



ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

**FACULTE SCIENCES ET TECHNIQUES
DE L'INGENIEUR**

**COMPOSANTS
DE LA MICROTECHNIQUE**

**Professeur Reymond Clavel
LSRO**

Nouvelle édition - août 2010



ÉCOLE POLYTECHNIQUE
FÉDÉRALE DE LAUSANNE

**FACULTE SCIENCES ET TECHNIQUES
DE L'INGENIEUR**

**COMPOSANTS
DE LA MICROTECHNIQUE**

**Professeur Reymond Clavel
LSRO**

Nouvelle édition - août 2010

TABLE DES MATIÈRES

CHAPITRE 1	INTRODUCTION	1.1
1.1	Qu'est-ce que la microtechnique ?	1.1
1.2	Que sont les composants de la microtechnique ?	1.2
1.3	But	1.2
1.4	Objectifs	1.3
1.5	Remerciements	1.3
CHAPITRE 2	MATÉRIAUX LES PLUS COURANTS EN MICROTECHNIQUE	2.1
2.1	Critères pour le choix d'un matériau pour réaliser un composant	2.2
2.1.1	Critères liés à la fonction du composant	2.2
2.1.2	Critères liés à la production du composant	2.2
2.2	Vue d'ensemble des matières	2.3
2.3	Aciers	2.4
2.3.1	Classification et dénomination des aciers	2.4
2.3.2	Influence des éléments d'alliages	2.7
2.3.3	Traitements thermiques des aciers	2.8
2.4	Métaux et alliages non ferreux	2.10
2.4.1	Les alliages de cuivre	2.10
2.4.2	Les alliages d'aluminium	2.10
2.4.3	Métaux non ferreux divers	2.11
2.5	Protection des métaux	2.12
2.6	Les matières synthétiques thermoplastiques	2.12
CHAPITRE 3	FROTTEMENT	3.1
3.1	Théorie du frottement	3.2
3.1.1	Le frottement	3.2
3.1.2	Aires de contact	3.3
3.1.3	Mécanisme de frottement	3.5
3.1.4	Coefficient de frottement	3.10
3.2	L'usure	3.11
3.2.1	Mécanismes de l'usure	3.11
3.2.2	Facteurs importants caractérisant l'usure	3.12
3.3	Le frottement dans les mécanismes	3.13
3.3.1	Introduction	3.13
3.3.2	Frottement statique	3.13
3.3.3	Frottement dynamique	3.16
3.3.4	Instabilité de frottement et mouvement saccadé	3.17
3.3.5	Déplacement d'un corps sur un plan incliné	3.20
3.3.6	Mouvement louvoyant	3.25
3.3.7	Augmentation de l'effet du « frottement »	3.26
3.3.8	Etude de l'équilibre des composants d'un cric	3.27
3.3.9	Application du plan incliné à la vis	3.29

CHAPITRE 4	GUIDAGES	4.1
4.1	Introduction	4.2
4.2	Guidages lisses	4.2
4.2.1	Généralités	4.2
4.2.2	Guidages lisses radiaux	4.6
4.2.3	Guidages lisses axiaux	4.12
4.2.4	Guidages lisses rectilignes	4.16
4.3	Guidages roulants	4.21
4.3.1	Introduction	4.21
4.3.2	Dimensionnement d'un roulement à billes à gorges profondes	4.22
4.3.3	Moment de frottement des roulements	4.23
4.3.4	Montage de roulements	4.23
4.3.5	Guidages rectilignes roulants	4.25
4.3.6	Calculs des pressions d'éléments roulants	4.28
4.4	Eléments de remplacement d'un guidage lisse ou roulant	4.29
4.4.1	Palier à pointe	4.29
4.4.2	Palier à couteau	4.30
4.4.3	Guidage à lame	4.31
4.5	Mobilité de cinématiques	4.33
4.5.1	Mobilité d'une cinématique dans l'espace	4.33
CHAPITRE 5	ACCOUPLLEMENTS	5.1
5.1	Introduction	5.2
5.2	Les accouplements permanents	5.2
5.2.1	Accouplements rigides	5.2
5.2.2	Accouplements télescopiques	5.5
5.2.3	Accouplements pour arbres parallèles non alignés	5.6
5.2.4	Accouplements élastiques pour arbres concourants	5.8
5.2.5	Accouplements pour arbres concourants	5.10
5.2.6	Accouplements élastiques angulairement	5.12
5.2.7	Accouplements à aimants permanents	5.13
5.2.8	Accouplements arbre-levier ou roue	5.14
5.3	Les accouplements temporaires	5.17
5.3.1	Accouplements à dents ou à griffes	5.17
5.3.2	Embrayages à disques	5.19
5.3.3	Embrayage à cônes	5.21
5.3.4	Embrayages centrifuges	5.22
5.3.5	Embrayages électromagnétiques	5.26
5.3.6	Embrayages à ressort	5.27
5.3.7	Embrayage à coins	5.38
5.3.8	Embrayage à cliquets	5.38
5.4	Energie perdue dans un accouplement glissant	5.40
CHAPITRE 6	TRANSMISSION DE MOUVEMENT ET DE COUPLE	6.1
6.1	Généralités	6.2
6.1.1	Rapport de transmission	6.2
6.1.2	Rendement	6.4
6.1.3	Changement de marche	6.5
6.1.4	Réversibilité	6.6

6.1.5 Blocage par le frottement naturel	6.8
6.1.6 Groupement de mécanismes	6.9
6.1.7 Equilibre statique des transmissions	6.10
6.1.8 Rigidité, jeu	6.11
6.1.9 Coupe et moment d'inertie réduit	6.12
6.1.10 Principes	6.15
6.2 Transmission par friction	6.15
6.2.1 Transmission des efforts et contrôles	6.16
6.2.2 Dispositions particulières	6.18
6.3 Transmission par courroies	6.19
6.3.1 Transmission par courroies plates	6.19
6.3.2 Transmission par courroies trapézoïdales	6.25
6.3.3 Transmission par courroies élastiques	6.27
6.3.4 Transmission par courroies crantées	6.28
6.4 Transmission par chaînes	6.48
6.5 Transmission par engrenages	6.50
6.5.1 Conditions de fonctionnement d'un engrenage	6.51
6.5.2 Assortiment de roues	6.57
6.5.3 Engrenages cylindriques à dents droites	6.67
6.5.4 Engrenages cylindriques à denture hélicoïdale	6.86
6.5.5 Transmission par vis sans fin	6.90
6.5.6 Engrenages coniques	6.94
6.5.7 Calcul des dimensions d'un engrenage	6.96
6.5.8 Puissance perdue par frottement dans un engrenage cylindrique à dents droites	6.100
6.6 Différentes dispositions d'engrenages	6.101
6.6.1 Train planétaire	6.101
6.6.2 Réducteur planétaire différentiel	6.102
6.6.3 Engrenages intérieurs	6.104

CHAPITRE 7 TRANSFORMATION DE MOUVEMENT 7.1

7.1 Généralités	7.2
7.1.1 Introduction	7.2
7.1.2 Types de mouvements en fonction du temps	7.2
7.2 Les cames	7.5
7.2.1 Cames tournantes générant un mouvement rectiligne	7.5
7.2.2 Cames tournantes générant un mouvement de rotation	7.9
7.2.3 Cames à déplacement rectiligne	7.13
7.2.4 Particularités de construction des cames à galet à double effet	7.14
7.2.5 Forces engendrées dans un mécanisme à came	7.15
7.3 Autres mécanismes permettant une transformation de mouvement	7.17
7.3.1 Mécanisme à bielle-manivelle	7.17
7.3.2 Coulisse de Whitworth	7.18
7.3.3 Croix de Malte	7.18
7.3.4 Systèmes à leviers	7.19

CHAPITRE 8 ELÉMENTS RESSORTS 8.1

8.1 Introduction	8.2
8.1.1 Exemples d'utilisation de ressorts	8.4
8.1.2 Matériaux les plus couramment utilisés pour la fabrication des ressorts	8.5

8.1.3	Combinaisons d'éléments élastiques	8.6
8.2	Ressorts hélicoïdaux	8.8
8.2.1	Ressort hélicoïdaux de traction	8.8
8.2.2	Ressorts hélicoïdaux de compression	8.21
8.2.3	Ressorts hélicoïdaux de torsion	8.28
8.3	Barres de torsion	8.30
8.3.1	Couple, déformée et contrainte	8.30
8.4	Lames travaillant à la flexion	8.32
8.4.1	Lames ressort	8.32
8.4.2	Ressorts spiraux	8.33

BIBLIOGRAPHIE

LISTE DES SYMBOLES

CHAPITRE 1

Introduction

1.1 Qu'est-ce que la microtechnique ?

La microtechnique est l'art de créer, fabriquer ou utiliser des composants, des appareils et des systèmes miniatures produits en série.

Une part importante des appareils et machines du domaine de la microtechnique est orientée vers l'acquisition, le traitement, le stockage et la restitution de l'information ; exemples : téléphone (fixe, mobile sous toutes ses formes), fax, modem, imprimantes, scanners, périphériques d'ordinateur tels que souris, clavier, lecteurs / graveurs de CD, DVD, ZIP, disque dur, caméra, système haptic (à retour de forces), produits de l'horlogerie, instruments de mesure, appareils audio et vidéo, diagnostic médical... . On inclut également dans les **produits** de la microtechnique, des appareils de petites dimensions ayant trait à l'énergie et à la matière (exemples: appareils électroménagers, jouets, relais, luminaires, appareils et robots médicaux, orthèses, prothèses...). Leurs points communs sont les suivants:

- appareils de petites dimensions ou formés d'éléments de faible taille;
- dans la plupart des cas, fabrication en séries moyennes (environ 10'000) à grandes (>10⁶)

Ces deux aspects ont les conséquences suivantes:

- les procédés de fabrication sont adaptés aux petites dimensions des éléments et à la fabrication en série;
- la conception, la construction, les dimensions et la forme des composants dépendent autant, si ce n'est plus, des procédés de fabrication que de la fonction à remplir

Les aspects fabrication et assemblage jouent donc un rôle particulièrement important en microtechnique. Les concepts et composants utiles à la robotique et à l'automatisation sont très directement liés aux produits microtechniques.

Il est à remarquer que plusieurs disciplines sont fréquemment réunies dans un même produit microtechnique, en particulier: la mécanique, l'électrotechnique, l'électromécanique, l'électronique, la microélectronique, l'informatique, l'optique, les matériaux, les techniques de production.

Ce polycopié traite essentiellement des aspects fonction, conception, dimensionnement, technologies et fabrication des mécanismes de précision.

1.2 Que sont les composants de la microtechnique ?

Nous comprenons dans les composants de la microtechnique les éléments ou ensembles d'éléments permettant de réaliser les fonctions des différents produits de la microtechnique. Ces composants peuvent se présenter sous formes d'organes tels que : vis, écrous, ressorts, guidages lisses, roulants ou flexibles, accouplements temporaires, accouplements permanents rigides ou souples, transmissions à engrenages, à friction, à courroies, cames, dispositifs à leviers, amortisseurs, moteurs électriques, électroaimants, connecteurs, câbles...

Le présent polycopié traite les composants mécaniques de la microtechnique permettant de réaliser les fonctions de bases suivantes :

- guidage : paliers lisses, roulements à billes, articulations flexibles, couteau, pointes,...
- accouplements : embrayages, freins, limiteurs de couples, accouplements permanents (rigides ou souples) ainsi que des combinaisons qui permettent de répondre à des fonctions plus complexes telles que : anti-retour, anti-survitesses ou même ABS...
- transmission : engrenages, courroies, chaînes...
- transformation de mouvement : cames, bielles-manivelles, systèmes à leviers...
- stockage d'énergie potentielle : éléments ressorts hélicoïdaux (de traction, compression ou torsion), lames, spiraux, barres de torsion...

1.3 But

Le but de ce polycopié est de présenter au lecteur un certain éventail des composants et des mécanismes de précision afin de lui donner une base pour aborder la conception en microtechnique de façon concrète. Pour chaque type d'élément, la méthode de dimensionnement est indiquée, ainsi que les différentes valeurs et les matériaux couramment utilisés dans la pratique.

Les tables de valeurs et les abaques rencontrés tout au long du polycopié sont tirés des ouvrages cités dans la bibliographie et de l'expérience de l'auteur.

Ce support a été réalisé dans le but de faciliter l'assimilation de la matière en limitant la prise de note pendant le cours, de telle sorte que l'auditeur puisse consacrer toute son attention à la compréhension du processus de conception.

Il faut souligner que la conception n'est pas une formation que l'on peut acquérir uniquement par la lecture d'ouvrages spécialisés, elle doit être vécue et exercée. C'est pourquoi ce cours est complété par des projets indispensables à la formation du concepteur.

Cet enseignement s'inscrit dans la suite du cours « éléments de construction et DAO » et il est une préparation au cours « conception de produits », « robotique et microrobotique », aux projets de fin d'études et à la vie active de l'ingénieur en microtechnique.

1.4 Objectifs

Cet ouvrage doit conduire à une meilleure connaissance des composants de la microtechnique, afin de savoir les choisir et les dimensionner pour effectuer des constructions réelles et réalisables industriellement.

Le lecteur sera donc en mesure de :

- Concevoir un système essentiellement mécanique répondant à des fonctions données ;
- Choisir et dimensionner judicieusement les composants standards (pièces normalisées, roulements, paliers,...) ;
- Déterminer les pièces de sa construction (forme, matières, dimensions, tolérances, états de surface,...) ;
- Concrétiser ces pièces sous forme de dessins de détails et de montages utilisables en atelier ;
- Prendre en compte les aspects fabrication et assemblage lors de la conception de produits.

1.5 Remerciements

L'auteur tient à remercier toutes les personnes qui ont participé à l'élaboration et à la rédaction des différentes éditions de ce polycopié ainsi qu'à son amélioration par leurs remarques constructives.

Merci également à tout lecteur qui me fera l'amitié de me faire part de ses remarques, suggestions et compléments en vue des éditions futures.

CHAPITRE 2

Matériaux les plus courants en Microtechnique

But | Le but de ce chapitre est de donner au lecteur un éventail de matériaux utilisés en microtechnique. Ils seront surtout considérés du point de vue de leur application pour la construction de composants et de petits mécanismes.

Cette introduction, en relation avec le chapitre « Matières » de l' « extrait de normes » de SNV de SWISSMEM, permettra aux étudiants de choisir les matériaux appropriés selon les critères **fonction du composant et fabrication + assemblage**.

Le sujet de ce chapitre sera approfondi dans les cours correspondants dispensés par l'Institut de sciences des matériaux.

Objectifs | Face à un problème de choix de matériaux pour une construction donnée, l'étudiant sera à même de définir les critères principaux liés aux fonctions des composants, ainsi qu'à leurs possibilités de fabrication et d'assemblage ; il sera capable de formuler les caractéristiques des différents matériaux courants en se basant sur leur dénomination. Finalement, il sera à même de choisir les matériaux pour sa construction et justifier ses choix.

2.1 Critères pour le choix d'un matériau pour réaliser un composant

Lors du choix d'un matériau pour un composant, le constructeur se référera essentiellement à 2 types de critères :

Ceux liés à la **fonction** du composant

Ceux liés à la **production** du composant

2.1.1 Critères liés à la fonction du composant

- masse, inertie
- raideur (lié au module d'élasticité E)
- résistance mécanique (limite élastique, limite à la rupture)
- dureté, résistance à la rayure
- frottement, diffusion, résistance à l'usure
- conduction thermique, électrique, magnétique
- résistance à l'environnement de travail (eau, acide, hydrocarbure, lubrifiant, ozone, rayonnement)
- non pollution d'enceintes propres
- aspect : contour, état de surface, brillance, vieillissement
- durée de vie (variation entre 1 seule fonction et plusieurs millions)
- normes : hygiène (normes alimentaires), résistance à la combustion (jouets, divers appareils), forme de la cassure (jouets), environnement, sécurité.

2.1.2 Critères liés à la production du composant

- forme de la pièce
- tolérances dimensionnelles, de forme, de position
- état de surface
- possibilités de liaison (clipsage, collage, soudage, ...)
- série
- machines et connaissances à disposition
- approvisionnement : sécurité, fournisseur, ...
- prix (moins de 1 franc le kg pour certains aciers à plusieurs dizaines de milliers de francs le kg pour des métaux précieux).

Remarque : on peut être amené à modifier la forme d'une pièce pour en faciliter la fabrication ; par exemples :

- augmenter la section d'une pièce pour la réaliser en matière synthétique plutôt qu'en alliage d'aluminium coulé ou injecté ou encore en acier ;
- allonger une lame travaillant en flexion afin d'en rendre la fabrication possible avec du plastique ;
- remplacer une came double usinée en acier ou frittée par deux cames en tôle, obtenues par découpage fin.

Lors de cette réflexion au sujet du choix des matériaux, il ne faut jamais perdre de vue le coût total, comprenant l'outillage, la fabrication,

l'assemblage, le réglage, la maintenance, éventuellement la réparation ; les composantes écologiques telles que le recyclage ou l'élimination seront également prises en compte.

2.2 Vue d'ensemble des matières

Le tableau 2.1, tiré de SNV, montre les différents métaux et alliages courants en fonction de leur résistance à la traction.

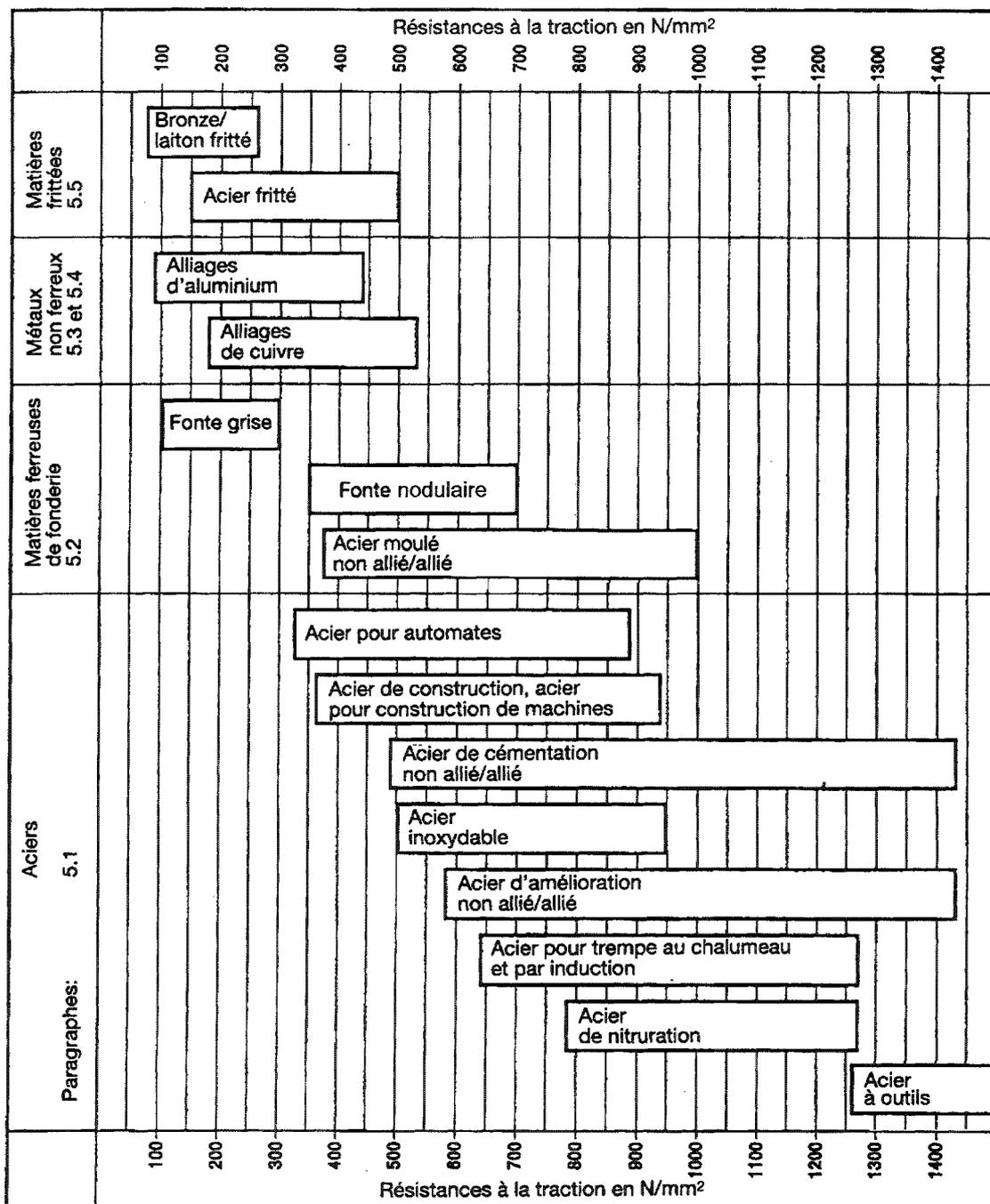


Tableau 2.1 Résistance de quelques métaux et alliages

Le tableau 2.2 donne, selon la même disposition, l'éventail des matières synthétiques.

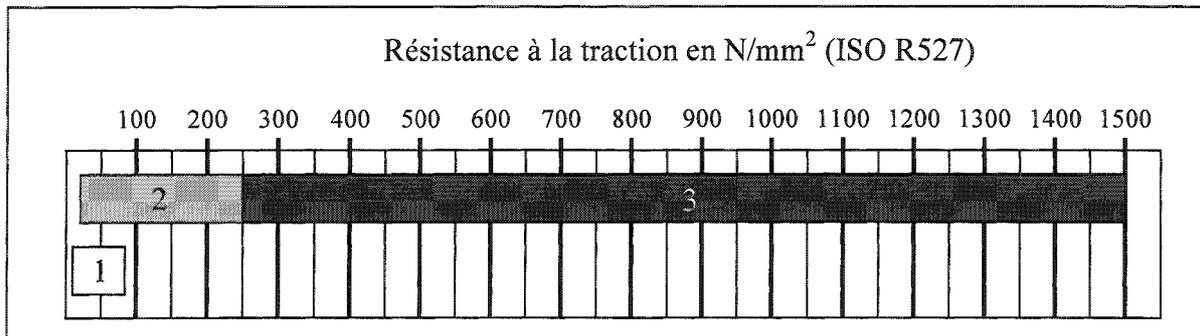


Tableau 2.2 Vue générale des matières synthétiques selon leur résistance à la traction

- 1 matières synthétiques non renforcées
- 2 matières synthétiques renforcées par des fibres courtes
- 3 matières synthétiques renforcées avec des fibres longues (fibre de carbone, de Kevlar®, de verre)

2.3 Aciers

2.3.1 Classification et dénomination des aciers

Les aciers sont groupés en deux classes d'après leur composition chimique (voir également SNV 5.1) :

Aciers non alliés

Aciers pour lesquels aucune des teneurs limites pour les principaux éléments d'alliage ci-dessous n'est atteinte. Lorsque ces éléments se trouvent en combinaison, la teneur de l'ensemble est inférieure aux 70% de la somme de leur teneur limite ($2,84 \times 0,7 \approx 2\%$).

