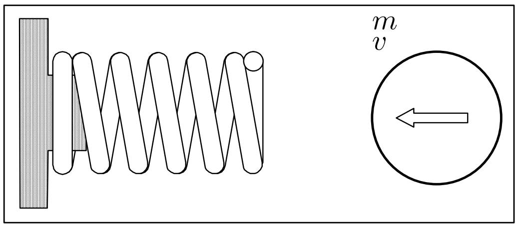
Exercice 1* : Butée élastique

Une masse m qui se déplace à une vitesse v entre en collision avec un ressort hélicoïdal encastré dans un châssis fixe.

Données du problème :

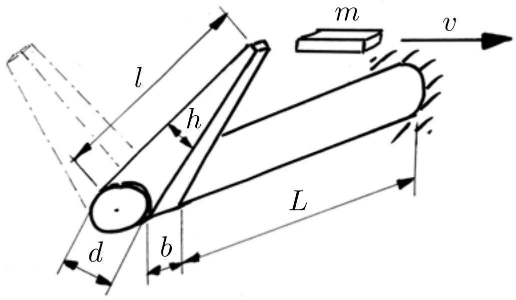


- masse : $m = 0{,}1$ kg
- vitesse de la masse : $v = 4\ \mathrm{m\,s^{-1}}$
- diamètre moyen du ressort : $D = 20$ mm
- diamètre du fil : $d = 1$ mm
- nombre de spires : $n = 10$
- Module de Young de l'acier ressort utilisé : $E = 210$ GPa
- Le coefficient de Poisson est : $\nu = 0.3$
- Rappel : le module de cisaillement est lié au module de Young par la relation : $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$
- Contrainte de cisaillement admissible : $\tau_{\mathrm{adm}} = 1000$ MPa

1. Est-ce que la limite élastique du ressort est dépassée durant cette collision ?
2. Quelle est la déformation maximale du ressort durant la collision ?
3. Quelle est l'accélération maximale de la masse durant la collision ?

Exercice 2 : Propulseur

Dans certaines machines à tisser, la navette m est propulsée à l'aide d'une barre de torsion et d'un levier.



Données du problème :

- barre : $L = 600$ mm, $d = 20$ mm, $\tau_{\mathrm{adm}} = 1000$ MPa, matière : acier
- levier : $l = 200$ mm, $b = 10$ mm, $h = 10$ mm (épaisseur moyenne), matière : acier
- navette : $m = 30$ g

1. Quel est l'angle de rotation maximal admissible pour le levier ?
2. Quelle est la vitesse maximale de la navette au moment où elle quitte le propulseur ?

Hypothèses simplificatrices : *On néglige le moment d'inertie de la barre de torsion. On considère le levier comme un barreau prismatique de masse* m_{levier} *et de longueur* l *; son inertie est* $I = \frac{1}{3}\, m_{levier}\, l^2$.

Exercice 3* : Ressort hélicoïdal de traction ou de compression

Calculer la rigidité, la charge admissible et l'énergie admissible que peut stocker le ressort suivant :

- Géométrie : $d = 0{,}5$ mm, $D = 5{,}5$ mm, $n = 4$ spires actives
- Matériau : $G = 81$ GPa, $\tau_{\mathrm{adm}} = 640$ MPa,

