text{ mH}, L_{13} = L_{31} = 27.3 \text{ mH}, L_{23} = L_{32} = 14.3 \text{ mH}.$$