Cr	Mn	Mo	Ni	Si	S
0,3%	1,65%	0,08%	0,3%	0,6%	0,06%

Aciers alliés

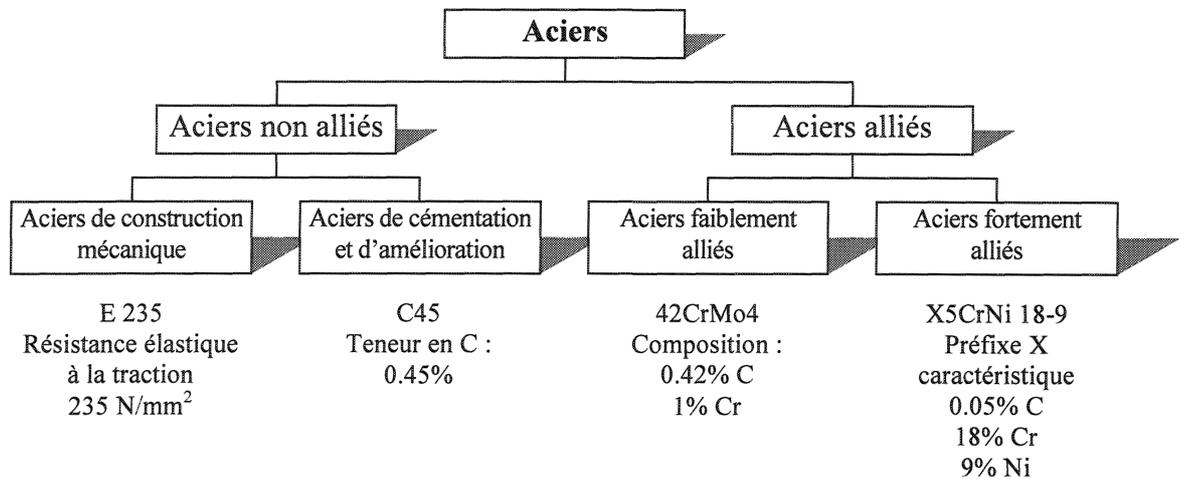
On distingue deux types d'aciers alliés :

1 - Les aciers faiblement alliés, c'est à dire dans lesquels aucun élément d'addition n'atteint la teneur de 5%.

Facteurs multiplicateurs	Éléments
4	Cr, Co, Mn, Ni, Si, W
10	Al, Be, B, Cu, Mo, Nb, Pb, Ta, Ti, V, Zr
100	C, Ce, N, P, S

2 - Les aciers fortement alliés, c'est à dire dans lesquels un élément d'addition au moins atteint la teneur de 5%.

Facteurs multiplicateurs : 1, sauf pour le C : 100.



E : Ac. de construction mécanique

S : Ac. de construction

E 235 : $Re = 35 \text{ N/mm}^2$

G : Pour l'acier coulé, la lettre G précède la désignation symbolique

X : Acier fortement allié, teneur moyenne d'un des éléments d'alliage d'au moins 5%

Le tableau 2.3 illustre ces notations par quelques exemples.

Matériaux		
Groupe	Symbole	Explications
Aciers de construction	E295+CR	Acier de construction mécanique avec une limite élastique de 295 N/mm ² , laminé à froid
	E235+C	Idem ci-dessus, mais avec une limite élastique de 235 N/mm ² , écroui (+C)
	GE200+N	Acier de construction mécanique coulé (G), avec une limite élastique de 200 N/mm ² , avec recuit de normalisation
	S235	Acier de construction avec une limite élastique de 235 N/mm ² .
Aciers de décolletage	10SPb20+C	Acier faiblement allié, facile à usiner grâce au S (0,2%) et au Pb (teneur non indiquée) ; 0,1% de C (adapté pour cémentation) ; écroui (+C)
	11SMnPb30+C	Idem ci-dessus, 0,3% de S et du Pb ; 0,11% de C (adapté pour cémentation) ; écroui (+C)
	35S20+C	Acier faiblement allié, facile à usiner grâce au S (0,2%), 0,35% de C (acier d'amélioration), écroui (+C)
	46SPb20+C	Idem ci-dessus, 0,2% de S, du Pb, 0,46% de C (acier d'amélioration), écroui (+C)
Aciers de cémentation	C10E	Acier non allié de cémentation, 0,10% de C ; teneur max en S ≤ 0,035% (E)
	C15E	Idem ci-dessus, mais avec 0,15% de C
	16MnCr5	Acier faiblement allié avec 0,16% de C, 1,25% de Mn (5 avec coefficient 4), du Cr dont la teneur n'est pas indiquée
	15NiCr13	Acier faiblement allié avec 0,15% de C, 3,25% de Ni (13 avec coefficient 4), du Cr dont la teneur n'est pas indiquée
	18CrNiMo7-6	Acier faiblement allié avec 0,18% de C, 1,75% de Cr (7 avec coefficient 4), 1,5% de Ni (6 avec coefficient 4) et du Mo dont la teneur n'est pas indiquée
Aciers d'amélioration	C35E	Acier non allié d'amélioration, 0,35% de C ; teneur max en S ≤ 0,035% (E)
	C45E	Idem ci-dessus, mais avec 0,45% de C
	C75+C+A+QT	Acier non allié d'amélioration, 0,75% de C, déformé à froid, recuit doux, amélioré ; acier en bande typique pour lame ressort ;
	34Cr4	Acier faiblement allié avec 0,34% de C, 1% de Cr (4 avec coefficient 4)
	42CrMo4	Acier faiblement allié avec 0,42% de C, 1% de Cr (4 avec coefficient 4) et du Mo
	42CrNiMo6	Idem ci-dessus, mais 1,5% de Cr, du Ni et du Mo dont les teneurs ne sont pas indiquées
Acier pour trempe au chalumeau et par induction	Cf53	Acier non allié (d'amélioration), 0,53% de C, trempé au chalumeau (f : flamme)
	41CrMo4	Acier faiblement allié, 0,41% de C, 1% de Cr (4 avec facteur 4) ; du Mo ; la présence de Mo avec du C est caractéristique des aciers trempables par induction
Acier de nitruration	34CrAlMo5-10	Acier faiblement allié, 0,34% de C, 1,25% de Cr (5 avec coefficient 4), 1% d'Al (10 avec coefficient 10), du Mo à teneur non spécifiée
	31CrMo12	Acier faiblement allié, 0,31% de C, 3% de Cr (12 avec coefficient 4), du Mo à teneur non spécifiée
Aciers inoxydables	X5CrNi18-10	Acier fortement allié (X) avec 0,05% de C, 18% de Cr et 10% de Ni
	X8CrNiS18-9	Acier fortement allié (X) avec 0,08% de C, 18% de Cr et 9% de Ni ; la présence de soufre facilite l'usinage
	X20Cr13+QT800	Acier fortement allié (X) avec 0,2% de C, 13% de Cr, amélioré (QT), résistance à la traction R _m > 800 N/mm ²

Tableau 2.3 Exemples d'aciers.

Traitements thermiques et mécaniques

+A : recuit doux

+N : recuit de normalisation

+C : écroui, façonné à froid ; +CR : laminé à froid

+QT : amélioré

2.3.2 Influence des éléments d'alliages

Eléments d'alliages	Influence
Soufre [S]	Facilite l'usinage Augmente la fragilité à chaud Diminue la fluidité
Plomb [Pb]	Facilite l'usinage (Ac. pour automates)
Phosphore [P]	Augmente la résistance à la corrosion Augmente la résistance à chaud Augmente la fluidité Augmente la fragilité à froid Diminue la résistance aux chocs
Silicium [Si] Msp: $2.3 \cdot 10^3 \text{kg/m}^3$ Pf: 1410°C	Augmente la résistance (R_e, R_m) Augmente la trempabilité Diminue la soudabilité
Manganèse [Mn] Msp: $7.2 \cdot 10^3 \text{kg/m}^3$ Pf: 1241°C	Augmente la résistance au chocs Augmente la résistance à l'usure Augmente la résistance R_m Augmente la trempabilité Diminue l'usinabilité
Nickel [Ni] Msp: $8.9 \cdot 10^3 \text{kg/m}^3$ Pf: 1453°C	Augmente la résistance à la fatigue Augmente la résilience Augmente la résistance à la corrosion Augmente la trempabilité
Chrome [Cr] Msp: $7.1 \cdot 10^3 \text{kg/m}^3$ Pf: 1900°C	Augmente la résistance R_m Augmente la résistance à l'usure Augmente la résistance à la corrosion Augmente la capacité de coupe Augmente la pénétration de trempe Diminue la déformation à la trempe
Molybdène [Mo] Msp: $10.2 \cdot 10^3 \text{kg/m}^3$ Pf: 2622°C	Augmente la résistance R_m Augmente la résistance à la fatigue Augmente la résistance au revenu Augmente l'insensibilité à la surchauffe Augmente la dureté Augmente la trempabilité Diminue la forgeabilité
Tungstène [W] Msp: $19.3 \cdot 10^3 \text{kg/m}^3$ Pf: 3380°C	Augmente la résistance à l'usure Augmente la résistance au revenu Augmente la dureté Augmente la capacité de coupe Augmente l'insensibilité à la surchauffe Augmente les qualités magnétiques
Vanadium [V] Msp: $5,96 \cdot 10^3 \text{kg/m}^3$ Pf: 1730°C	Augmente la résistance à chaud Augmente la résistance à la fatigue Augmente la résistance à l'usure Augmente la résistance aux chocs Augmente la limite élastique R_e Augmente la trempabilité Augmente la capacité de coupe Diminue la forgeabilité
Cobalt [Co] Msp: $8,9 \cdot 10^3 \text{kg/m}^3$ Pf: 1492°C	Augmente la perméabilité magnétique

Tableau 2.4 Influences d'éléments d'alliages (Source : **Matériaux**, FEMES-Neuchâtel ; L.Caccivio, M.Gay, R.Gonthier, A.Remy, R.Rodriguez)

2.3.3 Traitements thermiques des aciers

Ces opérations à chaud sont destinées à modifier la structure du matériau, de manière à obtenir pour une pièce de meilleures propriétés mécaniques ou une meilleure aptitude à remplir une fonction particulière.

Revenu

Chauffage à une température de 150° à 600° (suivant les caractéristiques visées) d'un acier trempé, en vue de diminuer sa fragilité, suivi d'un refroidissement plus ou moins lent ; Rm, Re et la dureté diminuent.

Trempe

Chauffage d'un acier vers 800° à 900° (suivant la teneur en C) suivi d'un refroidissement brusque ; on obtient ainsi, un acier très dur, résistant à l'usure, il est plus résistant mais beaucoup plus fragile. La teneur minimum en carbone pour qu'un acier prenne une dureté suffisante à la trempe est de 0,3% à 0,4% suivant les éléments d'alliage.

Amélioration

Opération de trempe et revenu ; si le revenu est effectué à 600°C, la pièce peut être usinée.

Recuit de normalisation (Normalisation)

Chauffage au dessus de 760°C à 920°C (suivant la teneur en C), maintien environ 30 min à cette température et refroidissement à l'air ; cette opération permet de régulariser la structure interne d'un matériau forgé ou matricé.

Recuit doux

Chauffage à 700°C suivi d'un refroidissement lent au four (25° à 30°/h → 600°), permettant d'éliminer les tensions internes résultant d'un travail de déformation ; ce traitement permet d'éviter les risques de fissures lors d'une trempe ou d'un pliage et il facilite la mise en forme.

Exemple de notation dans le cartouche :

« trempé revenu, HRC : 62...66 » ou « amélioré, HRC : 62...66 » ou « amélioré, 880 à 1080 N/mm² »

Certains traitements thermiques sont destinés à améliorer la dureté superficielle d'une pièce (meilleure ténacité, grande résistance à l'usure).

Cémentation

Carburation superficielle d'un acier doux (0,05 à 1 mm, mais au maximum 1/10 de l'épaisseur de la pièce) ; elle est effectuée sur une pièce terminée, mais avant la trempe et la rectification ; la pièce possède une grande ténacité, sa dureté superficielle est élevée (HV \approx 700). Le dessin indiquera l'épaisseur de la couche cémentée, ainsi que la dureté minimale. Une pièce exposée à une température supérieure à 120° voit ses caractéristiques diminuer.

Nitruration

Après trempe et revenu d'une pièce, on obtient son durcissement superficiel par absorption d'azote à 550° (→ nitrures de fer) ; le traitement est effectué sur une pièce terminée, mais avant rectification ; la couche atteint 0,2 à 0,8 mm et sa dureté dépasse 1200 HV ; après traitement, les aciers à nitrurer (au Mo, Al) deviennent inoxydables (air, eau, vapeur), leur résistance à la fatigue et à l'usure est améliorée.

Trempe superficielle

L'augmentation de la dureté superficielle d'une pièce peut être obtenue par une trempe au chalumeau, par immersion de courte durée ou par induction.

2.4 Métaux et alliage non ferreux

2.4.1 Les alliages de cuivre

Quelques caractéristiques du cuivre :

- Masse spécifique : $8,9 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$
- Point de fusion (P.f) : 1083°C
- Module d'élasticité : $1,26 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$

Alliages de cuivre

Matières	Symboles	Formes de livraison	Résistance à la traction R_m (N/mm^2)	Applications
Alliage Cu-Sn (Bronze à l'étain) ½ dur	CuSn8-HA	Barres, tôles, tubes, fils	450...520	Coussinets, ressorts, appareils pour l'industrie chimique
Alliage Cu-Zn (Laiton 60) ½ dur	CuZn38Pb2-HA	Barres, tôles, tubes, fils	430...490	Pièces estampées et usinées par enlèvement de copeaux dans la construction de machines et petits appareils
Alliage Cu-Zn (Laiton coulé 65)	G-CuZn33Pb2	Coulé en sable	180 minimum	Eléments de construction de machine en général, d'électrotechnique et de mécanique de précision, robinetterie
Maillechort dur	CuNi18Zn20-H	Tôles	530...620	Ressorts de contact
Cuivre au béryllium	CuBe2-H	Tôles	750 minimum	Ressorts de bonne qualité Nécessite un traitement de revenu d'environ 3h à 315°C pour l'obtention d'une dureté très élevée $\text{HV} \geq 380$ Evite les déformations importantes générées par la trempe des ressorts en acier
Alliage cuivre-aluminium (Bronze à l'aluminium)	G-CuAl10Fe3	Coulé en sable	500 minimum	Eléments très sollicités mécaniquement et chimiquement, tels que roues dentées, vis sans fin, éléments de pompe, robinetteries pour haute vitesses d'eau

Tableau 2.5 Quelques exemples d'alliages du cuivre (abréviations : H=dur HA=demi-dur)

2.4.2 Les alliages d'aluminium (selon SNV 5.4)

Quelques caractéristiques de l'aluminium :

- Masse spécifique : $2,7 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$
- Point de fusion (P.f) : 660°C
- Module d'élasticité : $0,7 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$

2.4.3 Métaux non ferreux divers

Métal		M.S. [10 ³ kg/m ³]	P.f. °C	Propriétés	Utilisation
Antimoine	Sb	6.7	630	Métal bleu-blanc - abaisse le point de fusion; cassant; se pulvérise	Dans les alliages, caractères d'imprimerie, antifrictions
Argent	Ag	10.5	960	Métal précieux, blanc, ductile, malléable - A l'air, il noircit par formation de Ag ₂ S	Argenterie avec adjonction de 6 à 20% de Cu, pièces de monnaie, contacts
Bismuth	Bi	9.8	271	Métal blanc d'argent, cassant - S'usine très mal - faible conductibilité électrique et thermique - Diamagnétique	Alliages fusibles sans retrait, feux d'artifices, couleur pour porcelaine
Cadmium	Cd	8.64	321	Diamagnétique - Résiste aux solutions acides diluées et alcalines - Toxique	Alliages fondant à basses températures, amalgames, paliers (95Cd-5Ag) pour solutions basiques, piles, cadmiage
Etain	Sn	7.3	232	Métal blanc, brillant, tendre, malléable, s'étire - Cassant à 200°C Résiste à l'air et à l'eau mais pas à H ₂ SO ₄ et aux alcalins	Revêtement d'ustensiles pour l'alimentation, étamage, alliages divers, soudures
Magnésium	Mg	1.74	650	Très sensible aux solutions salines et aux acides - Se couvre d'oxyde de Mg	Pour alliages divers de : forge, laminage, fonderie, de trempe, de recuit, duralumin
Mercure	Hg	13.54	-38.93	Métal liquide blanc d'argent - S'évapore - Vapeurs toxiques - S'allie facilement (amalgames) Purifié avec cuir, étoffe, H ₂ SO ₄	Art dentaire (Ag,Sn,Zn,Av,Pt,Hg), dorure, miroirs, thermomètres, lampes à vapeur de Hg, palier de lentilles de Fresnel pour phares marins
Or	Au	19.29	1068	Métal mou - se laisse laminier (0,0001) - Soudable à froid - Résiste aux acides et oxygène - tenace	En alliage avec Ag,Cu,Ni,Pt et Pd qui durcissent l'or tout en restant tenace, monnaies, bijouterie
Platine	Pt	21.45	1773	Couleur blanche foncée - se laisse usiner - Peu d'affinité pour l'oxygène - Résiste aux acides	Industrie chimique, creusets, fils, traitement de l'H ₂ SO ₄ , thermocouple (Pt-Pt_Rh 1600°) Résistances
Plomb	Pb	11.34	327	Très mou, se laisse usiner, souder et braser - Tenace - Résiste aux acides - Toxique	Pur ou allié avec Sb;Sn;Bi - Tuyaux, feuilles, plombage, moulage, soudure, caractères d'imprimerie (Pb-Sn-Sb)
Zinc	Zn	7.13	419.4	Métal bleuâtre - Grosseur du grain proportionnelle à la pureté et à la température - Système hexagonal	En feuilles, galvanisage, gravure, zinc brut pour laitons, zinc raffiné pour tombacs, alliages de moulage et forgeage
Beryllium	Be	1.85	1278	S'allie au Cu (2.5%) avec traitement thermique qui rend l'alliage très dur - Toxique	Paliers (usure); ressorts inoxydables; pièces de montres non magnétiques, s'allie au Ni; Cr; Co; Cr; Fe pour instruments de mesure

2.5 Protection des métaux

Pour assurer la conservation de l'apparence souhaitée, pour éviter la dégradation par oxydation (cas du fer notamment) et, dans certains cas, pour limiter l'usure et éviter le grippage, on est conduit à protéger les métaux. Les protections les plus courantes sont les suivantes :

Peinture

Solution actuellement peu employée en microtechnique, le plastique coloré dans la masse ayant remplacé les métaux pour tous les éléments d'habillage d'appareils ; ce mode de coloration est à nouveau utilisé en robinetterie pour répondre à la pression de la mode ;

Emallage

Utilisé pour des récipients en fonte ou en tôle (matériel de cuisine) ;

Recouvrements Métalliques

La protection est obtenue par l'application d'une mince couche de zinc, étain, plomb, cuivre, chrome, nickel, cadmium, aluminium. Ces applications sont réalisées par immersion pour les métaux à bas point de fusion Zn(450°-470°), Sn(250°-300°), Pb(360°-380°), elles sont effectuées par procédés galvaniques pour le zinc (promatisation), le cuivre, le chrome, le nickel ;

Procédés modifiant la surface

Parmi ces nombreux procédés, mentionnons spécialement l'oxydation anodique de l'aluminium et de ses alliages ; ce traitement électro-chimique a pour but d'augmenter la couche d'oxyde d'aluminium protectrice ; l'épaisseur de cette couche varie de 10 à 40µm ; il se produit une légère augmentation de volume ($\approx 1/3$ de l'épaisseur de la couche formée) ; on améliore encore la protection par une imprégnation de résine synthétique qui peut également apporter diverses colorations ou même une lubrification si cette résine contient une forte proportion de PTFE. Suivant les procédés utilisés, on parle également d'*Alumilitage* ou d'*Eloxage* ;

2.6 Les matières synthétiques thermoplastiques

Matière mise en forme	Symbole ISO 1043-1 (DIN 7728)	Propriétés particulières	Utilisation
Polystyrène résistant aux chocs	SB	Résistant aux chocs, forte charge électrostatique	Pièces de boîtiers pour appareils de radio et TV, réfrigérateurs, emballages
Acrylonitrile/butadiène/styrène	ABS	Rigide, résistant aux chocs, bon amortissement des chocs, charge électrostatique minime	Appareils photographiques, pièces de carrosserie, meubles, jouets techniques
Polyméthacrylate de méthyle	PMMA	Dur, rigide, résistant aux rayures, transparent, propriétés optiques, grande résistance, <u>sensible aux entailles</u>	Loupes, lentilles, boîtiers transparents, construction de modèles, outils

