Actionneurs et systèmes électromagnétiques I

Corrigé: **Electro-aimant**

1) Détermination du champ magnétique

Le courant dans la bobine est:

$$I = \frac{U}{R} = 0.5 \text{ A} \tag{1}$$

La loi d'Ampère donne:

$$H_f l_f + H_\delta 2\delta = NI \tag{2}$$

La conservation du flux donne:

$$B_f S_f = B_\delta S_\delta \tag{3}$$

et, comme $S_f = S_\delta = S$, on obtient $B_f = B_\delta$.

La caractéristique de l'air est:

$$B_\delta = \mu_0 H_\delta \tag{4}$$

La caractéristique du matériau ferromagnétique est:

$$B_f = \mu_0 \mu_{rf} H_f \tag{5}$$

Les équations (2) à (5) forment un système. La solution est:

$$B_f = \frac{\mu_0 NI}{2\delta + \frac{l_f}{\mu_{rf}}} = \frac{\mu_{rf}\mu_0 NI}{2\mu_{rf}\delta + l_f} \tag{6}$$

Cela donne la solution numérique de $H_f = 452$ A/m et $B_f = B_\delta = 0.6$ T.

2) Détermination de la force

Dans ce cas, la meilleure méthode pour déterminer la force sur la plaque est celle du *tenseur de Maxwell*. Il est donné comme une pression sur la surface férromagnétique par:

$$p = \frac{B_\delta^2}{2\mu_0} \tag{7}$$

Cette pression agit sur deux surfaces de l'entrefer, donc la force est:

$$F = p\,2S = \frac{B_\delta^2}{2\mu_0} 2S = \frac{B_\delta^2}{\mu_0} S \tag{8}$$

Cela donne $F = 28.6$ N. La force agit vers le haut, pour minimiser la resistance magnétique vue par la bobine.

La force peut également être déterminée par la *dérivation d’énergie*. Pour déterminer la force sur la plaque, on effectue un déplacement virtuel $d\delta$ de la plaque, en gardant le même flux dans la bobine (ceci nécessite que le courant change). Ce déplacement va changer l’énergie totale du champ magnétique de dW. La force est déterminée par:

$$F = -\frac{dW}{d\delta} \tag{9}$$

Dans le cas analysé, on suppose que l’entrefer δ est augmenté à la valeur $\delta + d\delta$. Le fait que le flux reste le même après cette augmentation signifie que l’induction B reste la même (et que le courant augmente d’une valeur dI). Le changement de l’énergie totale du champ magnétique est:

$$dW = \frac{1}{2} B_\delta H_\delta \, dV = \frac{B_\delta^2}{2\mu_0} 2S \, d\delta = \frac{B_\delta^2}{\mu_0} S \, d\delta \tag{10}$$

Finalement, la force selon (9) devient:

$$F = -\frac{B_\delta^2}{\mu_0} S \tag{11}$$

Le résultat est le même que celui donné par (8). Le signe est négatif, et cela signifie que la force est opposée à l’augmentation de l’entrefer, et qu’elle agit vers le haut.

Finalement, la même méthode donne l’équation suivante pour déterminer la force:

$$F = \frac{1}{2} \frac{dL}{d\delta} I^2 \tag{12}$$

Comme la dérivée de l’inductance L est donnée par:

$$\frac{dL}{d\delta} = N^2 \frac{d\Lambda_e}{d\delta} = N^2 \frac{d}{d\delta} \left(\frac{\mu_{rf} \mu_0 S}{2\mu_{rf}\delta + l_f} \right) = -N^2 \frac{2\mu_{rf}^2 \mu_0 S}{(2\mu_{rf}\delta + l_f)^2} \tag{13}$$

la formule finale pour la force est:

$$F = -N^2 I^2 \frac{\mu_{rf}^2 \mu_0 S}{(2\mu_{rf}\delta + l_f)^2} \tag{14}$$

et cela donne le même résultat.