Série 10

Réponses à l'exercice 10.1 : CARACTÉRISATION DE SYSTÈMES

1) $H_1(\omega) = 1 - \mathrm{tri}(\frac{\omega}{2\pi})$, passe-haut.

2) $H_2(\omega) = 2\mathrm{rect}(\frac{\omega}{\pi})\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\frac{\omega}{2}} + 2\mathrm{rect}(\frac{\omega}{\pi})\mathrm{e}^{\mathrm{j}\frac{\omega}{2}} = 4\mathrm{rect}(\frac{\omega}{\pi})\cos(\frac{\omega}{2})$, passe-bas.

3) $H_3(\omega) = \frac{\pi}{4}\mathrm{e}^{-2|\omega|}$, passe-bas.

4) $H_4(\omega) = \frac{\pi}{2}|\omega|e^{-|\omega|/\sqrt{2}}$, passe-bande.

Les réponses en amplitude sont représentées sur la figure 1.

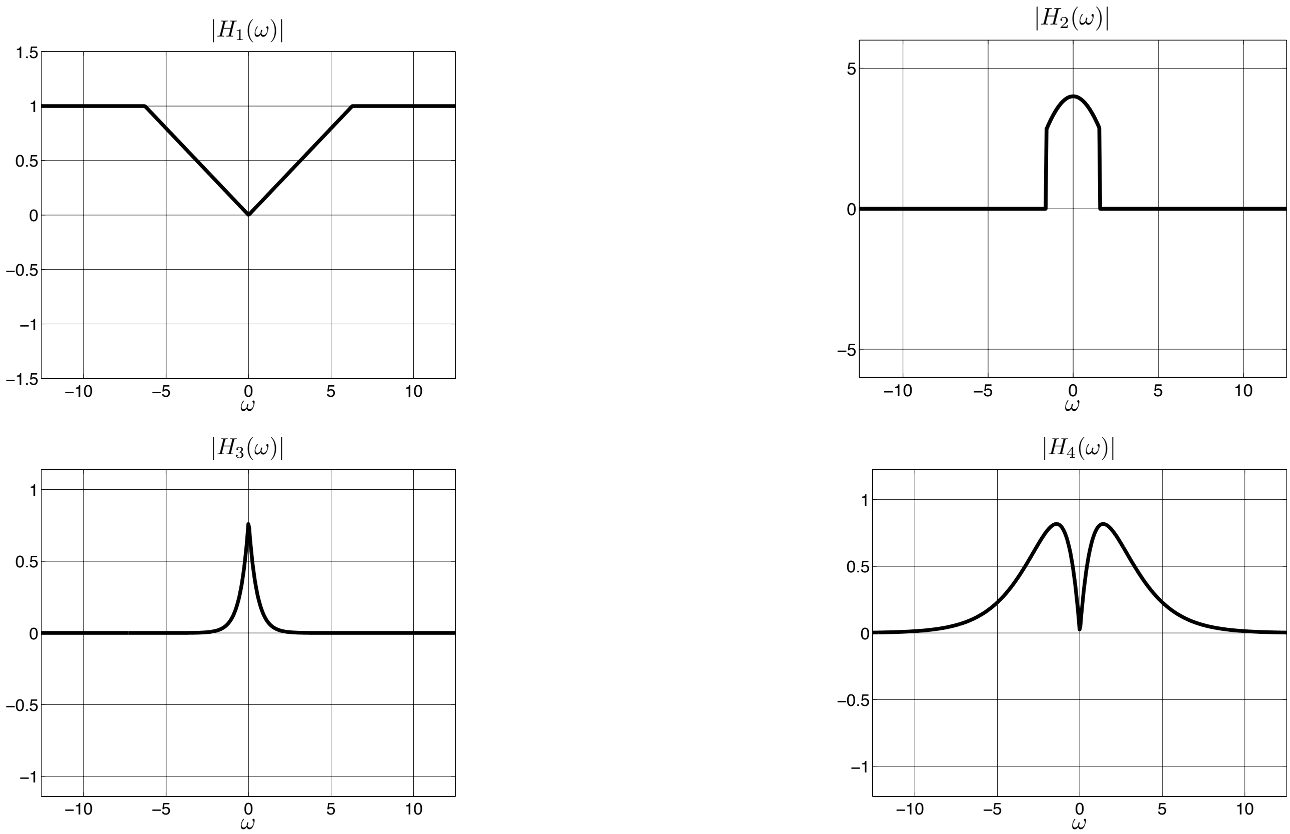

FIGURE 1 – Exercice **10.1** : réponses en amplitude des différents $H(\omega)$.