Polyoxyméthylène (Polyacétal)	POM	Rigide, résistant aux chocs, élastique, grande résistance, bonnes propriétés de glissement	Roue dentée, pièces de machines de bureau, paliers lisses, patins, ressorts
Acétate de cellulose (qualité normale)	CA	Résistant aux chocs, transparent, résistant aux rayures, grande absorption d'eau, mauvaise résistance aux agents chimiques	Luminaires, baguettes décoratives, poignées d'outils, meubles, stylos à bille, peignes, feuilles
Polyamide 6	PA 6	Rigide, dur, résistant aux chocs, résistant à l'abrasion, bonnes propriétés de glissement, <u>grande absorption d'eau</u>	Roue dentée, roulettes, paliers lisses, vis, écrous, boîtiers pour appareils électriques
Polyamide 66 chargé de fibres de verre	PA 66	Résistance augmentée par adjonction d'une charge de fibre de verre, bonne stabilité de forme, petit retrait	Eléments de machines de grande rigidité, roulettes, pièces de boîtiers sollicitées, jouets de valeur
Polyéthylène	PE	Haute résistance, propriétés dépendant fortement de la masse volumique, résistant aux chocs	Corps creux, joints, isolations, feuilles, tuyaux, raccords, emballages
Polypropylène	PP	Résistant aux chocs, bonne résistance aux charges de flexion alternées, petite absorption d'eau	Ustensiles de cuisine, feuilles de haute résistance, robinetterie, récipients d'emballage avec charnière
Polytetrafluoroéthylène	PTFE	Résistance chimique, résistance à la température, propriétés diélectriques, peu stable mécaniquement	Appareil pour la chimie, construction mécanique, électrotechnique
Polyuréthane	PUR	Elastique, résistant à l'usure, bonne résistance mécanique	Hautes sollicitations mécaniques dans la construction de machines
Polychlorure de vinyle rigide	PVC-U (PVC-rigide)	Rigide, dur, haute résistance, sensible aux entailles	Tuyaux, robinetterie, récipients pour l'industrie chimique, profils pour fenêtres, isolations électriques, brides
Polychlorure de vinyle souple (contenant du plastifiant)	PVC-P (PVC-souple)	Flexible, souple, amortissement des vibrations	Recouvrements de toutes sortes, tuyaux, joints, revêtements de sols, cuir synthétique
Polycarbonate (Macrolon)	PC	Résistant aux chocs, propriétés optiques, ne supporte pas les contraintes permanentes	Pièces transparentes pour appareils boîtiers résistant aux chocs (objectifs appareils photo)
Polyphénilène Oxyde (Noryl®)	PPO	Rigide, dur, variante avec retardateur de flamme, se soude avec du chloroforme	Boîtiers d'appareils, pièces d'habillage près des moteurs, pièces prototypes compliqués

Caractéristiques de quelques thermoplastiques couramment utilisés

Symbole	M.Sp. [10 ³ kg/m ³]	Résist. flexion [MPa] allongement [%]	Résist. flexion MPa Module flexion [MPa]	Résist. à la compression [MPa]	pV limite 3 m/min 30 m/min 300 m/min [MN/ms]
ABS	1.05	55	2800		
ABS +30% fibres de verre	1.28	100 3-4	130 7700	100	
PS (SB)	1.07	50	3100		0.027 0.053 0.018
PS +30% fibres de verre	1.28	95 2-3	110 8400	120	
PC	1.20	63 90	95 2300	90	0.027 0.018 <0.018
PC +30% fibres de carbone	1.35	80	120 7700		
PA 6	1.14	83 80	105 2800	62	0.09 0.072 <0.072
PA 6 +30% fibres de carbone	1.34	245	330 19500		
PA 66	1.14	83 60	105 2850	34	0.107 0.09 0.09
PA 66 +30% fibres de verre	1.37	190 3-4	265 9000	170	0.45 0.35 0.267
PA 612	1.07	62 150	85 2000	17	0.09 0.072 <0.072
PA 612 +30% fibres de verre +15% PTFE/silicone	1.41	140	6600		0.717 0.533 0.467
POM	1.41	62 18	90 2600		0.143 0.125 <0.09
POM +20% PTFE	1.52	45 7	70 2450		0.35 0.45 0.2
PP	0.91	35 >200	50 1250		
PP +30% fibres de verre +15% PTFE	1.25	68	5200		0.5 0.433 0.267
PUR	1.25	14 510	12 105		
PPO	1.06	67	2500		0.027 0.018 <0.018

Source : Cellpack engineering plastics

CHAPITRE 3

Frottement

But | Le but de ce chapitre est de faire comprendre au lecteur les causes du frottement et de l'usure dans les mécanismes.
Il sera montré comment déterminer, diminuer ou augmenter l'influence du frottement dans des cas classiques de construction.

Objectifs | Après l'étude de ce chapitre, l'étudiant sera à même de diagnostiquer les causes principales du frottement et de l'usure.
Il sera capable de tenir compte de ces phénomènes dans la construction des mécanismes, et saura en réduire ou en accentuer l'influence (puisque le frottement peut être souhaitable dans certains cas).

3.1 Théorie du frottement

3.1.1 Le frottement

Une pièce (1) est appliquée sur une pièce (2) selon un plan de contact π (fig. 3.1) par une force normale \vec{N} .

L'expérience montre qu'on peut appliquer une force \vec{H} à la pièce (1) dirigée parallèlement à la surface de contact sans que la pièce ne se mette en mouvement.

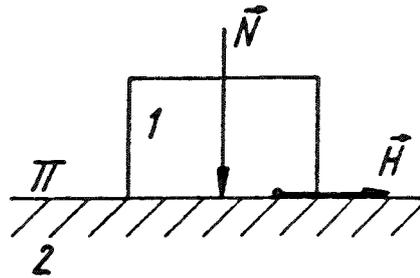


Fig. 3.1 Frottement.

A partir d'une certaine intensité de \vec{H} , la pièce se déplace, mais le mouvement permanent n'est possible que si la force reste appliquée à la pièce. On constate donc qu'un phénomène s'oppose au glissement relatif des pièces. Des pièces qui se touchent exercent entre elles des forces de contact qu'on appelle **forces de frottement**.

Le problème du frottement est l'un des plus compliqués de la mécanique, du fait du grand nombre de paramètres qui entrent en jeu dans ce phénomène. Nous n'examinerons dans ce cours que ce qui est strictement nécessaire à la compréhension du frottement et à son application dans les mécanismes. Nous ferons de larges emprunts au livre de J.-J. Caubet : « Théorie et pratique industrielle du frottement », Dunod 1964.

La surface des corps est garnie d'aspérités. Selon le genre de contact, on distingue trois grandes classes de frottement :

Frottement sec :

Les surfaces sont en contact immédiat, les aspérités se touchent.

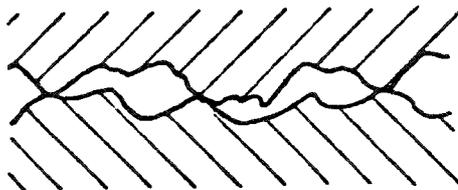


Fig. 3.2 Frottement sec.

Frottement mixte ou onctueux :

Les aspérités se touchent mais un liquide est interposé entre les surfaces. Ce liquide réduit le frottement et l'usure. C'est le *principe du graissage dit « pauvre »*.

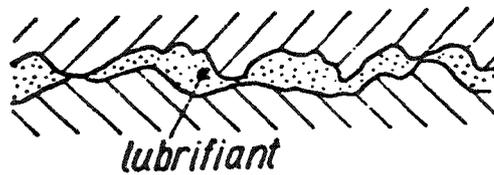


Fig. 3.3 Frottement onctueux.

Frottement hydrodynamique :

Le liquide lubrifiant est en couche épaisse (film). Les aspérités ne se touchent pas au cours du déplacement. Ce mode de graissage n'est généralement pas rencontré en microtechnique.

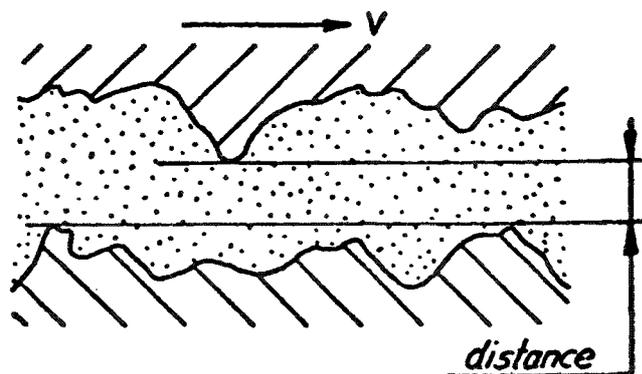


Fig. 3.4 Frottement hydrodynamique.

3.1.2 Aires de contact

Agrandissons fortement la coupe d'une surface de contact de deux corps.

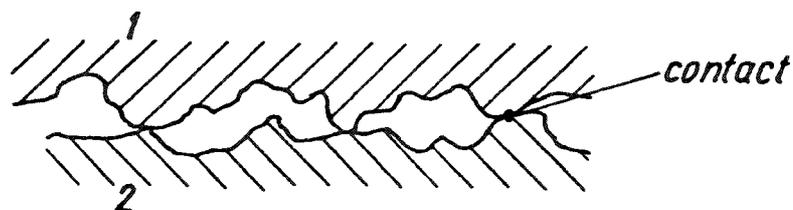


Fig. 3.5 Contact de 2 surfaces.

Même si les surfaces paraissent macrogéométriquement parfaitement polies, elles présentent chacune des aspérités. Elles se touchent uniquement par la pointe de ces aspérités.

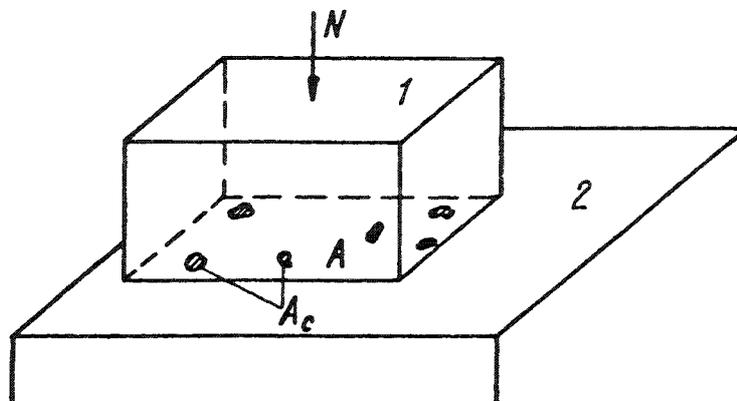


Fig. 3.6 Aire de contact.

Considérons deux pièces ayant apparemment une aire de contact A . Elles sont appuyées l'une sur l'autre par une force N normale au plan de contact. On admet communément que la pression de contact apparente est :

$$p = \frac{N}{A}$$

La pression réelle entre le corps est plus élevée car la surface A_c des zones de contact effective est beaucoup plus petite.

$$p_c = \frac{N}{A_c}$$

$$p_c = p \frac{A}{A_c} = p \frac{1}{A_c/A}$$

Sous l'effet de cette pression, les aspérités s'écrasent plastiquement (fig. 3.7)

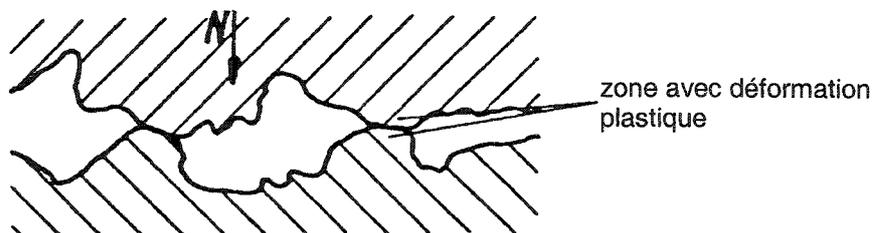


Fig. 3.7 Ecrasement des aspérités.

Lorsque la charge N croît, les zones de contact s'élargissent et le nombre de points en contact augmente. Ainsi, le rapport A_c/A augmente avec la charge, mais la pression de contact ne peut pas dépasser une pression de rupture de surface p_0 . Cette pression est voisine de la limite élastique du matériau.

Par une méthode électrique Bowden a mesuré par exemple :

N	20	50	1000	5000	N
A	21	21	21	21	cm ²
A _c	0.0002	0.0005	0.01	0.05	cm ²
A _c /A	0.00001	0.000025	0.0005	0.0025	

On constate que la pression de contact est effectivement constante et vaut ici 1000 N/mm². Ainsi, nous pouvons écrire

$$N = p_0 A_c$$

Par conséquent, à charge égale, les déformations sont plus petites pour un métal dur que pour un métal mou.

Les corps sont en contact par l'intermédiaire d'un coussin de matière plastique.

3.1.3 Mécanisme de frottement

Il y a déjà eu de nombreuses tentatives pour expliquer le frottement. Parmi le grand nombre de facteurs qui interviennent et qui souvent s'influencent mutuellement, nous n'examinerons ici que ceux qui jouent un rôle de premier plan dans le frottement des métaux.

3.1.3.1 Attraction moléculaire

Si on fracture un monocristal dans le vide et qu'on applique à nouveau les deux morceaux l'un contre l'autre, on constate que ces morceaux adhèrent fortement l'un à l'autre. Il faut une force considérable pour les faire glisser à cause des forces d'attraction moléculaire qui existent entre les deux surfaces.

Dans l'air, la force d'attraction est considérablement réduite à cause de l'absorption immédiate de gaz sur les surfaces de rupture.

La force appliquée à la pièce 1 pour la déplacer est égale à : $F_a = \alpha A_c$.

3.1.3.2 Enchevêtrement des aspérités

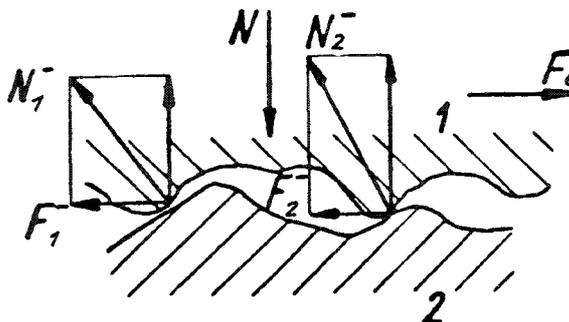


Fig. 3.8 Contact d'aspérités.

La figure 3.8 montre le contact fortement grossi des aspérités des pièces 1 et 2. Les forces de contact N_1, N_2, \dots sont normales au plan tangent commun de chaque aspérité. La somme des composantes selon la charge N est égale à cette charge. Les composantes F_1, F_2 s'opposent au glissement de la pièce 1 sur la surface 2. On peut obtenir un glissement relatif que si les

aspérités de 1 montent sur les aspérités de 2 pour les franchir. La force appliquée à la pièce 1 est :

$$F_e = F_1^- + F_2^- + \dots$$

En assimilant les aspérités à des plans inclinés qui auraient tous une pente moyenne $\tan \phi$, on peut écrire la relation suivante :

$$F_e = \tan \phi N$$

Le frottement est généralement plus élevé à l'arrêt que si les corps glissent avec une certaine vitesse V . On admet que le frottement par verrouillage des aspérités devient très petit lorsque la vitesse est suffisamment grande pour que les aspérités n'aient plus le temps de retomber dans les vides.

3.1.3.3 Le bourrelet frontal

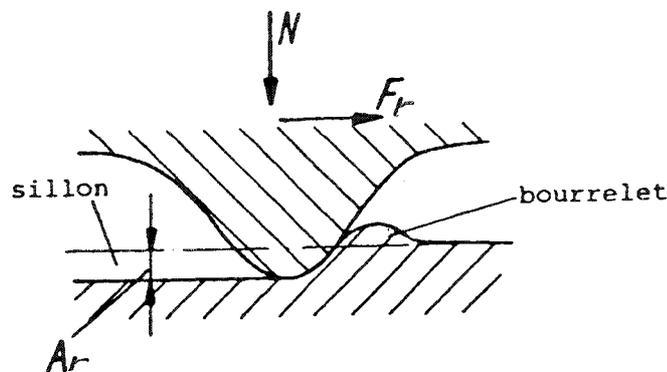


Fig. 3.9 Bourrelet frontal.

Une aspérité d'un corps est appuyée par une force N et se déplace à la surface d'un autre corps (fig. 3.9). L'aspérité refoule de la matière devant elle en formant le bourrelet frontal. Elle laboure la surface et creuse un sillon de section droite A_r . La déformation est plastique et se fait par une pression de rupture p_0 . La force qui s'oppose au déplacement est :

$$F_r = p_0 A_r$$

3.1.3.4 Soudures froides

Lorsque les deux pièces métalliques sont pressées l'une contre l'autre, on observe que certains métaux diffusent dans d'autres. Il se forme des filiations cristallines qui relient les deux corps par des ponts appelés soudures froides.

Pour faire glisser les pièces l'une sur l'autre, il faut appliquer une force de cisaillement des soudures, comme dans le cas des microsoudures (voir 3.1.3.5).

3.1.3.5 Microsoudures

La théorie des microsoudures est due à Bowden, Tabor et leurs collaborateurs. Nous l'exposerons succinctement.

Considérons deux corps métalliques en contact par leurs aspérités. Le corps 1 glisse à la surface de l'autre. Sous l'effet du mouvement, de l'énergie est

dissipée et il se produit un échauffement local sur les aspérités. La température va atteindre le point de fusion de l'un des deux métaux, de façon fugitive et ponctuelle, et ces élévations de température micro localisées vont engendrer instantanément des phénomènes physiques (fusion, diffusion, trempe), des phénomènes chimiques (solutions solides, oxydations), des soudures, des arrachements et un concassage de la structure cristalline aboutissant quasiment à un état amorphe de l'épiderme ; sous l'effet du mouvement, les élévations de température provoquent, combinées avec ces grandes pressions, des filiations cristallines que, par commodité, nous appellerons « soudures » (fig. 3.10).

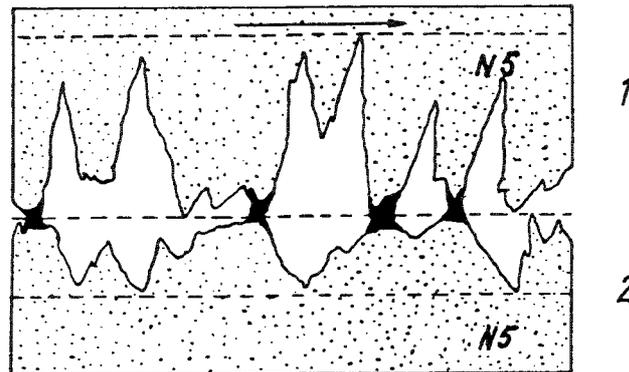


Fig. 3.10 Microsoudures.

Le mouvement, pour se poursuivre, devra cisailer ces soudures. Différents cas peuvent se présenter :

a) si la résistance au cisaillement des soudures est supérieure à la résistance au cisaillement du corps le plus tendre, la rupture a lieu à l'intérieur de ce corps. Si R_{cm} est la contrainte de rupture par cisaillement du métal, la force tangentielle s'opposant au mouvement est :

$$F_s = A_c R_{cm}$$

Chaque quanta de mouvement amène un transport du corps le plus doux sur le plus dur et, au bout de très peu de temps, le frottement du corps 1 sur le corps 2 devient le frottement du corps 2 sur lui-même ; ce type de phénomène reçoit communément le nom de **frottement par soudure** (fig. 3.11).

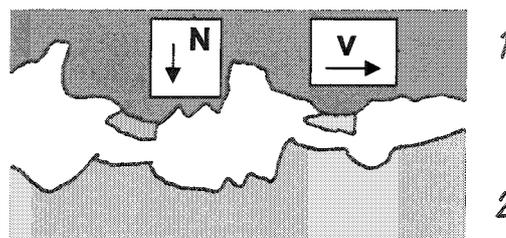


Fig. 3.11 Frottement par soudure.

b) Si les soudures de l'interface sont plus fragiles que le corps le plus doux, ce sont elles qui seront le siège des déchirements nécessaires à la poursuite du mouvement ; il n'y aura ni transport d'un métal sur l'autre, ni lésion d'aucune des deux surfaces ; le coefficient de frottement aura une valeur bien inférieure à celui des cas précédents, c'est théoriquement le type le plus favorable ; il est communément appelé **frottement par cisaillement** (fig. 3.12).

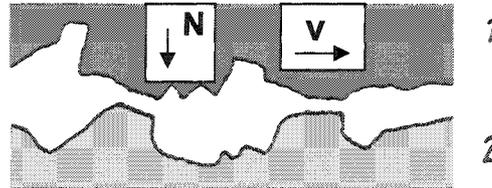


Fig. 3.12 Frottement par cisaillement.

Le frottement par cisaillement est le plus favorable car l'usure des surfaces est réduite.

Cette théorie a permis entre autres de classer les couples de matériaux en fonction de leur aptitude au frottement. Elle a mis en lumière les conditions nécessaires à un bon fonctionnement :

- a. avoir des structures cristallines ne pouvant pas donner de filiation continue et homogène (cas du chrome et de l'argent). C'est ainsi que le couple fer-aluminium est à proscrire.
- b. être de nature à ne donner que des composés intermétalliques fragiles (comme le fer et l'étain).

La théorie des soudures explique également pourquoi on peut faire frotter avec de bons résultats deux corps théoriquement incompatibles à condition d'avoir introduit un agent fragilisant la soudure, par exemple : aluminium sur fer sulfurisé.

Le tableau suivant, tiré de « *Théorie et pratique industrielle du frottement* » de J.-J. Caubet, énumère dans une *première colonne* les métaux couramment utilisés en construction mécanique, en masse ou revêtement.

La *deuxième colonne* groupe :

- d'une part ces mêmes métaux ;
- d'autre part tous les métaux que l'on peut mettre en œuvre aisément par voie électrolytique ou autre.

La *troisième colonne* donne qualitativement une indication sur la résistance au grippage, avec les trois adjectifs « mauvais », « passable », ou « bon ».

Acier	Aluminium Antimoine Argent Cadmium Chrome Cobalt Cuivre Etain Magnésium Manganèse Molybdène Nickel Plomb Tungstène zinc	Mauvais Bon Bon Bon Mauvais Mauvais Passable Bon Passable Mauvais Mauvais Mauvais Bon Mauvais Mauvais
Aluminium	Argent Cadmium Chrome Nickel Zinc	Mauvais Bon Mauvais Mauvais Passable
Cuivre	Aluminium Argent Chrome Etain Molybdène Nickel Plomb Tungstène Zinc	Mauvais Mauvais Passable Mauvais Bon Mauvais Bon Bon Mauvais
Chrome	Argent	Bon

D'après J. -J. Caubet, « Théorie et pratique industrielle du frottement »

3.1.4 Coefficient de frottement

La force qui s'oppose au glissement de deux corps en contact est résultante de l'action des divers phénomènes que nous avons envisagés au chapitre précédent. Rappelons les forces en question :

- Attraction moléculaire : $F_a = aA_c$ 3.1.3.1

- Enchevêtrement des aspérités : $F_e = \tan \phi N$ 3.1.3.2

- Rayage : $F_r = p_0 A_r$ 3.1.3.3

- Soudures froides, microsoudures : $F_s = A_c R_{cm}$ 3.1.3.4

Force résultante de frottement : $F = aA_c + \tan \phi N + p_0 A_r + A_c R_{cm}$ (1)

On divise F par N : $F/N = aA_c/N + \tan \phi + 1/N p_0 A_r + 1/N A_c R_{cm}$ (2)

Nous définissons le coefficient de frottement μ comme étant le rapport de la force tangentielle (à la surface de contact) à la force normale :

$$\mu = \frac{F}{N}$$

Nous avons vu que $N = p_0 \cdot A_c$

$$\frac{F}{N} = \mu = \frac{a}{p_0} + \tan \phi + \frac{A_r}{A_c} + \frac{R_{cm}}{p_0} \quad (3)$$

Les trois premiers termes du second membre sont habituellement petits vis-à-vis du dernier :

$$\mu \cong \frac{R_{cm}}{p_0} = \frac{\text{résistance au cisaillement}}{\text{pression de rupture plastique}} \quad (4)$$

Cette interprétation du coefficient de frottement des métaux est extrêmement intéressante, car elle lie le frottement aux caractéristiques mécaniques des matériaux.

