Série 10

Exercice 10.1 : CARACTÉRISATION DE SYSTÈMES (BASIQUE)

Cet exercice demande une nouvelle fois de calculer des transformées de Fourier : un classique qui nécessitera de jongler adroitement avec les tables. On cherche de plus à interpréter l'effet qualitatif du filtre sur des signaux, ce qui suppose de regarder le comportement limite de la réponse fréquentielle et consiste en une nouvelle compétence à maîtriser.

On considère les systèmes définis par les réponses impulsionnelles suivantes. Pour chaque système, calculer sa réponse en fréquence et représenter graphiquement sa réponse en amplitude. Décrire qualitativement l'effet de chaque système (passe-bas, passe-bande ou passe-haut).

1) $h_1(t) = \delta(t) - \mathrm{sinc}^2(t)$

2) $h_2(t) = \mathrm{sinc}(\frac{t}{2} - \frac{1}{4}) + \mathrm{sinc}(\frac{t}{2} + \frac{1}{4})$

3) $h_3(t) = \frac{1}{2t^2+8}$

4) $h_4(t) = \frac{1-2t^2}{(1+2t^2)^2}$
Indication : calculer la transformée de Fourier de $|t|e^{-|t|}$ en utilisant celle de t_+e^{-t}.

Exercice 10.2 : PLACEMENT DE PÔLES ET DE ZEROS (BASIQUE)

Dans ce problème, on cherchera à analyser le comportement de filtres construits suivant certaines caractéristiques. On introduit en outre le diagramme pôle-zéros, une nouvelle façon de représenter un filtre avec laquelle il s'agira de vous familiariser. Cette manière de décrire les systèmes est en outre utile pour estimer rapidement l'effet qualitatif d'un filtre donné.

On considère les pôles et zéros donnés dans le schéma de la figure 2.

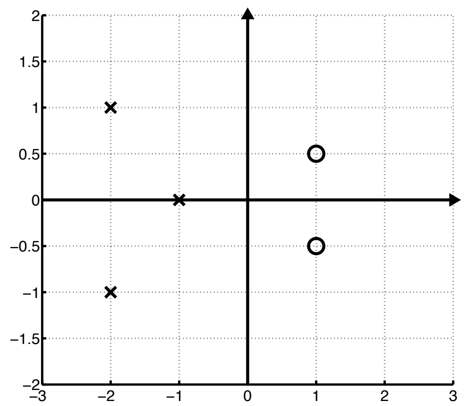

FIGURE 1 – Pôles et zéros.

1) Donner l'expression du filtre rationnel $H(\omega)$ correspondant, avec la contrainte que $H(0) = 1$. Ce filtre est-il réel ? Est-il causal-stable BIBO ?

2) Par une considération simple sur la fraction rationnelle en jeu, estimer qualitativement l'effet du filtre (passe-tout, passe-bas ou passe-haut).

3) Calculer $h(t)$.

Exercice 10.3 : MISE EN SÉRIE DE SYSTÈMES (INTERMÉDIAIRE)

Cet exercice propose d'observer les effets de la mise en série de systèmes sur le module et la phase de la réponse fréquentielle du système résultant. Il s'agit en outre d'une bonne occasion de s'assurer que l'on manipule aisément les fonctions complexes.

1) Soit le système S donné par sa réponse fréquentielle $F(\omega) = \frac{1}{2+3\mathrm{j}\omega-\omega^2}$. Donner sa réponse impulsionnelle $f(t)$. Le système est-il causal ? Est-il stable ? Tracer l'allure de sa réponse fréquentielle en amplitude et en phase.

2) Soit le système T_{t_0} décrit par $T_{t_0}\{x\}(t) = x(t-t_0)$ pour une entrée x quelconque. Ce système est-il LIT ? Donner les réponses impulsionnelle $h_{t_0}(t)$ et fréquentielle $H_{t_0}(\omega)$ de T_{t_0}. Pour $t_0 = 6$, tracer les réponses en amplitude et en phase de T_{t_0}.

3) Soit le système S obtenu par la mise en série de deux systèmes LIT quelconques, S_1 et S_2. Exprimer les réponses en amplitude et en phase de S en fonction de celles de S_1 et S_2.
Indication : on notera respectivement h, h_1 et h_2 les réponses impulsionnelles.

4) En utilisant les résultats des points **1)** à **3)**, calculer et commenter l'allure des réponses en amplitude et en phase d'un système de réponse impulsionnelle $h(t) = u(t-6)\mathrm{e}^{-t}(\mathrm{e}^{-6} - \mathrm{e}^{-t})$.

Exercice 10.4 : MODULATION ET OCCUPATION SPECTRALE (AVANCÉ)

Cet exercice illustre le problème très concret des différents types de modulation tels qu'utilisés pour transmettre les communications radiophoniques par exemple. On cherchera à comprendre le fonctionnement de plusieurs types de modulation en amplitude et en fréquence, et à en déduire les forces et faiblesses de chaque méthode. On trouvera la description théorique de chaque type de modulation dans cours aux pages 6-5, 6-11 et 6-18.

Soit $x(t) = 6\mathrm{sinc}(3f_1t)\cos(2\pi f_1 t)$ avec $f_1 = 500\,\mathrm{kHz}$. On applique à ce signal différents types de modulation, toujours à la fréquence $f_0 = 10\,\mathrm{MHz}$.

1) Exprimer $X(\omega)$, le spectre de $x(t)$, et représenter graphiquement son amplitude.

2) Donner la fréquence maximale de $X(\omega)$.

3) On effectue une modulation en amplitude pour obtenir $x_{\mathrm{AM}}(t)$. Représenter le spectre en amplitude du signal $x_{\mathrm{AM}}(t)$ et donner sa largeur de la bande passante B_{AM}.

4) On effectue une modulation en amplitude à bande latérale unique pour obtenir $x_{\mathrm{BLU}}(t)$. Représenter le spectre en amplitude du signal $x_{\mathrm{BLU}}(t)$ et donner sa largeur de la bande passante B_{BLU}.

5) On effectue une modulation en fréquence avec un facteur de sensibilité $\lambda_p = 0.5 \times 10^6$ rad/s pour obtenir $x_{\mathrm{FM}}(t)$. Calculer sa bande passante essentielle B_{FM}.