

Série 6

Réponses à l'exercice 6.1 : RÉPONSE A UNE EXCITATION SINUSOÏDALE

1) $X(\omega) = A\pi(e^{j\varphi}\delta(\omega - \omega_0) + e^{-j\varphi}\delta(\omega + \omega_0)).$

La sortie sera une combinaison linéaire de deux exponentielles complexes de fréquence $\pm\omega_0$.

2) $Y(\omega) = A\pi(e^{j\varphi}\delta(\omega - \omega_0)H(\omega_0) + e^{-j\varphi}\delta(\omega + \omega_0)H(-\omega_0)).$

3) $y(t) = A \cdot |H(\omega_0)| \cdot \cos(\omega_0 t + \varphi + \arg H(\omega_0))$ (qui est bien réelle).

4) — Système 1 : $y_{1,h_1}(t) \equiv 0$ et $y_{2,h_1}(t) = \frac{6}{\pi} \cos(\pi t).$

— Système 2 : $y_{1,h_2}(t) \equiv 0$ et $y_{2,h_2}(t) = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} \cos(\pi t).$

Réponses à l'exercice 6.2 : ÉQUATION DIFFÉRENTIELLE

1) $h(t) = e^{-\sqrt{2}t}u(t) \Rightarrow H(\omega) = \frac{1}{j\omega + \sqrt{2}}.$

2) $\mathcal{F}\{Dy\}(\omega) = j\omega Y(\omega).$

3) $(j\omega + \sqrt{2})Y(\omega) = X(\omega).$

4) $\mathcal{F}\{\delta\}(\omega) = 1.$

5) $y(t) = (h * x)(t) \Rightarrow H(\omega) = \frac{Y(\omega)}{X(\omega)} = \frac{1}{j\omega + \sqrt{2}}.$

Réponses à l'exercice 6.3 : CALCUL DE TRANSFORMÉES DE FOURIER

1) $F_1(\omega) = \frac{\pi}{3}e^{3\omega}u(-\omega) \cdot \text{sinc}\frac{\omega}{12\pi}.$

2) $F_2(\omega) = 4\pi^2\delta(\omega) \Rightarrow f_2(t) = 2\pi.$

3) $F_3(\omega) = \frac{2}{j\omega} - 3\pi \cdot \text{sign}(\omega).$

4) $F_4(\omega) = j\pi(\delta(\omega - 2) - \delta(\omega + 2)).$

Réponses à l'exercice 6.4 : INTERCORRÉLATION ET TRANSFORMÉE DE FOURIER

1) $c_{fg}(\tau) = (f(-\cdot) * g^*)(\tau).$

2) $C_{fg}(\omega) = F(-\omega)G(-\omega)^*.$

3) c_{ff} est l'autocorrélation de f .

$$C_{ff}(\omega) = |F(-\omega)|^2.$$

4) $C_{fg}(\omega) = \frac{1}{2}\text{rect}(\frac{\omega}{2\pi})\text{rect}(\frac{\omega}{4\pi}) = \frac{1}{2}\text{rect}(\frac{\omega}{2\pi}) \Rightarrow c_{fg}(\tau) = \frac{1}{2}\text{sinc}(\tau).$

5) $c_{FG}(\nu) = (F(-\cdot) * G^*)(\nu).$

6) $C_{FG}(t) = 2\pi(f(-t)g^*(-t)).$

7) $c_{FF}(\nu) = (F(-\cdot) * F^*)(\nu).$

$$C_{FF}(t) = 2\pi|f(-t)|^2.$$