Par groupement des termes on peut écrire le coefficient de frottement de l'équation (3) sous une forme plus simple :

$$\mu = \frac{a}{p_0} + \mu_c \quad (5)$$

Dans les applications techniques courantes, la force d'adhérence est très petite (a/p_0 très petit) ; μ_c est indépendant de la charge appliquée. La force de frottement est alors :

$$F = \mu_c N \quad (6)$$

ou plus simplement : $F = \mu N$ (7)

qui est la loi de Coulomb sous la forme usuelle.

3.2 L'usure

L'usure est une destruction progressive des surfaces de pièces en contact, produite par le frottement qui modifie les dimensions et la géométrie des surfaces. La dépréciation des organes mécaniques par l'usure est encore plus grande que celle causée par la corrosion ou par la rupture de pièces. Les mécanismes sont, en effet, le plus souvent mis hors d'usage par usure de leurs organes.

3.2.1 Mécanismes de l'usure

Nous allons rapidement passer en revue les principales causes d'usure :

1. *Le coupe de râpe initial*

Il s'agit du début du fonctionnement (rodage) au cours duquel les aspérités sont arrachées jusqu'à ce que la surface effective de contact puisse assurer une répartition correcte des charges

Pour les produits microtechniques, une période de rodage ne peut pas être imposée à l'utilisateur ; les mécanismes seront conçus pour être aptes à fonctionner correctement pendant cette phase, ou ils seront rodés sous contrôle en fabrication ou montage.

2. *Rupture des microsoudures lors d'un frottement par soudures*

Dans le cas d'un frottement par cisaillement, l'usure est petite, la quantité de déchets mis en circulation est faible. Dans le cas d'un frottement par soudure, il y a transfert de métal sur le corps le plus dur. Le corps tendre s'use.

3. *L'usure par abrasion ou usure abrasive*

Celles-ci est provoquée par les déchets mis en liberté depuis le début du fonctionnement.

Ces déchets peuvent, par écrouissage et par trempe, voir leur dureté augmenter, et agir comme de véritables outils engendrant de nouveaux copeaux. Ils s'incrustent dans le métal le plus tendre et provoquent l'usure du métal le plus dur.

L'abrasion se produit aussi lorsque de la poussière ou des corps étrangers s'introduisent dans les mécanismes : papier et autres résidus dans les imprimantes, grains de silicium dans les installations manipulant des MEMS.

4. *Corrosion de contact*

L'usure n'est pas le fait exclusif des frottements à grands mouvement relatifs ; de petits mouvements de très faible amplitude et de charges et à fréquences élevées peuvent provoquer des destructions de surface.

Un cas typique en microtechnique est le point d'accrochage fixe d'un ressort ; les mouvements relatifs sont extrêmement faibles, mais il se forme rapidement à l'interface une poudre rougeâtre caractéristique. Ces particules d'oxyde restent dans la zone de contact et accélèrent le phénomène d'usure par abrasion.

3.2.2 Facteurs importants caractérisant l'usure

Par le frottement d'un corps sur un autre, une couche superficielle de matière d'épaisseur u est enlevée.

Pour les calculs techniques on postule, pour simplifier, que **l'usure est proportionnelle au travail des forces de frottement.**

Considérons un corps 1 qui glisse sur la surface plane d'un corps 2 (fig. 3.13) en parcourant le chemin d'usure s . Le corps 1 est appliqué sur 2 par une force normale N et la force de frottement F s'oppose au déplacement.

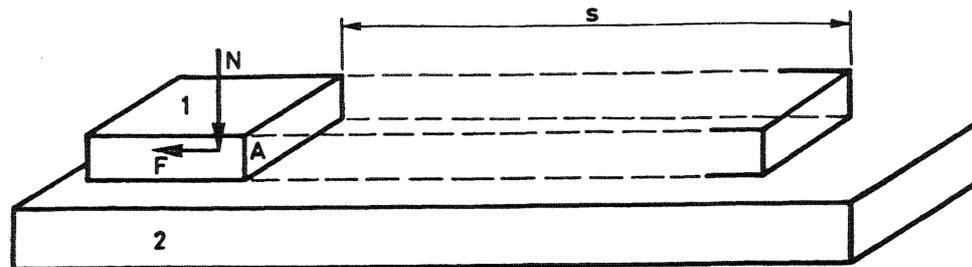


Fig. 3.13 Chemin d'usure s .

Si l'aire globale de contact est A , le volume de matière enlevée au corps 1 par l'usure peut s'écrire :

$$u_1 \cdot A = k'_{1,2} F s$$

$$u_1 = k'_{1,2} \frac{F}{A} s \quad (1)$$

$k'_{1,2}$ est une constante d'usure (L^3/J) caractéristique de l'usure du matériau 1 frottant contre le matériau 2. Comme $F = \mu N$

$$u_1 = k'_{1,2} \mu \frac{N}{A} s = k'_{1,2} \mu p s \quad (2)$$

On sait que le coefficient de frottement varie souvent considérablement autour d'une valeur moyenne. Des essais ont montré qu'il est préférable de référer l'usure uniquement à la force d'appui.

On écrit alors :

$$u_1 = k_{1,2} p v t \quad (3)$$

$$\text{où } k_{1,2} = \mu k'_{1,2} \quad (4)$$

La valeur de cette constante est déterminée expérimentalement pour les couples de matériaux les plus divers. Elle dépend aussi de la pression de contact et de la vitesse de glissement, car les propriétés des matériaux changent avec la température. Les relations (2) et (3) ne sont donc pas linéaires en p et v . Dans les applications pratiques cependant, on se contente des relations linéaires.

En régime permanent, la vitesse d'usure est :

$$\frac{du_1}{dt} = k_{1,2} p v \quad (5)$$

Les expressions (3) et (5) montrent que le produit $p\nu$ joue un rôle important dans l'usure.

Exemple de $p\nu$ auxquels peuvent être soumis, à température ambiante, 2 genres de polyoxyméthylènes (POM) :

- le Delrin 500[®]
- le Delrin AF[®] (Delrin 500 chargé de Téflon. Matériau de Du Pont)

Palier lisse sur axe acier de dureté HRC 22 et de classe de rugosité N5 (Ra 0,4)

Vitesse (m/s)	pv limite (MN/ms)	
	Delrin 500	Delrin AF
0.05	0.16	0.27
0.2	0.13	0.23
0.5	0.11	0.2
2	0.08	0.14

Les coefficients de frottement statique et dynamique du Delrin AF en-dessous de ces conditions de $p\nu$ limite, sont d'environ 0,1.

3.3 Le frottement dans les mécanismes

3.3.1 Introduction

Le frottement est absolument inéluctable. C'est un phénomène irréversible qui dissipe de l'énergie. Vouloir le supprimer équivaut à l'invention du mouvement perpétuel, par exemple : un volant tournant sur un arbre continuerait à tourner sans jamais s'arrêter s'il n'y avait pas le frottement.

Le frottement est parfois utile ou parfois nuisible. On cherche donc à le rendre le plus élevé possible, ou alors le plus petit possible.

Frottement minimum : Vis réversibles, paliers, pivots, transmissions par engrenages.

Frottement maximum : Freins, accouplements, embrayages, transmissions par courroies, vis de fixation, coins.

3.3.2 Frottement statique

Un corps 1 appuie sur une surface plane 2 par une force \vec{P} normale au plan de contact π .

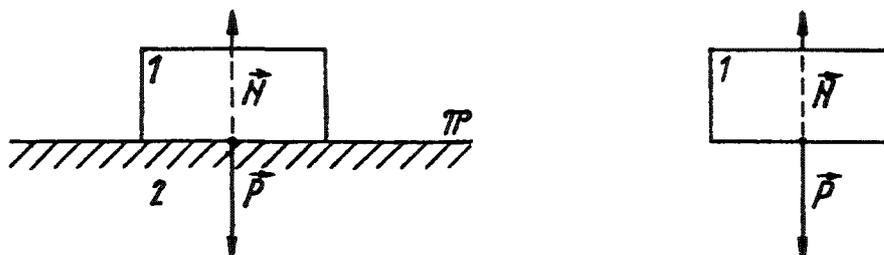


Fig. 3.14 Corps en appui sur une surface plane.

Une réaction \vec{N} du corps 2 perpendiculairement à π agit sur le corps 1. Le corps (1) est en équilibre :

$$|\vec{N}| = |\vec{P}|$$

On applique au corps 1 une force horizontale \vec{H} ; \vec{H} est théoriquement dans le plan π .

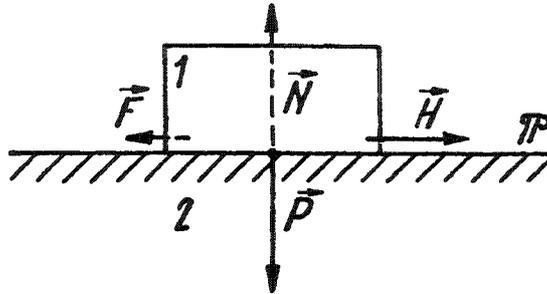


Fig. 3.15 Corps en appui sur une surface plane avec force horizontale.

Lorsque \vec{H} croît progressivement, le corps 1 reste tout d'abord immobile. Puisqu'il est immobile, il est en équilibre statique sous l'effet d'une force \vec{F} qui prend naissance dans le plan π . C'est la force de frottement. Elle est égale et opposée à la force \vec{H} .

$$\vec{H} + \vec{F} = 0$$

La composante des réactions \vec{N} et \vec{P} donne la réaction résultante \vec{R}



Fig. 3.16 Réaction résultante de \vec{N} et \vec{P} .

L'équation d'équilibre est donc :

$$\vec{P} + \vec{H} + \vec{R} = 0$$

$$\tan \alpha = \frac{H}{P} = \frac{F}{N}$$

Règles :

- 1) La force de frottement est dans le plan tangent commun aux deux surfaces en contact.
- 2) Le sens de la force de frottement sur un corps est opposée au sens de son mouvement vu de l'autre corps (ou au mouvement qu'il aurait s'il n'était pas retenu par le frottement).

Le corps reste au repos sur le plan tant que la force \vec{H} ne dépasse pas une valeur limite \vec{H}_{lim} .

En faisant croître la force appliquée \vec{H} jusqu'à \vec{H}_{lim} , la réaction \vec{F} croît également jusqu'à une valeur maximale \vec{F}_0 dite résistance de démarrage. Lorsque :

$$H = H_{\text{lim}} = F_0$$

on dit qu'il y a imminence de glissement. L'équilibre du corps est donné par :

$$\vec{P} + \vec{H}_{\text{lim}} + \vec{R}_0 = 0$$

où $\vec{R}_0 = \vec{N} + \vec{F}_0$

On donne à l'angle α (entre \vec{N} et \vec{R}) la valeur ρ_0 . Cet angle (ρ_0) est dénommé **angle de frottement au repos**.

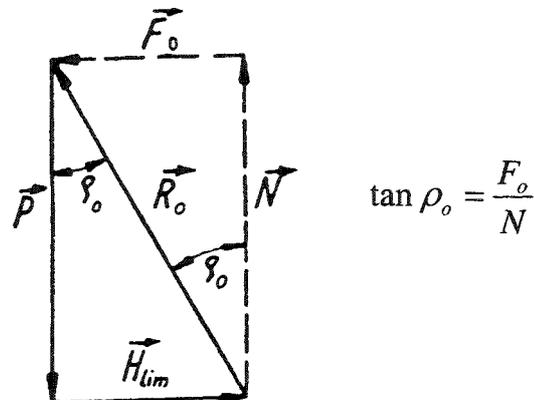


Fig. 3.17 Angle de frottement au repos.

Le coefficient de frottement au repos est lié à ρ_0 par :

$$\mu_0 = \text{tg} \rho_0$$

d'où $F_0 = \mu_0 N$

C'est la **loi de Coulomb** : la force de frottement est proportionnelle à la force normale d'appui.

- Remarques :
- La force de frottement est indépendante de la grandeur de la surface de contact.
 - L'influence des états de surface, des recouvrements et des duretés des corps en présence est incluse dans la valeur du coefficient μ .

Pour assurer le repos du corps sur le plan, la force de frottement \vec{F} ne doit en aucun cas dépasser la valeur limite \vec{F}_0 :

$$F < F_0 = \mu_0 N$$

$$H < \mu_0 N$$

Le coefficient de sécurité au glissement s_{gl} est défini par le rapport

$$s_{gl} = \frac{F_0}{F}$$

3.3.3 Frottement dynamique

En partant de zéro et du repos, faisons croître progressivement la force \vec{H} appliquée au solide (fig. 3.18) :

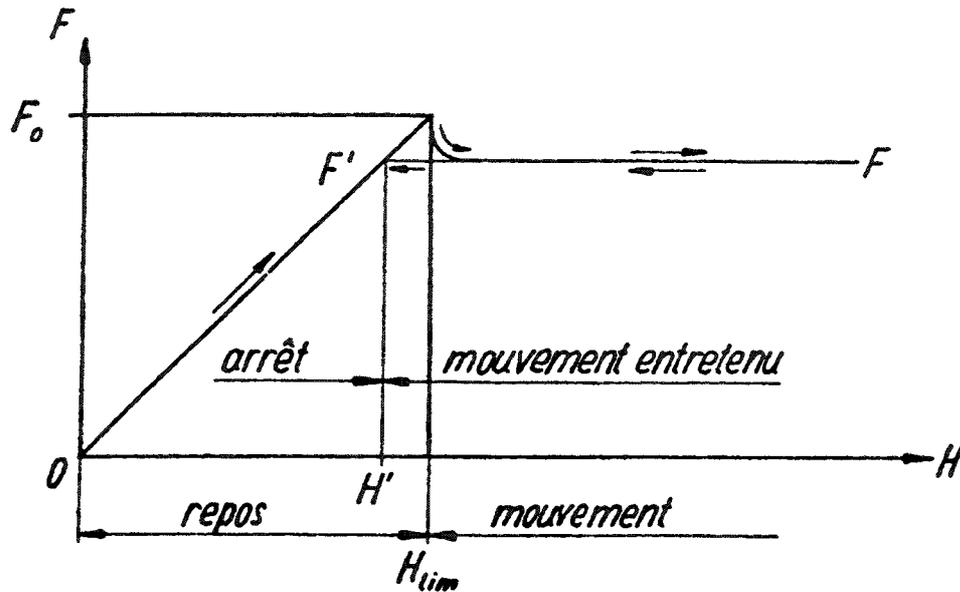


Fig. 3.18 Force de frottement à l'arrêt et avec glissement.

Le corps reste au repos jusqu'à ce que H atteigne la valeur limite $H_{lim} = F_0$. Pendant ce temps, on a toujours

$$H = F$$

Lorsque la valeur H_{lim} est atteinte, le corps se met en mouvement. Admettons que le coefficient de frottement diminue après la mise en mouvement, $\mu < \mu_0$. Dès le premier glissement, la force de frottement diminue. Comme $H > F$, le corps est alors soumis à une accélération telle que :

$$\vec{a} = \frac{1}{m} (\vec{H} + \vec{F})$$

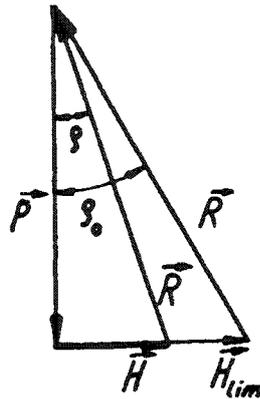
Pour maintenir la vitesse constante, il faut diminuer l'intensité de la force motrice jusqu'à la valeur $H' = F'$. Le mouvement ralentit puis s'arrête lorsque $H' < F'$.

De manière analogue à ce que nous avons vu pour le frottement au repos, la relation entre l'angle de frottement de glissement et le coefficient de frottement avec glissement s'écrit :

$$\mu = \tan \rho$$

et

$$\mu < \mu_0 \Leftrightarrow \rho < \rho_0$$



La figure 3.19 montre graphiquement la relation entre les forces ainsi que les angles de frottement de repos et de mouvement :

Fig. 3.19 Angles de frottement.

Résumons les relations entre les forces et les mouvements :

- Le corps reste au repos..... $H < \mu_0 N$
- Imminence de mouvement..... $H = \mu_0 N$
- Mise en mouvement..... $H > \mu_0 N$
- Mouvement accéléré..... $H > \mu N$
- Mouvement uniforme..... $H = \mu N$
- Décélération puis arrêt..... $H < \mu N$

3.3.4 Instabilité de frottement et mouvement saccadé

Nous venons de voir que le frottement diminue dès que le corps susceptible de glisser est mis en mouvement. Inversement, le coefficient de frottement augmente dès que le mouvement cesse (fig. 3.18).

Cette variation relative brutale de la valeur du coefficient de frottement constitue ce que l'on appelle **l'instabilité du frottement**. Ce phénomène, combiné à l'élasticité des mécanismes de liaison entre un organe moteur et le système glissant cause ce que l'on appelle **le mouvement saccadé** (*stick-slip* en anglais).

Considérons une masse m reliée à un ressort de rigidité k dont l'extrémité libre B se déplace à la vitesse v (fig. 3.20) :

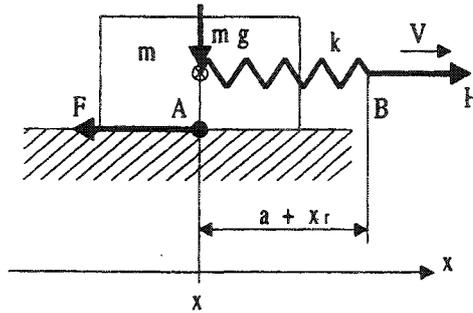


Fig. 3.20 Transmission élastique d'une force motrice.

On cherche la loi de déplacement $x(t)$ de la masse (point A) :

- Longueur du ressort lorsqu'il n'est pas tendua
- Elongation du ressort x_r
- Force de traction..... $H = k x_r$

Le mouvement commence lorsque $H > F_0$. On choisit cet instant comme origine des temps. Pour $t = 0, x = 0$.

Le mouvement étant commencé, l'effort de frottement s'opposant au déplacement est F.

A un instant $t > 0$, l'effort moteur est $H - F$ et la loi de Newton appliquée à la masse s'écrit :

$$m \ddot{x} = H - F = k x_r - F$$

Le début du mouvement a lieu pour :

$$H = F_0 = k x_{r0}$$

L'allongement à un instant quelconque est :

$$x_r = x_{r0} + vt - x$$

$\uparrow \quad \uparrow$
 avance de B avance de A

Introduisons x_r dans l'équation de la dynamique :

$$m \ddot{x} = k x_{r0} + k vt - k x - F$$

$$m \ddot{x} + k x = F_0 - F + k vt$$

On pose encore : $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$

Où ω_0 est la pulsation de l'oscillation libre de la masse liée au ressort.

$$\ddot{x} + \omega_0^2 x = \frac{F_0 - F}{m} + \omega_0^2 vt$$

La solution de cette équation différentielle est, en supposant F constant :

$$x(t) = C_1 \cos(\omega_0 t) + C_2 \sin(\omega_0 t) + \frac{F_0 - F}{k} + vt$$

Lorsque $t=0 \rightarrow x=0$ et $\dot{x}=0$, d'où les constantes d'intégration.

Enfin :

$$x(t) = \frac{F_0 - F}{k} + vt - \frac{F_0 - F}{k} \cos(\omega_0 t) - \frac{v}{\omega_0} \sin(\omega_0 t)$$

Si $F_0=F$ (cas particulier du frottement statique égal au frottement dynamique) :

$$x(t) = vt - \frac{v}{\omega_0} \sin(\omega_0 t) = v \left(t - \frac{1}{\omega_0} \sin(\omega_0 t) \right)$$

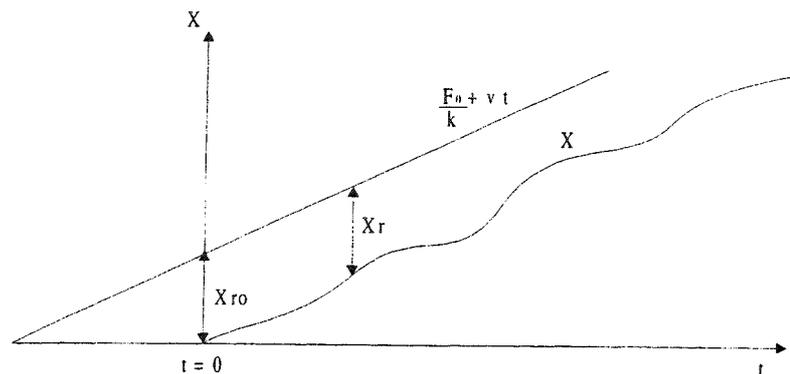


Fig. 3.21 Mouvement du système d'entraînement et du corps glissant.

On constate que le mouvement du corps est oscillant ou saccadé (fig. 3.21).

Si la vitesse d'entraînement est très lente, on observe même des arrêts du corps glissant.

Dans le cas où la force de frottement croît avec la vitesse, le mouvement saccadé ne se produit pas, car il y a toujours un équilibre statique entre la force motrice et la force de frottement.

Le mouvement saccadé joue un grand rôle dans le fonctionnement de guidages d'éléments glissants et dans les embrayages. Pour le supprimer on peut :

1. utiliser des couples de frottement dont μ augmente toujours avec la vitesse ;
2. si ce n'est pas possible, il faut utiliser des couples de matériaux dont le coefficient de frottement est petit, ou remplacer le frottement de glissement par des mécanismes à roulement ;
3. utiliser des liaisons très rigides entre l'organe moteur et l'organe déplacé.

Exemples où le phénomène du stick-slip est utilisé pour répondre à des fonctions bien déterminées :

- Bol vibrant
- Moteur stick-slip
- Instrument de musique (archet sur corde).

