

Cours de Signaux et Systèmes

Correction du questionnaire à choix multiples

1. Systèmes linéaires analogiques invariants dans le temps (LIT)

Vrai Faux

- ☐ ☒ Le signal constant $f(t) = 1$ est l'élément neutre de la convolution.
- ☒ ☐ $\text{tri}(t) * \text{tri}(t) = \text{rect}(t) * \text{tri}(t) * \text{rect}(t)$.
- ☐ ☒ Un système LIT est BIBO-stable si et seulement si sa réponse impulsionnelle $h(t)$ vérifie $\int_{\mathbb{R}} |h(t)|^2 dt < +\infty$.
- ☒ ☐ Les sinusoïdales complexes sont les fonctions propres des systèmes LIT.
- ☒ ☐ L'opération de convolution est linéaire.
- ☒ ☐ Soit $h(t)$ la réponse impulsionnelle d'un système causal non nul. Il est possible de trouver une entrée $x(t)$ pour laquelle la sortie $(h * x)(t)$ est non-causale.
- ☒ ☐ Un système RIF avec réponse impulsionnelle $h(t)$ et $\max |h(t)| = M < \infty$ est toujours BIBO-stable.
- ☐ ☒ Soient f et g , deux signaux dont les supports sont respectivement $[a, b]$ et $[c, d]$. Le support de $f * g$ est exactement égal à $[a - c, b - d]$.
- ☐ ☒ Soit un système dont la réponse impulsionnelle est donnée par $h(t)$ et la fonction de Green par $\phi(t)$. Alors, $h(t) * \phi(t) = 1$.
- ☒ ☐ La réponse impulsionnelle du système défini par l'équation différentielle $y''(t) + 2y'(t) + y(t) = x(t)$, où y est la sortie et x l'entrée, est causale et RII.
- ☒ ☐ $(f(t) * \delta(t - t_0)) \cdot \delta(t - t_0) = f(0)\delta(t - t_0)$.
- ☐ ☒ Un système instable est nécessairement à réponse impulsionnelle infinie.
- ☐ ☒ Soit la fonction $g : t \rightarrow u(-t)$. On a $\frac{dg(t)}{dt} = \delta(t)$.
- ☐ ☒ Une fonction f appartient à l'espace de fonctions L_1 si et seulement si elle vérifie $\int_{\mathbb{R}} |f(t)|^2 dt < +\infty$.

- ☒ ☐ L'amplification $g(t) = Af(t)$ d'un facteur $A \in \mathbb{R}$ préserve la causalité du signal f .
- ☐ ☒ La fonction $h(t) = f(t) * u(t)$ est la réponse impulsionnelle d'un système BIBO-stable si $f(t) = e^{-at}u(t)$ et $a > 0$.
- ☐ ☒ Un système est BIBO-stable si et seulement si tous ses pôles ont une partie réelle positive.
- ☒ ☐ Soient $h(t)$, $f(t)$ et $g(t)$, trois systèmes RIF. Alors, $z(t) = h(t) * f(t) * g(t)$ est RIF.
- ☐ ☒ La fonction $h(t) = e^t u(-t) + \delta(t - 1)$ correspond à la réponse impulsionnelle d'un système causal BIBO-stable.

2. Produits scalaires et séries de Fourier

Vrai Faux

- ☒ ☐ Une fonction réelle paire f est toujours orthogonale à une fonction réelle impaire g . Autrement dit, le produit scalaire $\langle f, g \rangle = \int_{\mathbb{R}} f(t)g^*(t)dt$ est toujours nul.
- ☒ ☐ Soit $\phi_n(t) = \text{rect}(t - \frac{1}{2} - \frac{n}{2})$. Alors, $\{\phi_n\}_{n=0,1,2,3}$ n'est pas une famille orthonormée.
- ☐ ☒ L'intercorrélation c_{xy} des signaux réels $x(t)$ et $y(t)$ est toujours égale à $(x * y)(t)$ si $y(t)$ est symétrique par rapport à un $t = t_0$ quelconque.
- ☐ ☒ L'intercorrélation des signaux $x(t) = \sin(t)$ et $y(t) = \cos(t)$ est toujours égale à zéro.
- ☐ ☒ La forme $\langle f, g \rangle = \int_{\mathbb{R}} f(t)g^*(t-2)dt$ est un produit scalaire hermitien sur $L_2(\mathbb{R})$, l'espace des fonctions à énergie finie.
- ☐ ☒ La meilleure approximation d'un signal pour la norme L_2 s'obtient par échantillonnage de la fonction aux entiers.
- ☒ ☐ Les coefficients c_n de la série de Fourier complexe d'un signal $x(t)$ de période T suffisent pour calculer l'énergie de $x(t)$ au sens de la norme associée à l'espace $L_2([-T/2, T/2])$.
- ☐ ☒ L'intercorrélation c_{xy} des signaux réels $x(t)$ et $y(t)$ est donnée par $c_{xy}(\tau) = x(-\tau) * y(\tau) = y(-\tau) * x(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t)y(t-\tau)dt$.

- ☐ ☒ Soient deux signaux causaux $x(t)$ et $y(t)$. On a $c_{xy}(\tau) = 0$ pour $\tau < 0$.
- ☒ ☐ Le produit scalaire $\langle f, f \rangle_{L_2}$ est une mesure de l'énergie du signal f .
- ☒ ☐ L'approximation aux moindres carrés du signal $f \in L_2(\mathbb{R})$ par une famille orthonormale $\{\phi_n(t)\}$, donnée par $\tilde{f} = \sum_n \langle f, \phi_n \rangle_{L_2} \phi_n$, satisfait la relation $\sum_n |\langle f, \phi_n \rangle_{L_2}|^2 + \|f - \tilde{f}\|_{L_2}^2 = \|f\|_{L_2}^2$.
- ☒ ☐ Le signal $\sqrt{3} \cos(2\pi t)$ n'a que deux coefficients de Fourier complexes non nuls par rapport à la période $T = 1$.

Soit $x(t) = \sum_{n=-3}^3 n e^{j2\pi n t}$.

Vrai Faux

- ☐ ☒ La fonction $x(t)$ est réelle.
- ☐ ☒ La fonction $x(t)$ est paire.
- ☒ ☐ La valeur moyenne de la fonction $x(t)$ est nulle.
- ☒ ☐ La série de Fourier complexe de $x(t)$ par rapport à la période $T = 1$ possède 6 coefficients non nuls.
- ☐ ☒ $\int_0^1 |x(t)|^2 dt = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

Soit $x(t) = \sum_{n=-2}^2 e^{j\pi n t}$.

Vrai Faux

- | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|--|
| ☒ | ☐ | La série de Fourier complexe de $x(t)$ par rapport à la période $T = 2$ possède 5 coefficients non nuls. |
| ☒ | ☐ | La fonction $x(t)$ est réelle. |
| ☐ | ☒ | La fonction $x(t)$ est impaire. |
| ☐ | ☒ | La fonction $x(t)$ est à valeur moyenne nulle. |
| ☐ | ☒ | $\int_0^2 x(t) ^2 dt = 1$. |