1. D'après le tableau de R. Clavel (2003) en annexe.
2. D'après le formulaire de S. Henein (2007) en annexe.

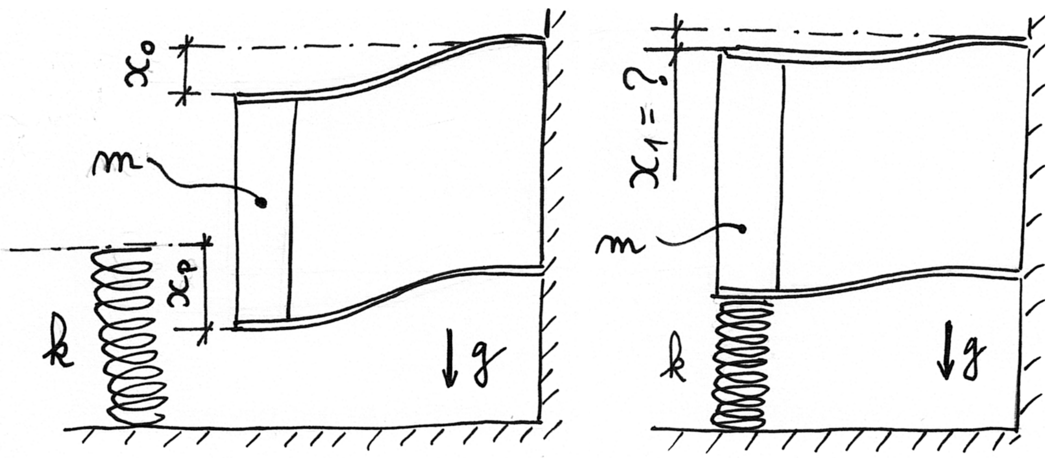
Exercice 4★★ : Equilibre de ressorts

Un guidage flexible à deux lames parallèles subit une flèche x_0 sous l'effet du poids de la masse m qu'il supporte. Un ressort hélicoïdal de rigidité k est utilisé pour le soutenir. La longueur à vide du ressort est telle que la longueur de précharge au moment du montage est x_p (voir figure).

Calculez la flèche résiduelle x_1 du guidage flexible après la mise en place du ressort.

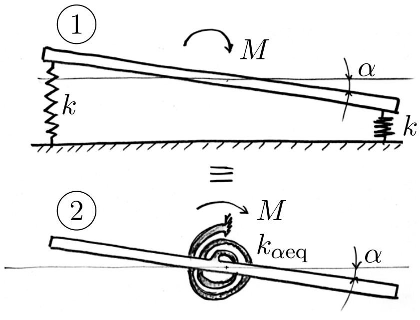
Données et hypothèses :

- Masse suspendue : $m = 2$ kg.
- Accélération de la pesanteur : $g = 9.81$ m/s^2
- Flèche sans ressort de soutien : $x_0 = 10$ mm.
- Longueur de précharge du ressort de soutien : $x_p = 15$ mm.
- Rigidité du ressort hélicoïdal de soutien : $k = 1500$ N/m.
- Les rigidités du ressort de soutien et du guidage flexibles sont supposées constantes (loi de Hooke).
- Le guidage est orienté de telle sorte que le mouvement de la masse soit vertical.
- Le ressort de soutien agit verticalement.



Système avant (à gauche) et après (à droite) la mise en place du ressort de soutien.

Exercice 5★ : Combinaison de ressorts

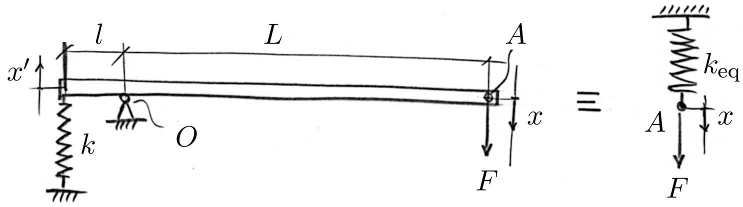


Calculer la rigidité angulaire équivalente $k_{\alpha eq}$ du ressort spiral telle que le couple M appliqué aux poutres ① et ② produise le même angle de rotation α. Les deux ressorts hélicoïdaux sont séparés par une distance d.

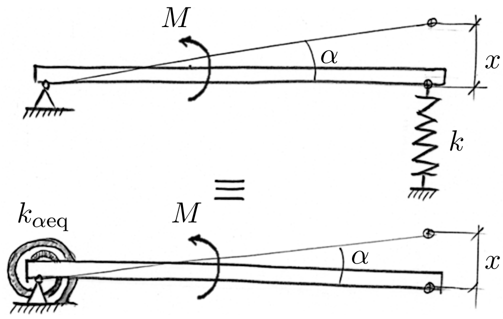
Hypothèse *α est suffisamment faible pour appliquer la linéarisation* $\sin(\alpha) \simeq \alpha$.

Exercice 6★ : Levier et ressort

Calculer la rigidité équivalente du mécanisme ci-contre au point A.