3.3.5 Déplacement d'un corps sur un plan incliné

Deux cas sont à considérer

- la montée
- la descente

1/ Cas de la montée

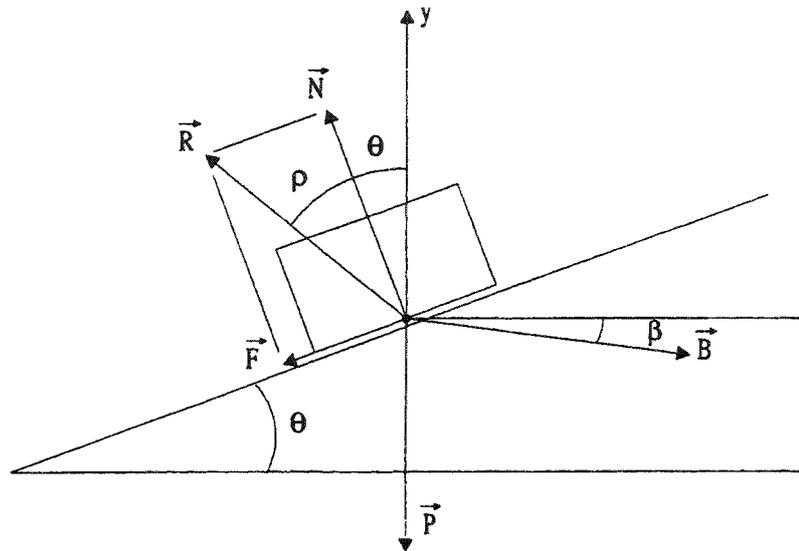


Fig. 3.23 Corps en équilibre sur un plan incliné.

- Force verticale appliquée sur le corps..... \vec{P}
- Réaction normale..... \vec{N}
- Force de frottement opposée au déplacement..... \vec{F}
avec : $F = \mu N$ et $\mu = \tan \rho$
- Force motrice faisant un angle β avec l'horizontale..... \vec{B}
- Résultante de réaction..... \vec{R}
- Grandeurs connues..... P, ρ, θ, β
- Grandeurs inconnues..... B, N, F
- Condition d'équilibre..... $\vec{B} + \vec{P} + \vec{R} = 0$

Pour résoudre analytiquement cette équation, on projette ces forces sur les axes x et y.

$$\text{Sur x : } B \cos \beta - R \sin(\theta + \rho) = 0 \quad (1)$$

$$R = \frac{B \cos \beta}{\sin(\theta + \rho)} \quad (2)$$

$$\text{Sur y : } -P + R \cos(\theta + \rho) - B \sin \beta = 0 \quad (3)$$

$$(2) \text{ et } (3) : -P + \frac{B \cos \beta}{\sin(\theta + \rho)} \cos(\theta + \rho) - B \sin \beta = 0$$

$$-P + \frac{B \cos \beta}{\tan(\theta + \rho)} - B \sin \beta = 0$$

$$B = \frac{P}{\frac{\cos \beta}{\tan(\theta + \rho)} - \sin \beta} \quad (4)$$

Quelle est la variation de B fonction de β ?

B $\rightarrow \infty$ pour :

$$\frac{\cos \beta}{\tan(\theta + \rho)} - \sin \beta = 0$$

$$\frac{1}{\tan(\theta + \rho)} = \tan \beta$$

Lorsque $\beta = \frac{\pi}{2} - (\theta + \rho) \rightarrow \vec{B}$ est // et opposée à \vec{R}

B est minimum pour :

$$\left(\frac{\cos \beta}{\tan(\theta + \rho)} - \sin \beta \right) \text{ maximum}$$

Extremum de cette fonction :

$$\frac{-\sin \beta}{\tan(\theta + \rho)} - \cos \beta = 0$$

$$\frac{-1}{\tan(\theta + \rho)} = \frac{1}{\tan \beta}$$

$\beta = -(\theta + \rho) \rightarrow$ ce qui veut dire que \vec{B} est \perp à \vec{R}

Cas particulier :

$\beta = 0$; La force \vec{B} est horizontale (appelons la \vec{H})

$$(4) \rightarrow H = P \tan(\theta + \rho) \quad (5)$$

$$(2) \rightarrow R = \frac{H}{\sin(\theta + \rho)} = P \frac{1}{\cos(\theta + \rho)}$$

$$N = R \cos \rho = P \frac{\cos \rho}{\cos(\theta + \rho)}$$

2/ Cas de la descente :

Trois cas sont possibles :

- $\theta < \rho$: la force \vec{B} doit agir de droite à gauche pour faire descendre le corps.
- $\theta = \rho$: le corps est en équilibre.
- $\theta > \rho$: il faut retenir le corps avec une force agissant de gauche à droite.

Par analogie avec le cas de la montée, on peut écrire lorsque $\vec{B} = \vec{H}$ est horizontale :

$$H = P \tan(\theta - \rho) \quad (6)$$

Rendement d'un plan incliné :

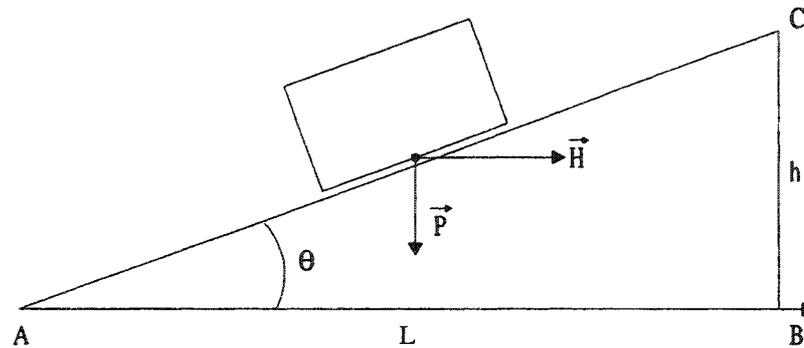


Fig. 3.24 Corps glissant sur un plan incliné.

Le travail fourni par la force \vec{H} pour déplacer le corps de A à C s'écrit :

$$W_H = HL = P \tan(\theta + \rho)L$$

Le travail utile (qui consiste à déplacer le corps de B à C) est égal à :

$$W_u = Ph$$

Rendement :

$$\eta = \frac{\text{Tavail utile}}{\text{Tavail fourni}} = \frac{W_u}{W_H} = \frac{Ph}{P \tan(\theta + \rho)L} = \frac{\tan \theta}{\tan(\theta + \rho)} \quad \text{avec : } \frac{h}{L} = \tan \theta$$

Valeurs extrêmes du rendement lorsque $\rho \neq 0$

$\eta = 0$ pour $\theta = 0$: aucun travail utile.

$\theta = \frac{\pi}{2} - \rho$: arc-boutement, aucun mouvement possible.

Puisque η s'annule pour ces deux valeurs de θ , η passe par un maximum :

$$\frac{d\eta}{d\theta} = \frac{\frac{1}{\cos^2 \theta} \tan(\theta + \rho) - \tan \theta \frac{1}{\cos^2(\theta + \rho)}}{\tan^2(\theta + \rho)} = 0$$

avec : $\tan^2(\theta + \rho) \neq 0$

$$\frac{1}{\cos^2 \theta} \tan(\theta + \rho) - \tan \theta \frac{1}{\cos^2(\theta + \rho)} = 0$$

$$\cos^2(\theta + \rho) \tan(\theta + \rho) = \cos^2 \theta \tan \theta$$

$$\cos(\theta + \rho) \sin(\theta + \rho) = \cos \theta \sin \theta$$

$$2 \cos(\theta + \rho) \sin(\theta + \rho) = 2 \cos \theta \sin \theta$$

D'où $\sin[2(\theta + \rho)] = \sin 2\theta$

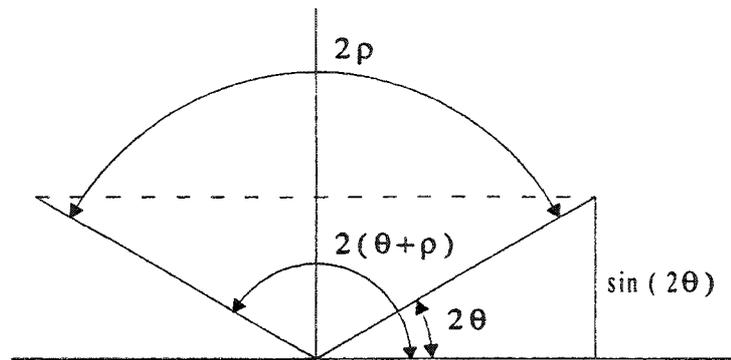
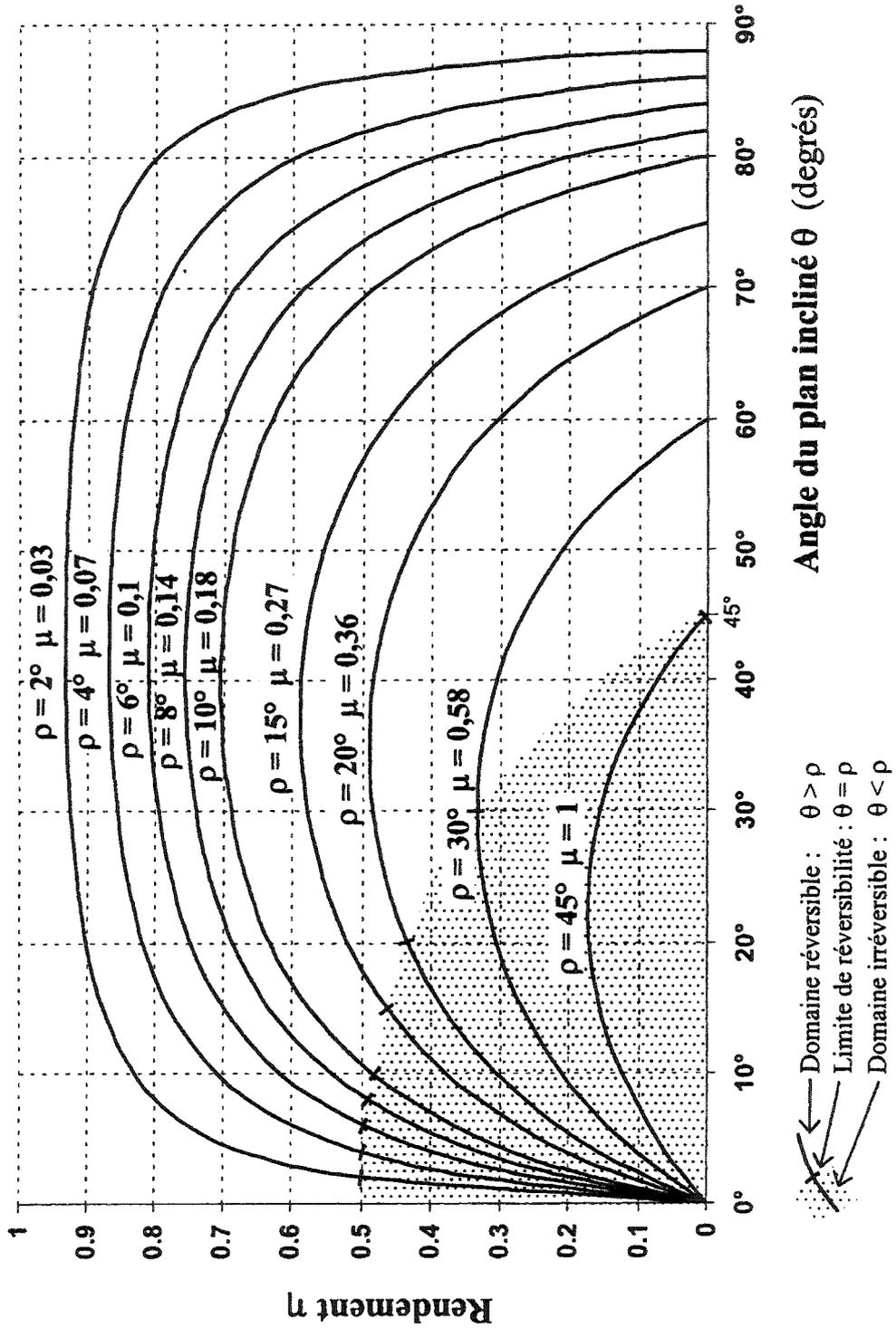


Fig. 3.25 $\sin[2(\theta + \rho)] = \sin(2\theta)$

$$2\theta + \rho = \frac{\pi}{2}$$

$$\theta = \frac{\pi}{4} - \frac{\rho}{2}$$

Fig. 3.26 Rendement du plan incliné $\eta = \frac{\text{tg } \theta}{\text{tg}(\theta + \rho)}$ pour différentes valeurs de ρ



3.3.6 Mouvement louvoyant

On peut mettre à profit le fait que la force de frottement est toujours opposée à la vitesse de glissement pour diminuer la force de frottement apparente parallèle au déplacement d'un objet. Considérons un solide (2) (fig. 3.27), guidé selon l'axe x d'un référentiel, qui se déplace à la vitesse V_{2x} sur une plaque (1). Animons cette dernière d'un mouvement transversal avec la vitesse V_{1y} . La vitesse relative de (2) par rapport à (1) vaut :

$$\vec{V}_{21} = \vec{V}_{2x} + \vec{V}_{1y}$$

La force de frottement F appliquée à (2) est opposée à la vitesse ; si $V_{2x} \ll V_{21}$, la composante F_x de F est aussi très petite. La force H nécessaire pour entretenir la translation V_{2x} est donc beaucoup plus faible que sans le mouvement transversal, soit :

$$H = F \sin \delta = \mu N \frac{V_{2x}}{\sqrt{V_{2x}^2 + V_{1y}^2}} \approx \mu \frac{V_{2x}}{V_{1y}} N$$

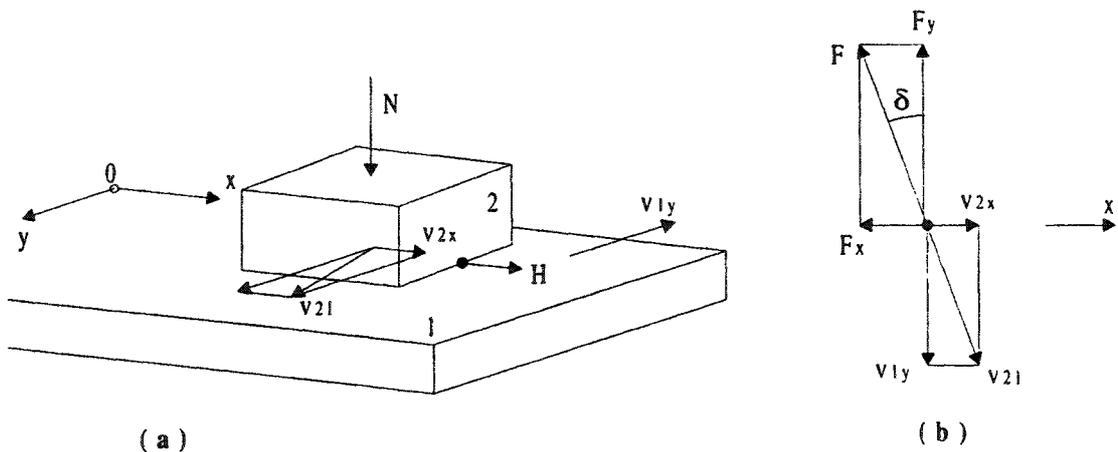


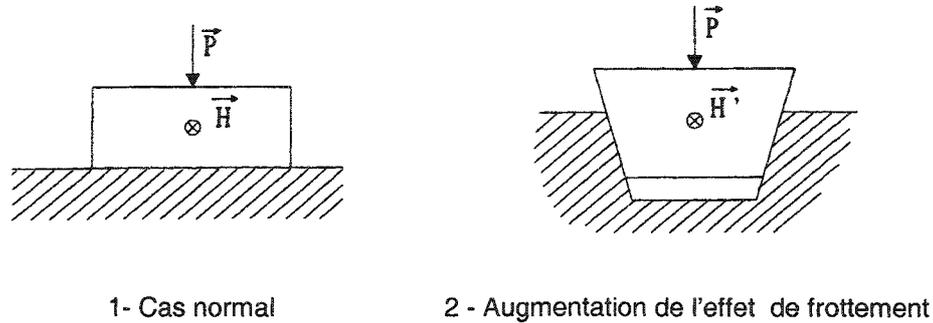
Fig. 3.27 Frottement avec une vitesse perpendiculaire à la vitesse principale.
 a) schéma
 b) vitesses relatives et forces de frottements

S'il n'existe que le mouvement transversal de (1), l'élément (2) se met en mouvement dès qu'on lui applique une force H . Tout se passe comme si le système était visqueux car H est proportionnelle à V_{2x} .

Ce principe est utilisé pour annihiler le frottement dans des vérins hydrauliques à cylindre tournant et dans des guidages à axes tournants ou oscillants.

3.3.7 Augmentation de l'effet du « frottement »

En agissant sur la géométrie des corps en présence, on peut augmenter l'effet de frottement.



1- Cas normal

2 - Augmentation de l'effet de frottement

Fig. 3.28 Façon d'augmenter l'effet de frottement.

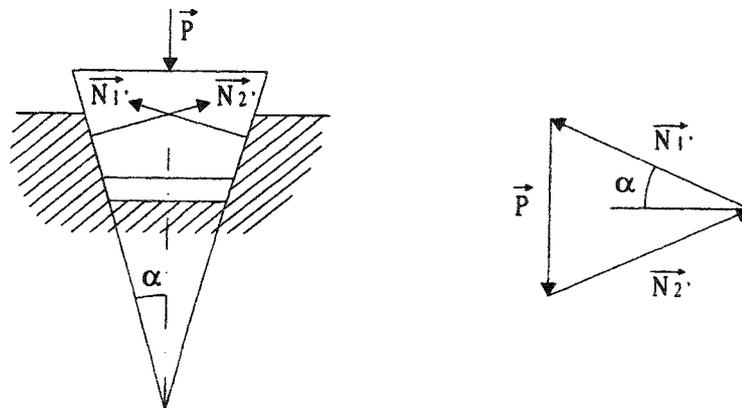


Fig. 3.29 Equilibre d'une pièce dans une rainure trapézoïdale.

Si le trapèze est isocèle (cas fréquent) : $N_1' = N_2' = N'$

$$P = 2N' \sin \alpha$$

$$N' = \frac{P}{2 \sin \alpha}$$

$$H = \mu N = \mu P \quad (\text{cas 1 fig 3.28})$$

$$H' = 2\mu N' \quad (\text{cas 2 fig 3.28})$$

$$H' = P \frac{\mu}{\sin \alpha}$$

$$H' = \mu' P$$

$$\mu' = \frac{\mu}{\sin \alpha}$$

Quelques valeurs de μ à titre indicatif:

- acier trempé sur acier trempé rectifié, excellent graissage (film continu) : **0,005 - 0,01**
- acier sur acier ou sur fonte, rugosité N6, légèrement gras **0,1 - 0,15**
- Delrin AF® (Delrin 500 chargé de PTFE) sur acier rectifié, rugosité N6 **env. 0.1**

3.3.8 Etude de l'équilibre des composants d'un cric

F_2 est la charge, F_1 la force motrice

Recherché : $\frac{F_2}{F_1} = f(\alpha, \mu)$

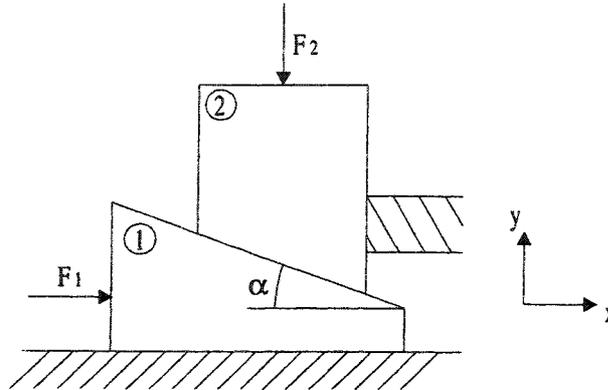


Fig. 3.30 Disposition schématique du cric.

Equilibre de chaque pièce

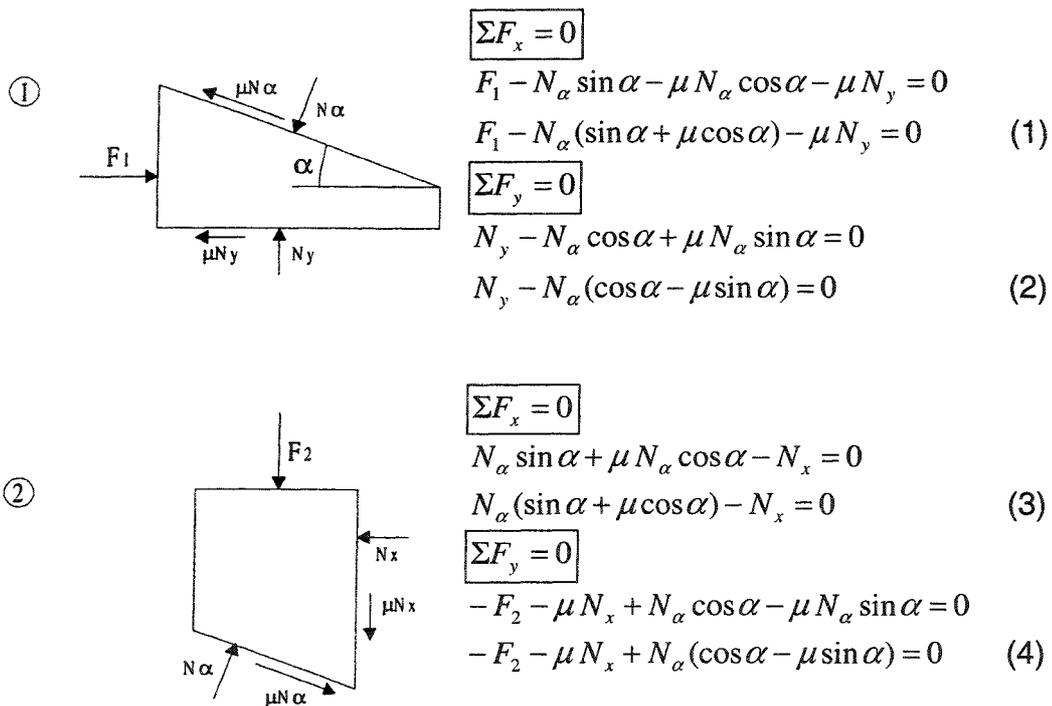


Fig. 3.31 Forces agissant sur les pièces mobiles.