Réponses à l'exercice 10.2 : PLACEMENT DE PÔLES ET DE ZEROS

1) $H(\omega) = C\frac{(j\omega-1-j/2)(j\omega-1+j/2)}{(j\omega+1)(j\omega+2-j)(j\omega+2+j)}$.
La contrainte implique que $C = 4$. Le filtre est réel et causal-stable BIBO.

2) Il s'agit d'un passe-bas. La réponse en amplitude est représentée sur la figure 2.

3) $h(t) = \frac{17}{2}\mathrm{e}^{-t}u(t) - \frac{9-57j}{4}\mathrm{e}^{-(2-j)t}u(t) - \frac{9+57j}{4}\mathrm{e}^{-(2+j)t}u(t)$.

4) $G(\omega) = 4\frac{(j\omega+1-j/2)(j\omega+1+j/2)}{(j\omega+1)(j\omega+2-j)(j\omega+2+j)}$.
Le diagramme pôle-zéros correspondant est représenté sur la figure 3

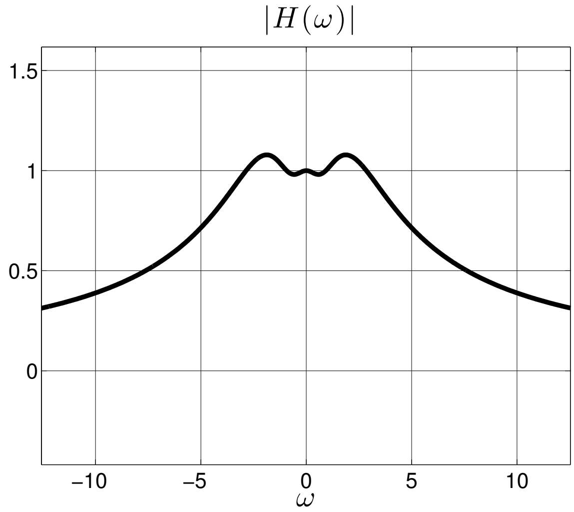

FIGURE 2 – Exercice **10.2.2** : réponse en amplitude de $H(\omega)$.

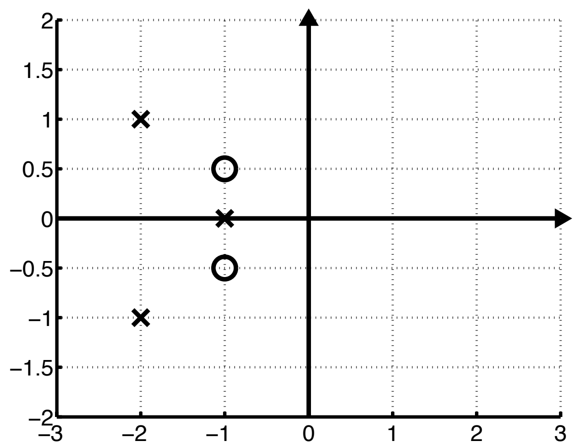

FIGURE 3 – Exercice **10.2.4** : pôles et zéros de $G(\omega)$.

Réponses à l'exercice 10.3 : MISE EN SÉRIE DE SYSTÈMES

1) $f(t) = u(t)\mathrm{e}^{-t}(1-\mathrm{e}^{-t})$. Il s'agit d'une fonction causale et le système est stable. Pour le module et la phase de la réponse fréquentielle, voir la figure 4.

2) T_{t_0} est LIT, ce que l'on peut déduire en s'aidant des slides 2-11 et 2-13 du cours.
$h_{t_0}(t) = \delta(t-t_0)$. $H_{t_0}(\omega) = \mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega t_0}$.
La phase est représentée sur la figure 4 et le module est constant et égal à 1.

3) $|H(\omega)| = |H_1(\omega)| \times |H_2(\omega)|$.
$\arg H(\omega) = \arg H_1(\omega) + \arg H_2(\omega)$.