Exercice 7★ : Plongeoir



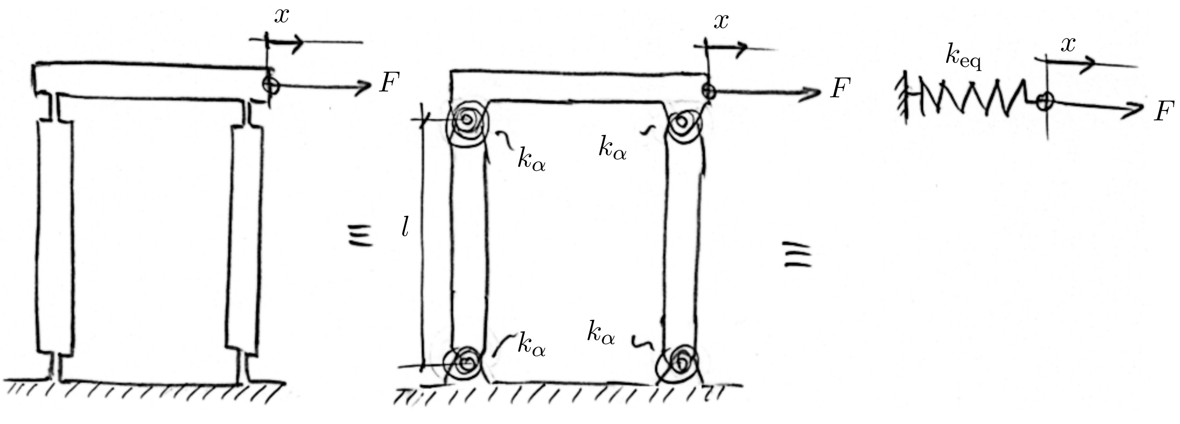
Calculer la rigidité angulaire équivalente $k_{\alpha eq}$ de la poutre de longueur l ci-contre.

Hypothèse *α est suffisamment faible pour appliquer la linéarisation* $\sin(\alpha) \simeq \alpha$.

Exercice 8★ : Mécanisme flexible à quatre barres

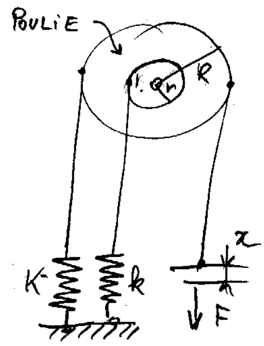
Calculer la rigidité équivalente $k_{eq} = F/x$ du mécanisme ci-dessous (F est la force horizontale appliquée au bloc mobile du mécanise, et x est la composante horizontale de son déplacement).

Hypothèse *α est suffisamment faible pour appliquer la linéarisation* $\sin(\alpha) \simeq \alpha$.

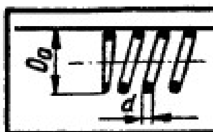


Exercice 9★ : Poulie

Une poulie à deux tambours de rayons R et r transmet le force d'un brin de corde vers deux ressorts comme illustré ci-contre. L'axe de la poulie est fixe. Calculer la rigidité équivalente $k_{eq} = F/x$.



Ressorts de traction et compression: valeurs typiques

		D_a – Diamètres normaux											
d - Diamètres normaux		(1,5)	2	(2,5)	3	(3,5)	4	(4,5)	5	6	(7)	8	(9)
(0,1)	P	20	14										
	f./sp.	0,54	0,99										
(0,15)	P	62	50	39	33								
	f./sp.	0,30	0,63	1	1,5								
0,2	P	140	110	87	78	67	58						
	f./sp	0,19	0,40	0,66	1,1	1,5	2						
0,25	P	265	205	175	140	132	115	100	90				
	f./sp.	0,13	0,28	0,51	0,75	1,15	1,55	2	2,5				
0,3	P		360	280	250	210	202	179	155	131			
	f./sp.		0,22	0,37	0,61	0,85	1,25	1,60	2	3			
0,35	P		550	458	370	340	296	258	255	210	178		
	f./sp.		0,16	0,30	0,46	0,71	0,95	1,24	1,72	2,53	3,50		
0,4	P			646	565	474	440	388	345	311	264	233	
	f./sp.			0,24	0,39	0,55	0,81	1,05	1,29	2,15	3,02	3,98	
0,45	P			1055	820	685	587	560	500	451	381	334	295
	f./sp.			0,19	0,33	0,47	0,65	0,92	1,13	1,88	2,64	3,50	4,47
0,5	P				1055	955	820	715	695	570	529	459	404
	f./sp.				0,27	0,41	0,56	0,73	1,01	1,51	2,31	3,07	3,98
0,6	P					1575	1460	1270	1125	1000	840	810	700
	f./sp.					0,29	0,44	0,58	0,73	1,22	1,69	2,51	3,21
(0,7)	P						2195	1910	1830	1480	1365	1180	1040
	f./sp.						0,33	0,43	0,61	0,92	1,40	1,92	2,45
0,8	P							2920	2580	2250	1890	1775	1560
	f./sp.							0,36	0,47	0,77	1,11	1,63	2,10
(0,9)	P								3765	3275	2730	2350	2255
	f./sp.								0,39	0,66	0,95	1,29	1,82
1	P									4230	3620	3275	2870
	f./sp.									0,53	0,83	1,12	1,47