Nous avons ainsi 4 équations à 4 inconnues : F_1 , N_y , N_x , N_α

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{-2\mu \sin \alpha + \cos \alpha (1 - \mu^2)}{2\mu \cos \alpha + \sin \alpha (1 - \mu^2)}$$

ce qui peut être simplifié en divisant le numérateur et le dénominateur par $\cos \alpha$, puis par $(1 - \mu^2)$

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{-2\mu \tan \alpha + (1 - \mu^2)}{2\mu + \tan \alpha (1 - \mu^2)}$$

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{1 - 2 \tan \alpha \frac{\mu}{1 - \mu^2}}{\tan \alpha + 2 \frac{\mu}{1 - \mu^2}}$$

Remplaçons μ par $\tan \rho$

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{1 - 2 \tan \alpha \frac{\tan \rho}{1 - \tan^2 \rho}}{\tan \alpha + 2 \frac{\tan \rho}{1 - \tan^2 \rho}} = \frac{1 - \tan \alpha \tan 2\rho}{\tan \alpha + \tan 2\rho} \text{ car } \tan 2t = \frac{2 \tan t}{1 - \tan^2 t}$$

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{1}{\tan(\alpha + 2\rho)} \text{ car } \tan(t + z) = \frac{\tan t + \tan z}{1 - \tan t \tan z}$$

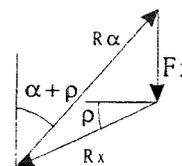
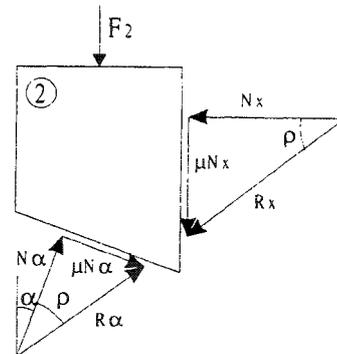
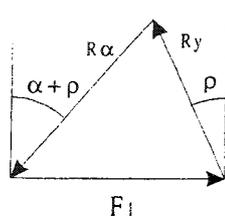
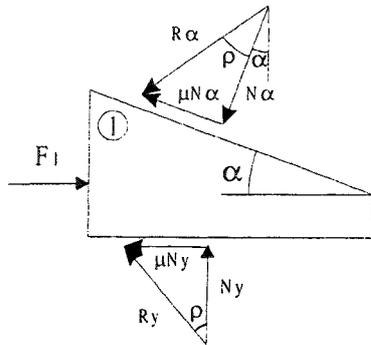
$$\frac{F_2}{F_1} = \cot(\alpha + 2\rho)$$

Rendement :

$$\eta = \frac{F_2 y}{F_1 x} = \cot(\alpha + 2\rho) \frac{y}{x} = \frac{\tan \alpha}{\tan(\alpha + 2\rho)} \text{ car } \frac{y}{x} = \tan \alpha$$

Les équations d'équilibre peuvent être résolues graphiquement de la façon suivante :

Méthode graphique



Superposition des 2 graphes avec R_α commun.

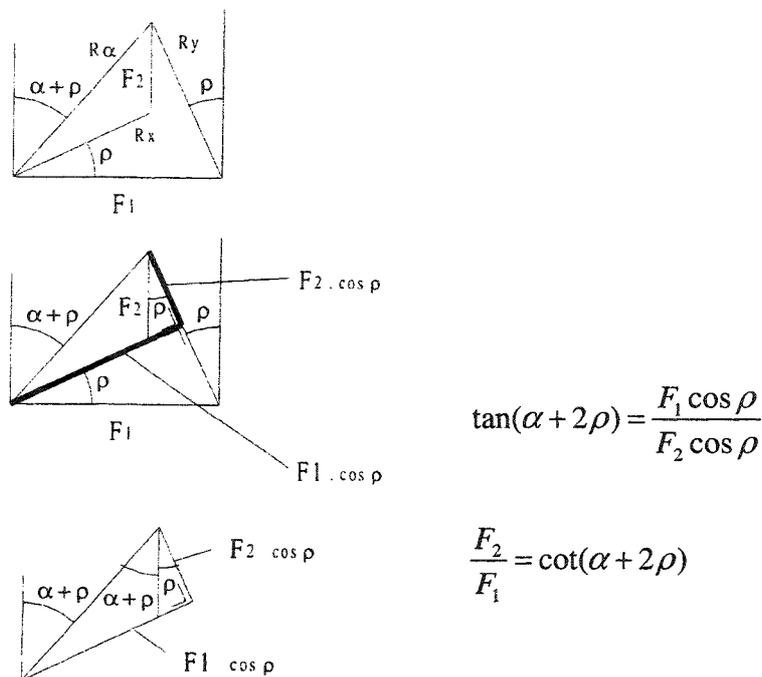


Fig. 3.32 Résolution graphique de l'équilibre d'un cric.

3.3.9 Application du plan incliné à la vis

Il y a 2 principaux types de vis :

- les vis d'assemblage : utilisées pour fixer ensemble diverses pièces d'appareils
- les vis de mouvements : travaillent comme organe de transformation d'un mouvement de rotation en un déplacement de translation rectiligne ou vice-versa.

La vis est un cylindre (noyau) sur lequel est enroulé hélicoïdalement un filet de section carrée, triangulaire ou trapézoïdale.

Le filet peut être enroulé en tournant à droite ou à gauche. On peut placer plusieurs filets sur la même vis (jusqu'à 5).

Couple à fournir pour provoquer le serrage

Prenons le cas simple d'un filet carré. Le filet d'une vis est un plan incliné sur lequel glisse l'écrou.

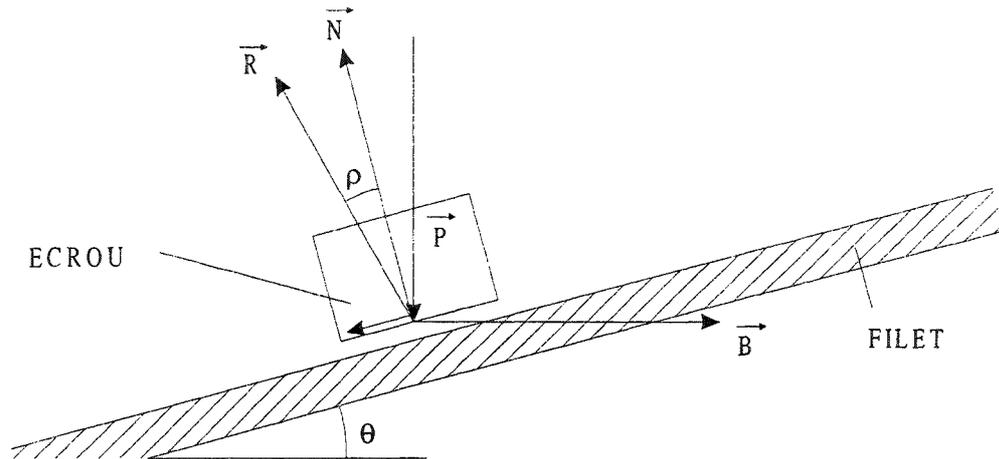


Fig. 3.33 Filet de vis déroulé.

\vec{P} est la force de serrage dans l'axe de la vis

\vec{B} est la force tangente à la vis dans un plan perpendiculaire à son axe

On est ramené exactement au cas du paragraphe 3.3.5 avec $\beta=0$. On a donc pour le cas du serrage de la vis (montée du plan incliné)

$$B = P \tan(\theta + \rho)$$

Le couple pour obtenir un serrage de force P avec un frottement vis écrou de coefficient $\mu = \tan \rho$ est le suivant :

$$M_{\text{vis serrage}} = r P \tan(\theta + \rho) \quad \text{avec } r = \frac{d_2}{2} = \text{rayon moyen de la vis}$$

Pour le cas du desserrage (descente du plan incliné)

$$M_{\text{vis desserrage}} = r P \tan(\theta - \rho)$$

Pour le cas du filet non carré (triangulaire, trapézoïdal), remplacer $\mu = \tan \rho$ par μ'

$$\text{avec } \mu' = \frac{\mu}{\sin \alpha}$$

$$\text{avec } \alpha = \frac{\pi}{2} - \frac{1}{2} \text{ (angle au sommet du triangle ou du trapèze)}$$

Frottement de l'écrou sur un appui



Fig. 3.34 Répartition de la pression sous l'écrou.

La pression sous l'écrou est considérée comme uniforme

$$M_{base} = \int_{r_i}^{r_e} 2\pi r dr p \mu r = \frac{2}{3} \pi p \mu (r_e^3 - r_i^3) \text{ avec } dP = 2\pi r dr p$$

$$P = p\pi(r_e^2 - r_i^2)$$

$$M_{base} = \frac{2}{3} \cdot \frac{P}{r_e^2 - r_i^2} \mu (r_e^3 - r_i^3)$$

$$M_{base} = \mu P \frac{2}{3} \cdot \frac{r_e^3 - r_i^3}{r_e^2 - r_i^2}$$

$$M_{base} = \mu P r_{m\text{ base}} \text{ avec } r_{m\text{ base}} = \frac{2}{3} \cdot \frac{r_e^3 - r_i^3}{r_e^2 - r_i^2}$$

Couple à fournir pour un serrage de vis avec écrou :

$$M_{total} = M_{vis} + M_{base}$$

Cas particuliers

Dans ce cas : $r_i = 0$

$$r_e = r$$

$$M_{base} = \frac{2}{3} \mu P r$$

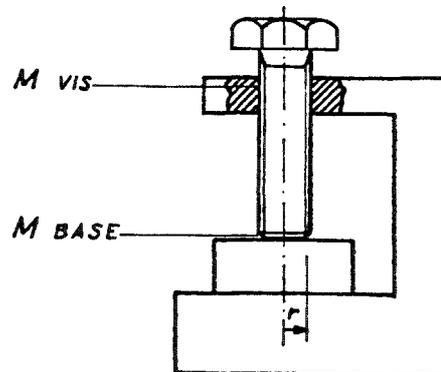


Fig. 3.35 Etou.

Dans ce cas : $M_{total} = 2M_{vis} = H r$

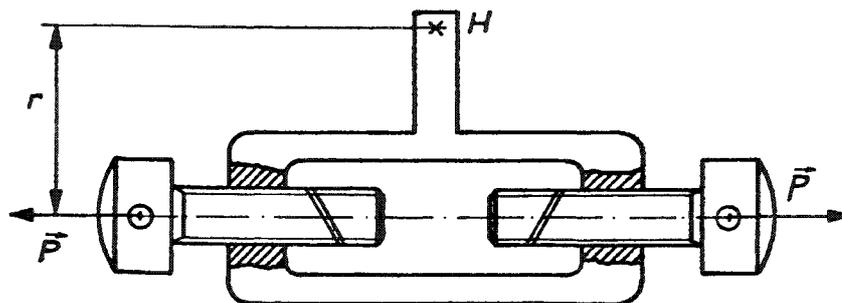


Fig. 3.36 Système tendeur.

CHAPITRE 4

Guidages

But | Le but de ce chapitre est de compléter l'éventail des connaissances des étudiants dans le domaine des systèmes de guidage les plus couramment utilisés en microtechnique ; cette formation se base sur le cours « éléments de construction et DAO » de 1^{ère} année de microtechnique et sur différentes informations de fabricants de guidages.

Objectifs | L'étudiant sera capable de décrire les principaux systèmes de guidage radiaux ou axiaux, qu'il soient basés sur le frottement, le roulement ou la déformation de matière ; il sera également en mesure de décrire leurs utilisations spécifiques.

Il saura :

- dimensionner les éléments de guidages lisses ;
- déterminer les couples de matières en frottement ;
- positionner ces éléments glissants afin d'obtenir le résultat escompté ;
- choisir et déterminer les éléments roulants appropriés à sa construction en se référant aux catalogues de fabricants ;
- reconnaître la nécessité de changer de principe et de choisir le système de remplacement d'un palier à frottement ou roulant, par un système élastique ou à couteaux.

4.1 Introduction

Toute pièce mécanique doit être liée, de façon rigide, mobile ou élastique, à d'autres pour participer à l'action d'un mécanisme.

Nous allons nous occuper, dans ce chapitre, de la liaison de pièces mobiles avec un ensemble mécanique. Un guidage a pour objectif de bloquer des degrés de libertés d'un solide et d'en laisser d'autres libres (en général 1 sur 6).

Le mouvement d'une pièce par rapport à une autre peut être soit une rotation, soit une translation, soit la combinaison des deux. De façon générale, le guidage peut être assuré par des éléments glissants, travaillant d'après le phénomène du frottement (paliers lisses), ou bien par des ensembles d'éléments roulants (roulements à billes, à aiguilles, à rouleaux, guidage rectiligne à billes ou à rouleaux, douilles à circulation de billes, etc) ou bien par des guidages à éléments élastiques (lames, fils, ...).

4.2 Guidages lisses

4.2.1 Généralités

Le guidage lisse est soumis au phénomène du frottement. Comme indiqué au chapitre 3, en microtechnique le frottement est généralement sec ou onctueux.

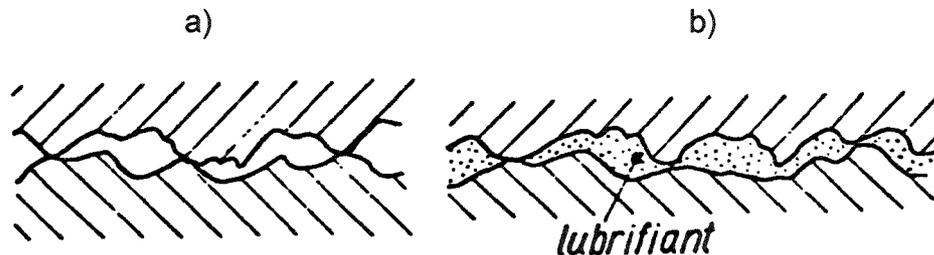


Fig. 4.1 a) Frottement sec
b) Frottement onctueux

La théorie du frottement et de l'usure nous a montré les phénomènes qui se passent à la jonction des deux éléments frottants : bourrelet frontal, enchevêtrement des aspérités, microsoudures.

Les caractéristiques d'un guidage lisse dépendent donc :

- a) des matériaux en présence
- b) des états de surface des pièces
- c) de la pression de contact et de la vitesse relative entre les deux pièces
- d) du graissage éventuel

a) Matériaux en présence

Dans la plupart des cas l'axe est en acier, avec la surface durcie par une cémentation, trempe et revenu, nitruration, ou par recouvrement: chromage, nickelage.

Le palier ou le patin peut être :

- en matière synthétique : POM, POM+PTFE, PA, PA+MoS₂, PA+PTFE
- en rubis synthétique
- en acier recouvert : de résine synthétique (PTFE, POM, ...)
de bronze,
d'étain
- en bronze massif
- en acier ou bronze fritté imbibé d'huile

Le choix de l'un ou l'autre des couples est déterminé par les conditions de fonctionnement :

- charge et vitesse (p.v)
- coefficient de frottement souhaité
- température
- milieu ambiant (poussière, eau)
- précision recherchée (problème de tolérances des pièces plastiques et prise d'eau)
- prix
- entretien
- durée de vie

Points importants à considérer lors du choix d'un couple de matières pour un guidage lisse :

1) les couples de matières suivants conduisent rapidement à un grippage :

Acier	Aluminium
Acier	Chrome
Acier	Nickel
Aluminium	Aluminium
Aluminium	Argent
Aluminium	Chrome
Aluminium	Nickel
Aluminium	Cuivre
Cuivre	Argent
Cuivre	Chrome
Cuivre	Etain
Cuivre	Nickel

2) les couples de matières suivants donnent de bons résultats pour ce qui est de la résistance au grippage.

Acier	Antimoine
Acier	Argent
Acier	Bronze
Acier	Etain

3) Les paliers de guidage en matière synthétique supportent très mal, en ce qui concerne l'usure, le glissement des pièces très rugueuses produisant un effet de lime. Une pièce découpée de façon conventionnelle usera très rapidement un patin en matière synthétique si celui-ci frotte sur la tranche de la pièce découpée.

- 4) Le coefficient de frottement (μ) entre deux pièces glissant l'une sur l'autre dans des conditions de rugosité données, dépend des matériaux en présence. Le tableau suivant donne un ordre de grandeur de ce coefficient (valeurs tirées principalement de VDI 2254).

Matériau 1	Matériau 2	Coefficient statique μ_0		Coefficient dynamique μ	
		sec	gras	sec	gras
Delrin	Delrin	0,38-0,6		0,12-0,22	
Delrin	Nylon	0,13-0,25		0,07-0,14	
Acier	Bronze	0,12-0,24	0,07-0,15	0,1-0,2	0,04-0,1
Acier	Delrin	0,1-0,3	0,05-0,2	0,1-0,3	0,05-0,2
Acier	Bronze fritté	0,12-0,24	0,1-0,2	0,12-0,24	0,08-0,16
Acier	Acier durci	0,1-0,2	0,07-0,15	0,09-0,18	0,04-0,1
Acier	Teflon	0,1-0,2		0,08-0,16	
Acier durci	Acier durci	0,08-0,16	0,05-0,1	0,08-0,16	0,04-0,1
Acier	Polyamide 6	0,15-0,3		0,2-0,4	
Acier	Polyamide 6 + MoS ₂	0,12-0,2		0,1-0,2	
Acier	Polyamide 6 + PTFE 20%	0,07-0,15		0,1-0,2	
Acier	Delrin AF (PTFE)	0,05-0,15		0,05-0,15	

Rugosité: N4 à N7

Remarque : la valeur d'un coefficient de frottement dépend beaucoup de paramètres difficiles à déterminer et à maîtriser; c'est pourquoi dans tout dimensionnement, on considérera pour un μ une plage et non une valeur unique; cette plage sera telle que les 2 valeurs extrêmes soient dans un rapport 1 à 2.

b) Etat de surface des pièces :

Dans les cas de frottement métal sur métal, les deux pièces en présence ne seront en contact que par les extrémités de leurs stries, et ceci conduira à un frottement par rupture de soudure; donc après rodage (formation de rayon sur les stries), le coefficient de frottement dépendra en grande partie des matériaux en présence. L'usure sera d'autant plus importante en cours de rodage que l'état de surface sera rugueux.

En pratique, les qualités d'un ajustement de guidage définissent les états de surface des pièces en présence pour les cas simples (levier de commande manuel, mécanisme à faible durée de vie...).

Dans les cas demandant de plus grandes exigences de coefficient de frottement et de durée de vie, on se référera aux états de surface indiqués par les fabricants des éléments glissants (coussinets frittés, coussinets acier recouverts de bronze ou de matières synthétiques...), ou des fabricants des matières synthétiques. Rappelons que celles-ci supportent très mal des effets de lime.

Par exemple, pour des thermoplastiques chargés de PTFE le coefficient de frottement varie fonction de la rugosité de l'axe acier, de la façon représentée à la figure 4.2.

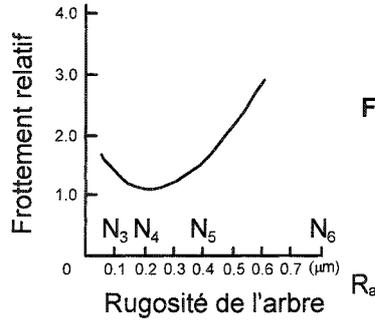


Fig. 4.2 Coefficient de frottement relatif fonction de la rugosité de l'axe.

c) Pression et vitesse

Nous avons vu dans le cadre des mécanismes de l'usure que la vitesse d'usure d'un couple frottant est liée au produit p-v (pression * vitesse). En dessous d'une valeur limite de p-v l'usure est constante et assez faible dans le temps, alors qu'en dessus de cette valeur l'usure croît très rapidement et conduit à la ruine du guidage.

v : vitesse de glissement entre le corps guidant et le corps guidé (m/s)

p : pression de contact (N/m²)

Le tableau suivant donne quelques valeurs moyennes de p-v maximums (à 20°C) :

Matériau 1	Matériau 2	p v limite (MN / ms) (*)		
		0,05 m/s	0,5 m/s	5 m/s
Acier au C durci ≈ 50 HRC N5 (Ra 0,4)	Bronze graissé		9	
	Bronze fritté à réserve d'huile		1-1,8	
	Acier fritté à réserve d'huile	1,2	1,4	1,2
	Acier durci graissé		4	
	Polyamide 6	0,09	0,07	< 0,07
	Polyamide 6 + Mo S ₂	0,28	0,25	0,1
	Polyamide 6 + PTFE	0,45	0,73	0,23
	Palier SKF Glycodur	2,5	1,5	
	Delrin 500	0,14	0,12	0,09
	Delrin AF (PTFE)	0,35	0,45	0,2

Sources : SKF, Du Pont, Techniques de l'Ingénieur B672 , Cellpack
(*) MN = 10⁶ N

Ces valeurs de p-v sont données pour un fonctionnement à température ambiante. La limite de p-v est déterminée par l'équilibre du taux de production de chaleur dans le coussinet et du taux de dissipation de cette chaleur. Ainsi, une élévation de la température ambiante qui réduirait le taux de dissipation de la chaleur, provoque naturellement un abaissement de la limite p-v. A titre indicatif, la température « ambiante » à l'intérieur d'une imprimante laser peut être de l'ordre de 40° à 50°C si la température de la pièce est de 20°C, voir largement plus dans certaines zones de l'imprimante.

Cette variation de p-v fonction de la température est différente selon les couples de matériaux en présence.

Pour le Delrin AF (avec PTFE), la diminution de p-v fonction de la température est 0.65% de sa valeur à 20° par élévation de 1°, avec limite à 90°.

d) Graissage:

L'introduction d'un corps gras entre 2 éléments glissants (graissage onctueux) diminue le risque de soudure par l'amélioration du refroidissement des points de contact et par fragilisation des soudures dues aux éléments de dopage des graisses. Le tableau du coefficient de frottement selon les couples de matières montre de façon évidente l'influence du graissage sur leur valeur.

4.2.2 Guidages lisses radiaux

Les éléments de guidage radiaux sont utiles au guidage d'organes tournant sans ou avec faible charge axiale ; ils résistent à une force radiale.

Le guidage peut se présenter sous les formes suivantes (fig. 4.3)

- l'élément tournant est guidé par 2 paliers fixes
- l'élément tournant est guidé par un palier fixe long
- l'élément tournant est mobile sur un axe fixe ; il devient donc palier

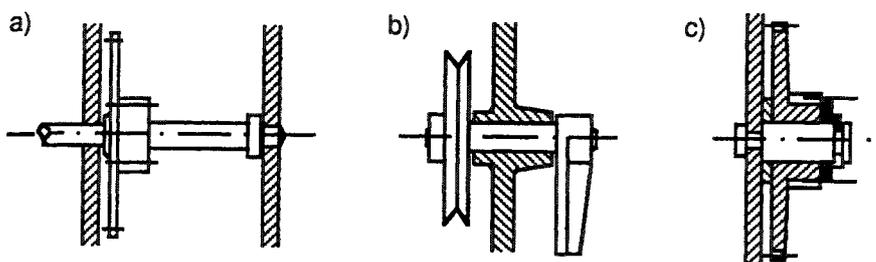


Fig. 4.3 Différentes configurations de guidages radiaux.