4) $|H(\omega)| = \frac{\mathrm{e}^{-12}}{\sqrt{(2-\omega^2)^2+9\omega^2}}$.
$\arg H(\omega) = -\arg(1+\mathrm{j}\omega) - \arg(2+\mathrm{j}\omega) - \omega t_0$.

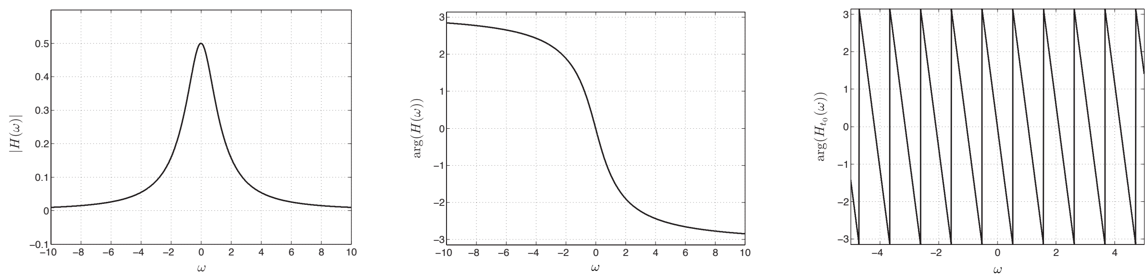

FIGURE 4 – Exercice **10.3.2 et 10.3.3** : module et phase de $H(\omega)$, phase de $H_{t_0}(\omega)$ pour $t_0 = 1$.

Réponses à l'exercice 10.4 : MODULATION ET OCCUPATION SPECTRALE

1) $X(\omega) = \frac{1}{2\pi}\frac{2}{f_1}\mathrm{rect}\frac{\omega}{6\pi f_1} * \pi[\delta(\omega+2\pi f_1) + \delta(\omega-2\pi f_1)] = \frac{1}{f_1}(\mathrm{rect}\frac{\omega+2\pi f_1}{6\pi f_1} + \mathrm{rect}\frac{\omega-2\pi f_1}{6\pi f_1})$.
Le spectre en amplitude de $x(t)$ est représenté sur la figure 5.

2) 1.25 MHz.

3) Le spectre en amplitude de $x_{\mathrm{AM}}(t)$ est représenté sur la figure 5. $B_{\mathrm{AM}} = 2.5\,\mathrm{MHz}$.

4) Le spectre en amplitude de $x_{\mathrm{BLU}}(t)$ est représenté sur la figure 5. $B_{\mathrm{BLU}} = 1.25\,\mathrm{MHz}$.

5) $B_{\mathrm{FM}} \approx 3.455\,\mathrm{MHz}$.

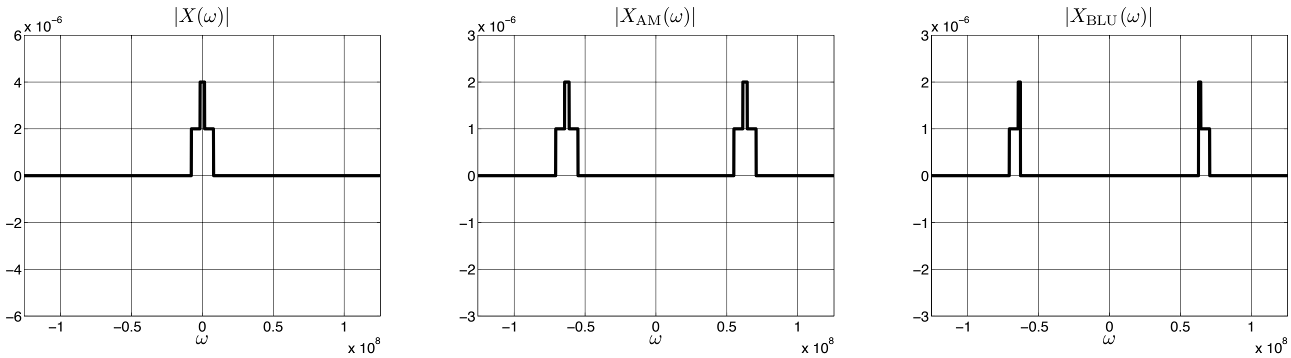

FIGURE 5 – Exercice **10.4** : spectres en amplitude de $x(t)$, $x_{\mathrm{AM}}(t)$ et $x_{\mathrm{BLU}}(t)$.