$\tau_2' = 700\ \mathrm{MN/m^2}$

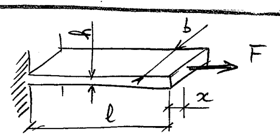
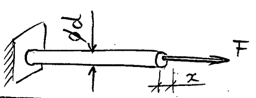
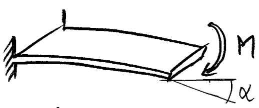
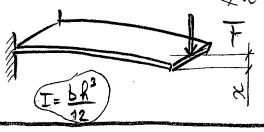
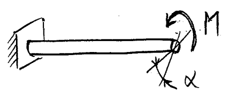
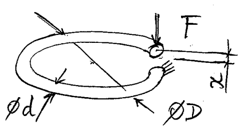
Force max P : cN $= 1\cdot 10^{-2}$ N

Flèche max par spire f./sp: mm

Eviter l'emploi des dimensions entre ()
ou situées hors des limites

Source: Polycopié EPFL « Composants de la microtechnique », R. Clavel, 2003

Note : D_a est le diamètre extérieur du ressort ; d est le diamètre du fil.

RESSORTS	RIGIDITÉ K : N/m $\boxed{K=\frac{F}{x}}$ K_a : Nm/rad	DÉPLACEMENT ADMISSIBLE x : m α : rad	FORCE/MOMENT ADMISSIBLE F : N M : Nm	ENERGIE ADMISSIBLE W : J $\boxed{W=\frac{1}{2}Kx^2 \quad W=\frac{1}{2}Fx}$	COEFF. D'UTILISATION
TRACTION 	$K=\frac{Ebh}{\ell}$	$x=\frac{\sigma \ell}{E}$	$F=\sigma b h$	$W=\frac{\sigma^2 b h \ell}{2E}$	1
TRACTION 	$K=\frac{E\pi d^2}{4\ell}$	$x=\frac{\sigma \ell}{E}$	$F=\frac{\sigma \pi d^2}{4}$	$W=\frac{\sigma^2 \pi d^2 \ell}{8E}$	1
FLEXION PURE 	$K=\frac{Ebh^3}{12\ell}$	$\alpha=\frac{2\sigma \ell}{Eh}$	$M=\frac{\sigma b h^2}{6}$	$W=\frac{\sigma^2 b h \ell}{6E}$	1/3
FLEXION SIMPLE  $I=\frac{bh^3}{12}$	$K=\frac{Ebh^3}{4\ell^3}$	$x=\frac{2\sigma \ell^2}{3Eh}$	$F=\frac{\sigma b h^2}{6\ell}$	$W=\frac{\sigma^2 b h \ell}{18E}$	1/9
TORSION BARRE 	$K_a=\frac{G\pi d^4}{32\ell}$	$\alpha=\frac{2\tau \ell}{Gd}$	$M=\frac{\tau \pi d^3}{16}$	$W=\frac{\tau^2 \pi d^2 \ell}{16G}$	$\simeq 1/3$
TORSION n SPIRES 	$K=\frac{Gd^4}{8nD^3}$	$x=\frac{n\tau\pi D^2}{Gd}$	$F=\frac{\tau \pi d^3}{8D}$	$W=\frac{n\tau^2\pi^2 d^2 D}{16G}$	$\simeq 1/3$
$I_p=\frac{\pi d^4}{32}$; $G\simeq\frac{E}{2,6}$; $\tau=\frac{\sigma}{2}$	LÉGENDE : E : Module de Young ; σ : Contrainte admissible	G : Module de glissement ; τ : Cisaillement admissible	n : Nombre de spires	S. HENEIN, AOÛT 2007	

Note concernant la torsion : D est le diamètre du ressort mesuré depuis le centre de la section circulaire du fil et d est le diamètre du fil. Le diamètre extérieur du ressort est donc $D_a = D + d$.