Il est à relever la différence importante sur le plan usure entre les cas figurés en a) et b) et celui figuré en c). Pour une charge radiale de direction constante, l'usure des paliers a) et b) se propage toujours dans la même direction, alors que pour c) cette usure se répartit sur toute la périphérie du coussinet tournant. Il est bien entendu que l'axe subit le sort inverse.

4.2.2.1 Dimensionnement du palier radial

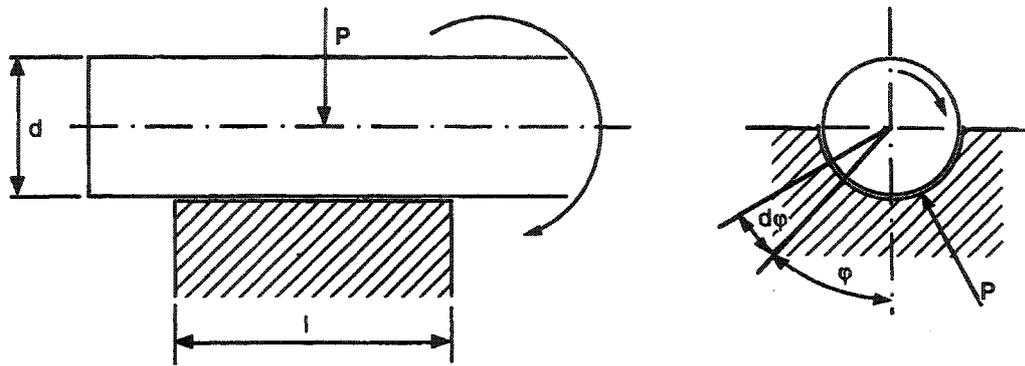


Fig. 4.4 Palier radial.

Comment fixer l et d :

- 1) L'arbre de $\varnothing d$ doit supporter des contraintes de
 - flexion
 - cisaillement
 - torsion (négligeable)
- 2) Les surfaces en contact sont soumises à une pression qui peut conduire à une détérioration superficielle. Cette pression doit être limitée en fonction de la vitesse ($p v$).

Calcul de la pression p :

$$P = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} r d\varphi l p \cos \varphi = l \frac{d}{2} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} p \cos \varphi d\varphi$$

Pour effectuer cette intégrale, il faut connaître p en fonction de φ .

Nous faisons l'hypothèse simplificatrice suivante : $p = p_m = \text{constante}$

$$P = l \frac{d}{2} p_m \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \cos \varphi d\varphi$$

$$P = l d p_m$$

$$p_m = \frac{P}{l d}$$

C'est cette valeur qui est utilisée dans les tabelles. En réalité, la pression se répartit un peu différemment :

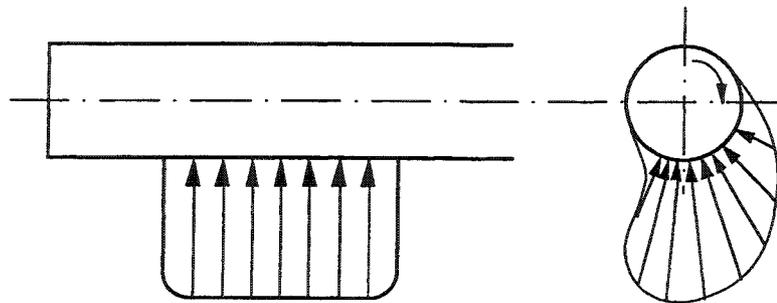


Fig. 4.5 Distribution de pression réelle d'un palier radial.

$$p_{\max} = 1.3 \cdot p_m$$

Afin de respecter l'hypothèse « la pression est uniformément répartie sur toute la longueur du coussinet », on veillera à l'alignement du coussinet et de l'axe.

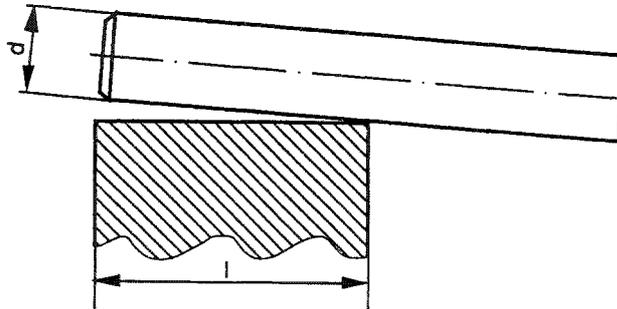


Fig. 4.6 Alignement palier – axe.

2 solutions pour remédier à ce défaut :

a) limiter le rapport l/d : $l/d = 0.6$ à 0.8 pour les mauvais alignements

$l/d = 1$ à 1.2 pour les cas courants

$l/d \Rightarrow 1.5$ pour les cas de bons alignements (par exemple si le support du coussinet est une paroi mince).

b) monter le coussinet sur rotule : on peut alors choisir $l/d = 1.5$ à 2.5 .

Le calcul de $p_m v = \frac{P}{l \cdot d} \omega \frac{d}{2}$ avec le rapport l/d choisi en fonction des conditions de fonctionnement, fixe la valeur de l et d en fonction du $p_{v\text{limite}}$ du couple de matériaux considéré.

4.2.2.2 Détermination de la force radiale sur le palier

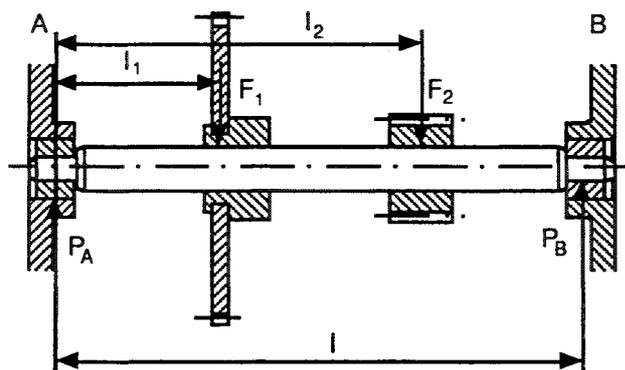


Fig. 4.7 Cas de charge des paliers.

Pour calculer P_A et P_B , on pose (puisque le système est au repos, mise à part la rotation) que les sommes des moments par rapport à A et B sont nulles.

$$\sum M_A = 0 = P_B \cdot l - F_1 \cdot l_1 - F_2 \cdot l_2$$

$$P_B = \frac{F_1 \cdot l_1 + F_2 \cdot l_2}{l}$$

$$\sum M_B = 0 = -P_A \cdot l + F_1 \cdot (l - l_1) + F_2 \cdot (l - l_2)$$

$$P_A = \frac{F_1 \cdot (l - l_1) + F_2 \cdot (l - l_2)}{l}$$

4.2.2.3 Exemples de réalisation de guidages radiaux lisses

1) Fixation d'un palier lisse sur une paroi d'appareil

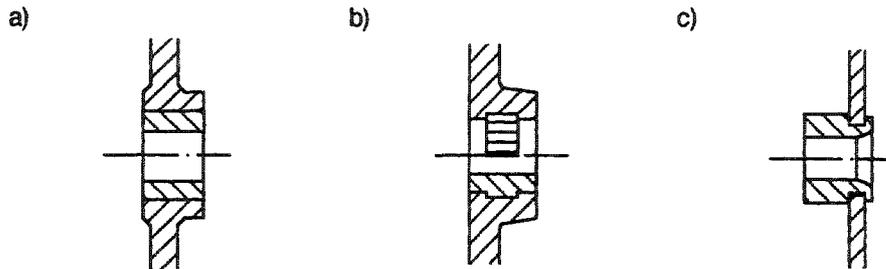


Fig. 4.8 a) palier chassé (paroi en fonte d'Al)
 b) palier surmoulé (paroi en matière synthétique)
 c) palier serti (paroi en tôle)

2) Fixation d'un axe pour pièce tournante

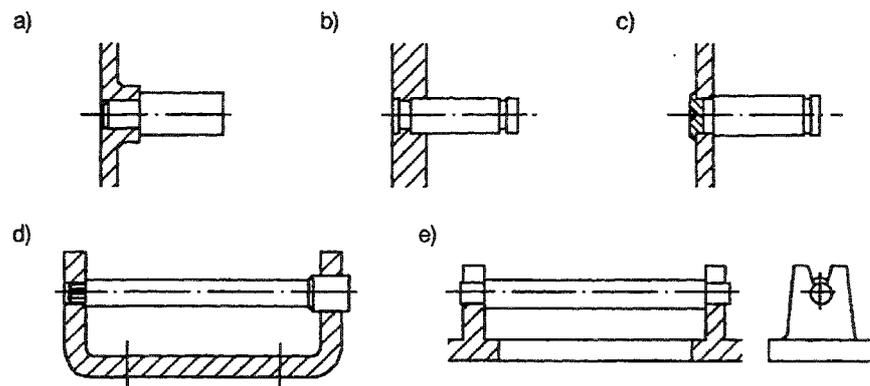


Fig. 4.9 a) axe chassé (paroi fonte d'Al ou matière synthétique)
 b) axe surmoulé (paroi matière synthétique)
 c) axe rivé (paroi tôle)
 d) axe chassé, fixé par son extrémité moletée et guidé par l'autre (support tôle pliée)
 e) axe serti ou clipsé

3) Fixation de leviers

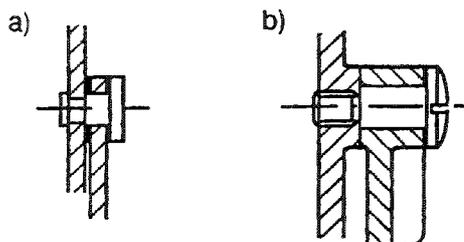


Fig. 4.10 a) par rivet à portée : système indémontable
 b) par vis à portée : système démontable

4) Configuration de palier pour éléments peu sollicités

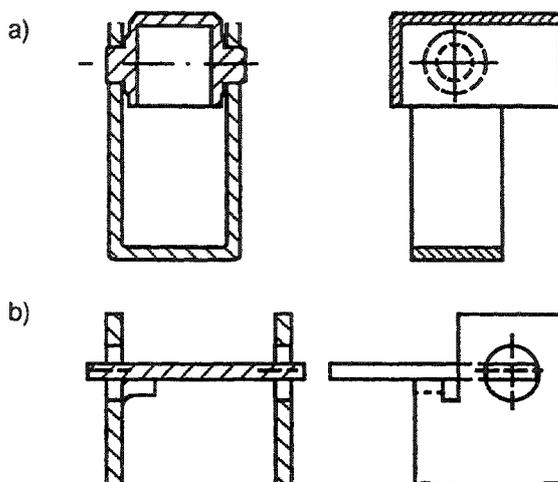


Fig. 4.11 a) l'élément axe de guidage fait partie intégrante d'une des deux pièces en présence ; elle peut être en matière synthétique. L'élément en forme de U doit pouvoir fléchir pour le montage.
b) l'élément axe de guidage est tiré directement de la tôle du levier

5) Paliers en acier ou bronze fritté

Ces paliers sont en principe fabriqués par des entreprises spécialisées.

Ces matériaux peuvent contenir 15 à 30% de leur volume en huile. La norme DIN 1850 définit les dimensions du palier et l'ajustement recommandé.

On rencontre 3 formes principales de coussinets:

- a) cylindrique
- b) à collerette
- c) sphérique

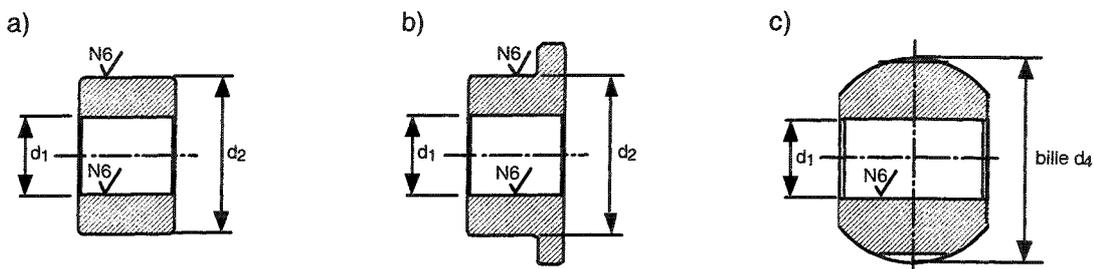


Fig. 4.12 Différentes formes de coussinets frittés.

Pour garantir la tolérance du coussinet, celui-ci doit être chassé à l'aide d'un mandrin d'emmanchement (fig. 4.13). Les dimensions et tolérances des pièces sont données dans les catalogues de fournisseurs.

L'ajustement recommandé avec l'arbre est H7 - f7.

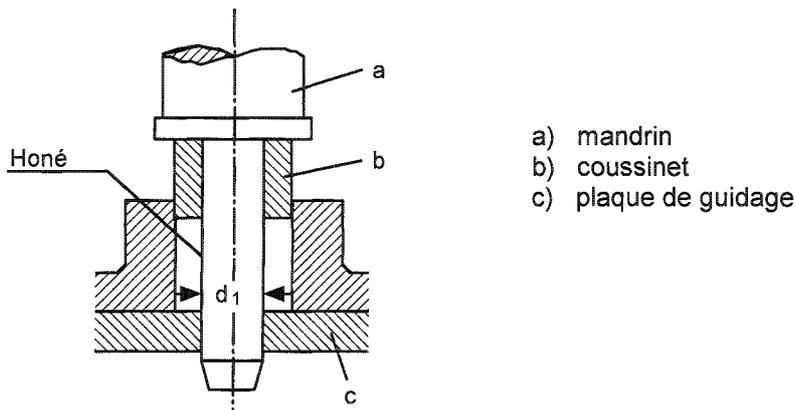


Fig. 4.13 Chassage d'un coussinet fritté à l'aide d'un mandrin.

Une réserve d'huile peut être ajoutée à ces coussinets sous la forme d'une pièce de feutre ou de mousse imbibée.

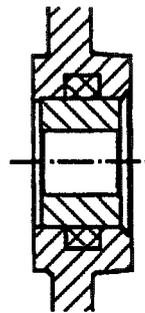


Fig. 4.14 Coussinet avec réserve d'huile supplémentaire.

La rugosité recommandée pour l'arbre travaillant sur ces paliers frittés est la suivante :

- pour vitesse normale : $R_t \leq 1 \mu$ ($R_A \leq 0,25 \mu$; ~N4)
- pour grande vitesse, faible bruit, forte charge :
 $R_t \leq 0,5 \mu$ ($R_A \leq 0,12 \mu$; ~N3)

Exemples de montage :

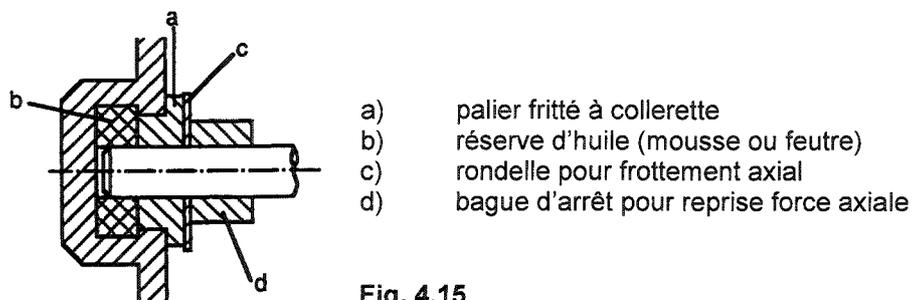


Fig. 4.15

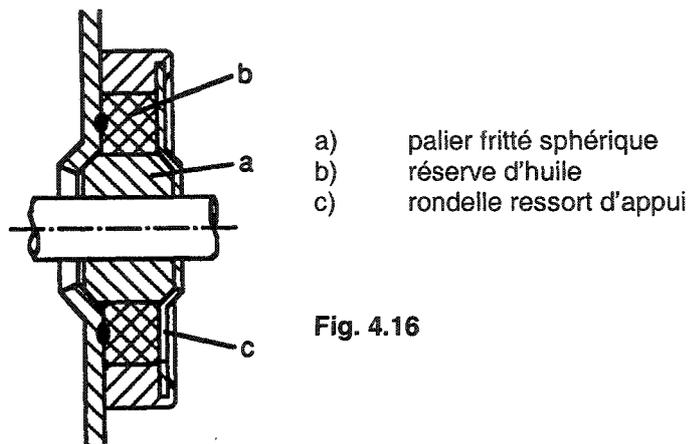


Fig. 4.16

4.2.3 Guidages lisses axiaux

Le guidage lisse axial d'un organe tournant a pour but de résister à une force axiale ; il est toujours combiné avec un guidage radial.

4.2.3.1 Exemples de réalisation de guidages lisses axiaux



Fig. 4.17 Axes avec épaulement pour guidage axial.

La force axiale est supportée par l'épaulement de l'axe (ou d'une pièce chassée sur l'axe) en appui contre une plaque. Dans ce cas, on se trouve souvent en frottement acier sur acier (mécanisme à faible durée de vie, jouet, etc), ou sur laiton (palpeur de mesure).

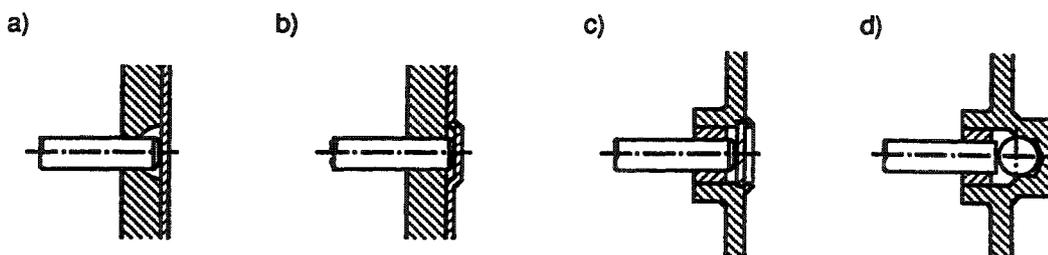


Fig. 4.18 Guidages axiaux avec appui en bout d'axe.

- a),b) idem au cas précédent, avec reprise axiale par plaque appuyant sur l'extrémité de l'axe (à remarquer : celle-ci est bombée pour diminuer le frottement)
- c) idem a) et b), mais avec palier rapporté
- d) Le guidage axial est effectué par une bille fixe ; l'extrémité de l'arbre peut ainsi être plate.

Le guidage ci-dessous est intéressant par le fait qu'il permet un réglage du jeu axial.

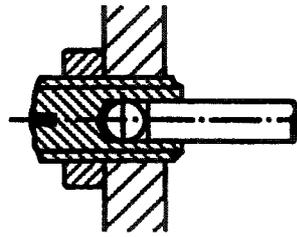


Fig. 4.19 Guidage axial réglable.

Une rondelle de matériau ayant de bonnes propriétés de frottement (bronze ou matière synthétique) peut être intercalée entre les 2 surfaces portantes.

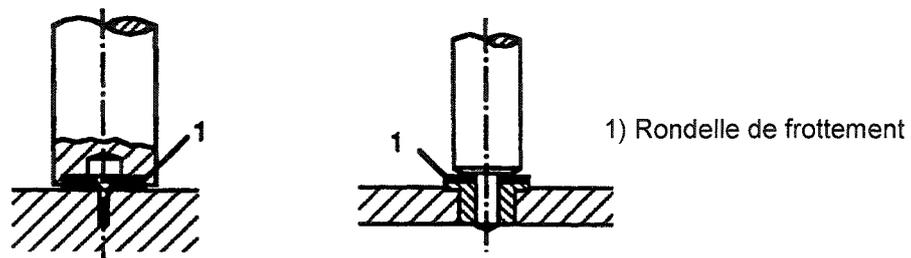


Fig. 4.20 Rondelle de frottement pour guidage axial.

Un cas très intéressant est représenté à la figure 4.21 : il s'agit du guidage d'un axe d'un ancien compteur électrique.

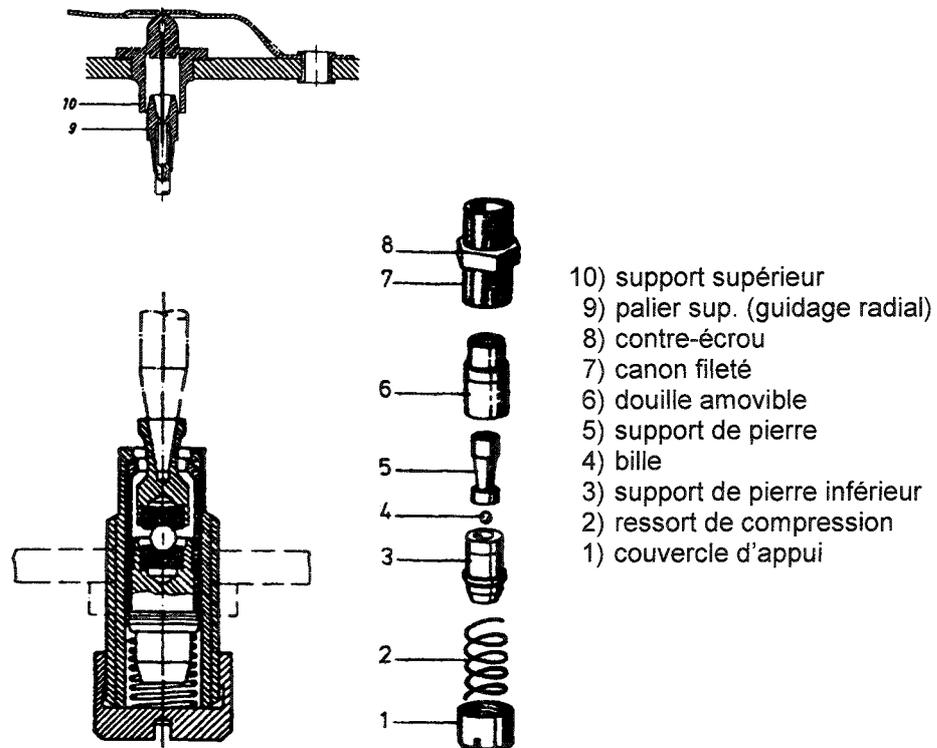


Fig. 4.21 Guidage du rotor d'un compteur électrique.

La caractéristique principale recherchée dans ce cas est un couple aussi faible et régulier que possible. Le palier inférieur est réalisé par 2 pierres en forme de calotte avec bille interposée, et le palier supérieur par une aiguille dans une pièce en matière synthétique.

Les grandes forces radiales provenant par exemple des chocs, sont reprises par les supports des paliers (pièces 6 et 10).

4.2.3.2 Détermination des dimensions de guidages axiaux

En microtechnique, les forces axiales sont généralement faibles.

Les systèmes avec frottement sur des surfaces relativement grandes peuvent être dimensionnées d'après le p·v admissible ; ceux de faible surface (bille, extrémité d'arbre bombée) demandent le plus souvent un expérimentation.

4.2.3.3 Palier en pierre

Les systèmes à pierre sont bien appropriés pour des guidages d'axes en acier. Ils présentent un faible coefficient de frottement (acier sur pierre: $\mu = 0.05 \dots 0,1$). Ils sont utilisés pour des paliers de petites dimensions, comme par exemple dans l'horlogerie. Les diamètres des trous dans les pierres varient de 0,08...0,8 mm avec des tolérances H4, H5 ou H6.

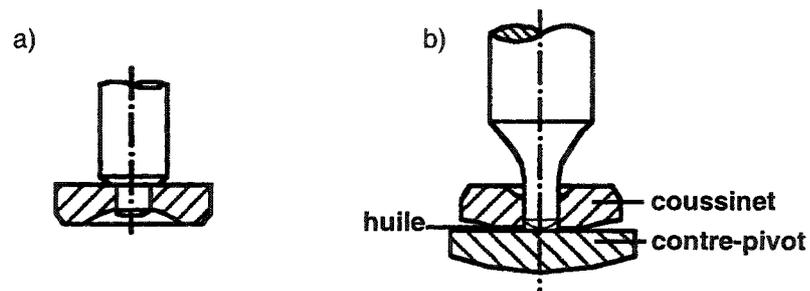


Fig. 4.22 Exemples de guidages lisses par pierre.
 a) à gauche la poussée axiale est reprise par la portée de l'axe
 b) à droite la poussée axiale est reprise par l'extrémité de l'axe sur une pierre appelée contre-pivot.

Comparaison de couple de frottement entre les 2 cas de la figure 4.22 :

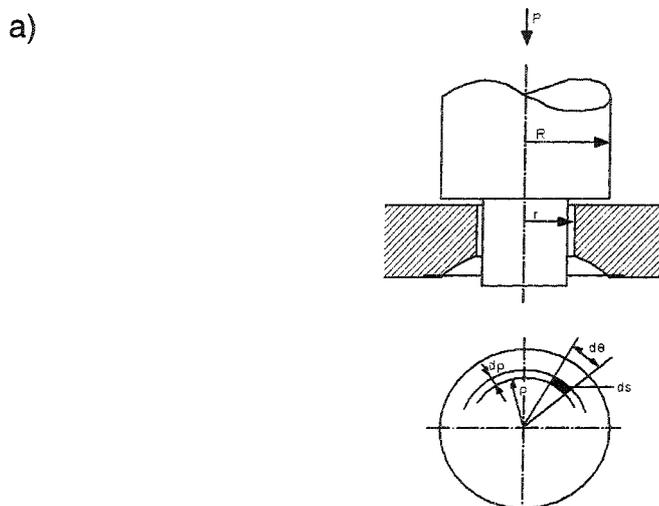


Fig. 4.23 Pivot à poussée axiale reprise par une portée.

Pression par unité de surface, en faisant l'hypothèse que p est constante :

$$p = \frac{P}{\pi(R^2 - r^2)}$$

$$ds = \rho d\theta d\rho$$

Le couple de frottement élémentaire engendré est égal à :

$$dM = p \rho ds \mu$$

Le couple de frottement total :

$$M = \int_r^R \int_0^{2\pi} \mu p \rho \rho d\theta d\rho$$

$$M = \frac{2\pi}{3} p \mu (R^3 - r^3) = \frac{2\mu P (R^3 - r^3)}{3(R^2 - r^2)}$$

b) si l'extrémité du pivot est plate :

$$M = \frac{2}{3} \mu P r$$

Dans les cas normaux, l'extrémité du pivot est arrondie, le diamètre de la partie glissante est plus petit que $2r$.

En tenant compte de l'usure, on peut considérer, en première approximation, que la surface frottante est un disque de rayon $r/2$. Le couple de frottement est dans ce cas-là :

$$M = \frac{1}{3} \mu P r$$

Guidage avec amortisseur de chocs :

Un cas intéressant de guidage à rubis : le système Incabloc. Le guide du balancier d'une montre est monté de façon élastique préchargée afin de supporter sans mal les chocs imposés à la montre.

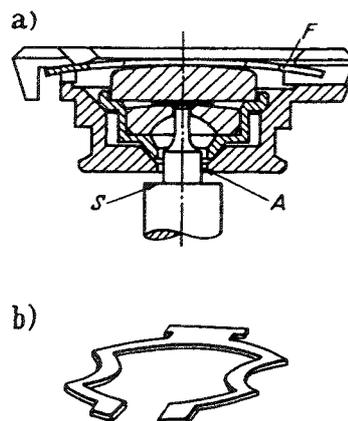


Fig. 4.24 Guidage amortisseur de chocs.

- a) coupe du système : A : portée de l'axe du balancier : reprend les chocs radiaux
 S : surface de reprise des chocs axiaux
 F : ressort de maintien et de rappel après un choc

b) forme de ressort F.

4.2.4 Guidages lisses rectilignes

Un guidage rectiligne est un ensemble de pièces qui imposent à la pièce guidée un déplacement rectiligne. Le guidage peut être prismatique à un degré de liberté ou cylindrique à 2 degrés de liberté. La pièce est assujettie à des liaisons, mais il faut laisser subsister un certain jeu entre les pièces afin que le mouvement soit possible.

La précision du guidage dépend du jeu j .

L'inclinaison que peut prendre le coulisseau dans la glissière est :

$$\sin \alpha = \frac{j}{l}$$

Comme j/l est très petit, $\alpha = \frac{j}{l}$

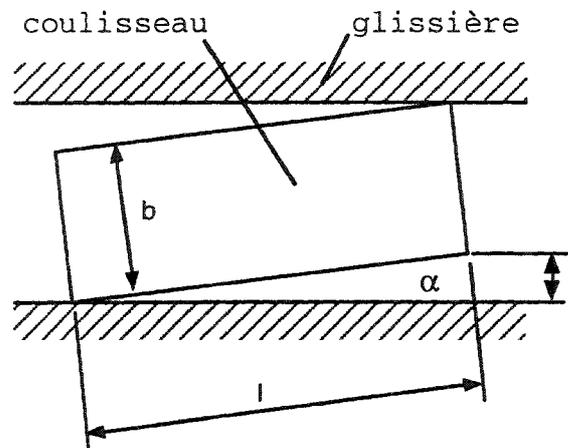


Fig. 4.25 Jeu d'un guidage rectiligne.

Pour obtenir un bon guidage, il faut donc que la longueur du guidage soit très grande vis-à-vis du jeu. Le jeu moyen est en relation avec la largeur (fabrication, dilatation), soit $j=mb$. On pose encore k le rapport de longueur guidage/largeur : $k = l / b$. On obtient :

$$\alpha = \frac{m}{k}$$

En pratique, il faut donc faire k grand. On admet souvent $k = 2$ à 3 .

Dans les machines-outils, la précision de guidage doit être très élevée ; c'est pourquoi, pour les tables et porte-outils, k est souvent supérieur à 10 ou 20.

4.2.4.1 Arc-boutement des guidages

Tout guidage rectiligne peut subir un phénomène de blocage par arc-boutement si un moment normal au déplacement s'exerce sur lui. C'est notamment le cas lorsqu'une force est appliquée en dehors du domaine compris entre les 2 faces de guidage.

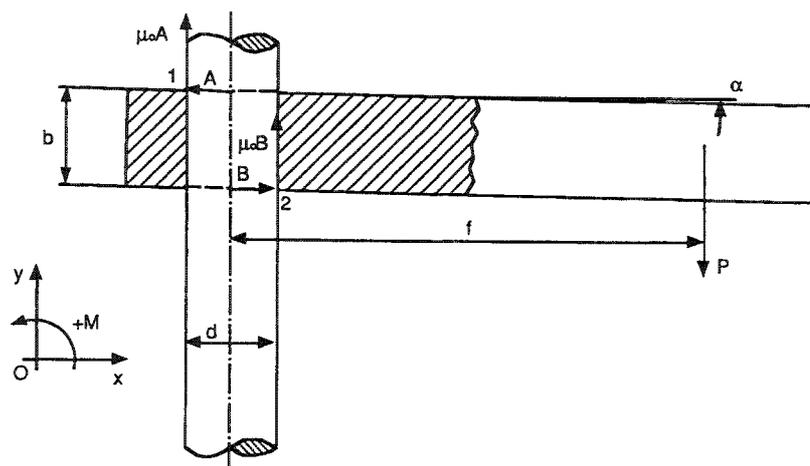


Fig. 4.26 Arc-boutement d'un guidage rectiligne cylindrique.

Considérons par exemple une pièce coulissant sur une tige de guidage cylindrique (fig. 4.26). On suppose que le jeu est assez petit pour que l'angle d'inclinaison α soit lui aussi petit. Le système est initialement au repos. Ecrivons les équations d'équilibre selon les liaisons imposées à la pièce :

$$\sum F_x = 0 ; B - A = 0 \quad \text{d'où} \quad A = B$$

$$\sum M_1 = 0 ; b B + d \mu_0 B - (f + \frac{d}{2}) P = 0$$

d'où les réactions inconnues

$$A = B = \frac{(f + \frac{d}{2}) P}{b + d \mu_0}$$

la pièce mobile peut se déplacer si

$$P > \mu_0 A + \mu_0 B = 2 \mu_0 A$$

en introduisant A on trouve

$$1 > \frac{2 \mu_0 (f + \frac{d}{2})}{b + d \mu_0}$$

Il faut remarquer que la condition de déplacement est indépendante de l'intensité de la force. Développons, nous obtenons :

$$b > 2 \mu_0 f$$

Si $b < 2 \mu_0 f$ on se trouve en présence d'un phénomène d'arc-boutement.

Ce genre de guidage sur lequel agit une force en dehors du domaine compris entre les 2 faces de guidage, est très couramment rencontré en microtechnique : chariot d'imprimante, poussoirs de toutes sortes, éléments de machine à photocopier, bras de prise de diapositive dans les projecteurs, guidage de têtes de lecture optiques ou magnétique, ...

On peut déterminer graphiquement le point d'application de la force, en se souvenant que $\mu_0 = \tan \rho_0$.

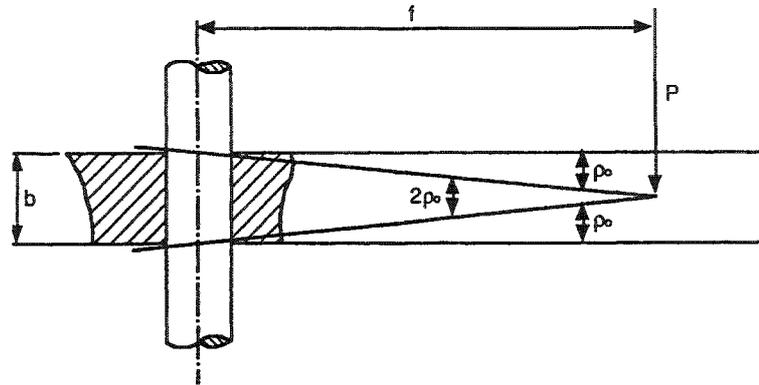


Fig. 4.27 Détermination graphique du point d'application de la force conduisant à l'arc-boutement.

Cet effet d'arc-boutement doit être évité pour tout système de guidage rectiligne. On peut soit diminuer f , ce qui n'est pas toujours compatible avec les autres éléments de la construction, ou augmenter b , éventuellement en réalisant le guidage par 2 coussinets éloignés l'un de l'autre.

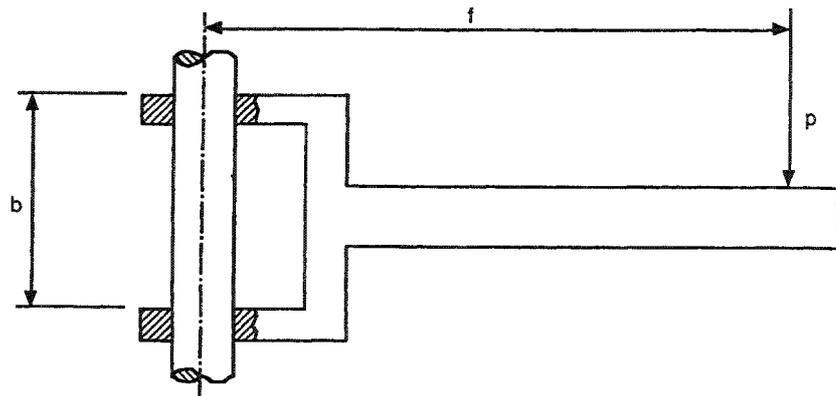


Fig. 4.28 Guidage rectiligne évitant l'arc-boutement.

Cet arc-boutement peut parfois être utile : c'est le cas des systèmes de presses réglables (serre-joint). Cet effet peut aussi être utilisé pour remplacer un cliquet.

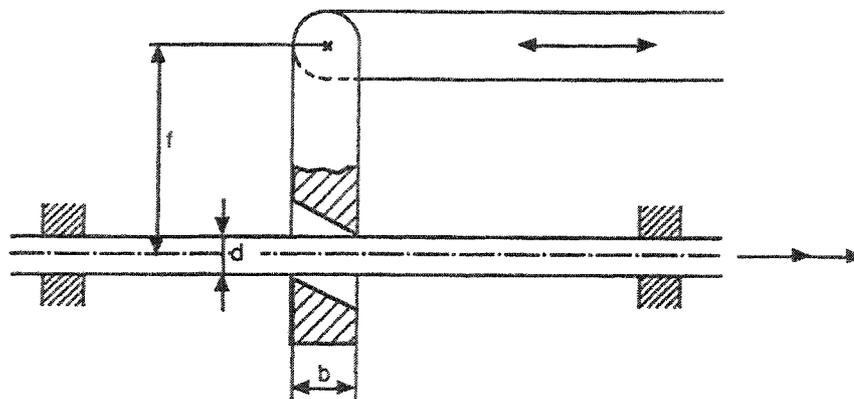


Fig. 4.29 Effet d'arc-boutement utilisé pour remplacer un cliquet.

4.2.4.2 Précautions à prendre pour guidages longs

Une pièce n'est jamais parfaite ; un axe n'est pas parfaitement droit, ni cylindrique. Dans le cas de guidages longs, ces défauts peuvent conduire à un arc-boutement alors qu'apparemment, toutes les conditions sont réunies pour ne pas rencontrer ce problème.

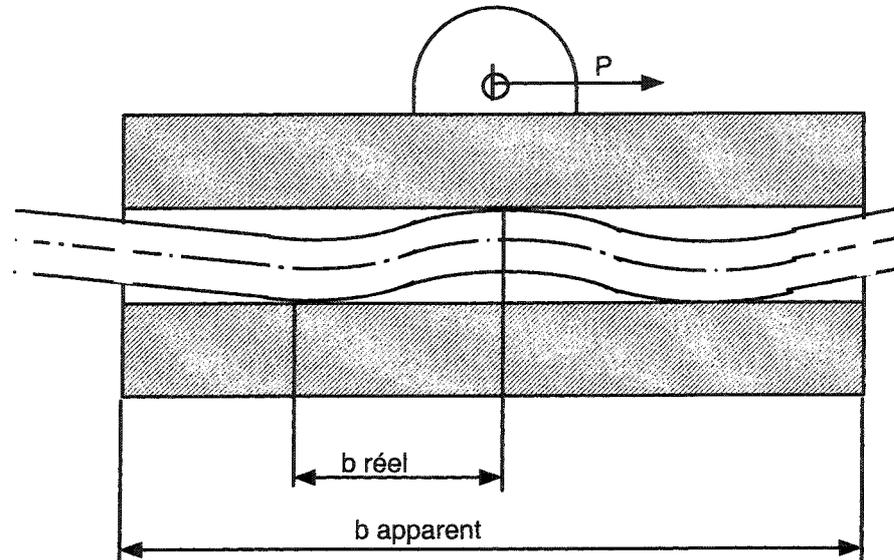


Fig. 4.30 Guidage rectiligne présentant un risque d'arc-boutement.

Pour éviter ce risque, lorsque la longueur du guidage b dépasse environ $3d$, on a intérêt à adopter la forme suivante :

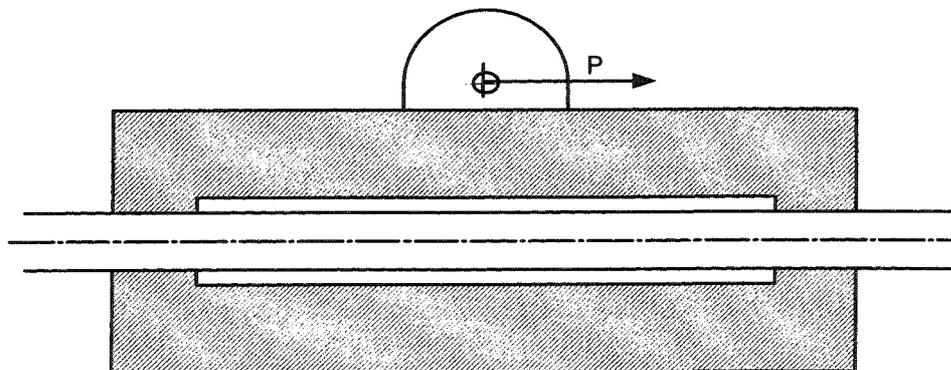


Fig. 4.31 Guidage sans risque d'arc-boutement.

Suivant le genre de construction et la course de l'élément mobile, le dégagement peut être réalisé sur la pièce fixe ou la pièce mobile.



Fig. 4.32 Guidages rectilignes avec dégagement.
a) élément rectangulaire
b) élément tubulaire

4.2.4.3 Exemples de réalisations



Fig. 4.33 Guidage d'un chariot par 2 axes.
 a) avec 1 guidage fermé et l'autre ouvert ; la pièce 1 empêche la rotation dans le sens des aiguilles d'une montre
 b) avec 2 guidages ouverts

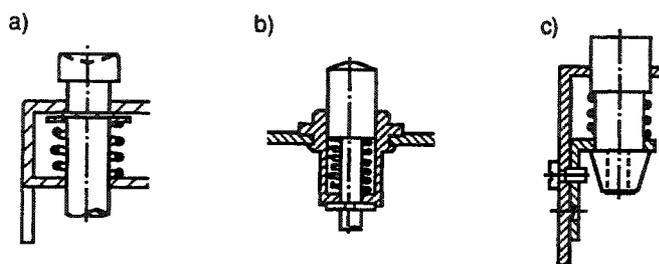


Fig. 4.34 Guidages de boutons presseurs sans sécurité à la rotation.

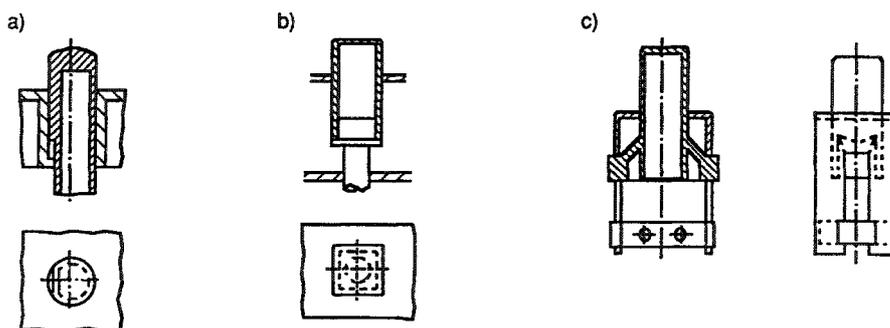


Fig. 4.35 Guidages de boutons presseurs avec sécurité à la rotation.
 L'opposition de la rotation est donnée par :
 a) un plat sur le poussoir
 b) la forme carrée de l'élément mobile
 c) 2 ergots guidés par le support



Fig. 4.36 Guidage d'une pièce en tôle pliée sur un axe carré.

Dans le guidage de la figure 4.36, il faut s'assurer que les deux ailes du guidage ne fléchissent pas par l'effet du frottement et entraînent un arc-boutement.

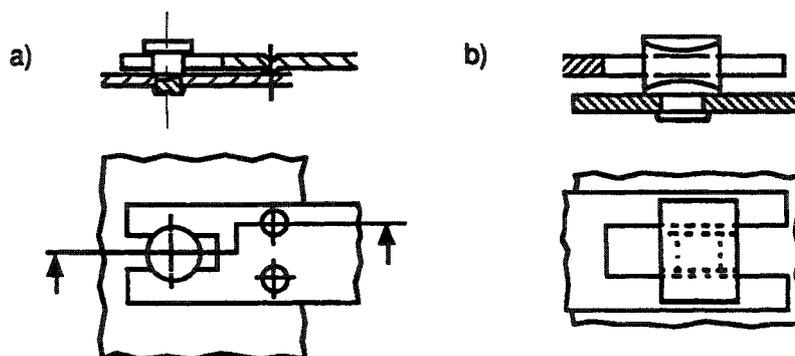


Fig. 4.37 Guidage d'une pièce en tôle plate :

- a) guidage sur un rivet à portée. A remarquer : le rôle des 2 gouttes qui éloignent les 2 surfaces planes, donc limitent l'influence des défauts de planéité ;
- b) guidage sur une pièce de forme en matière synthétique.

4.3 Guidages roulants

4.3.1 Introduction

Le principe du roulement a vu le jour lorsqu'un individu a pris conscience que faire glisser une charge sur le sol n'était pas de tout repos, et que son effort était considérablement réduit s'il intercalait un rondin entre charge et sol. Cette constatation est certainement très ancienne, puisqu'on en retrouve des traces aux époques assyrienne, grecque et romaine. Le roulement tel qu'on le connaît aujourd'hui est le produit d'une succession de perfectionnements au principe de base, développé par exemple sous la Renaissance par Léonard de Vinci ou à la fin du 19^{ème} siècle par Stribeck, un des premiers à avoir effectué des travaux théoriques sur la question.

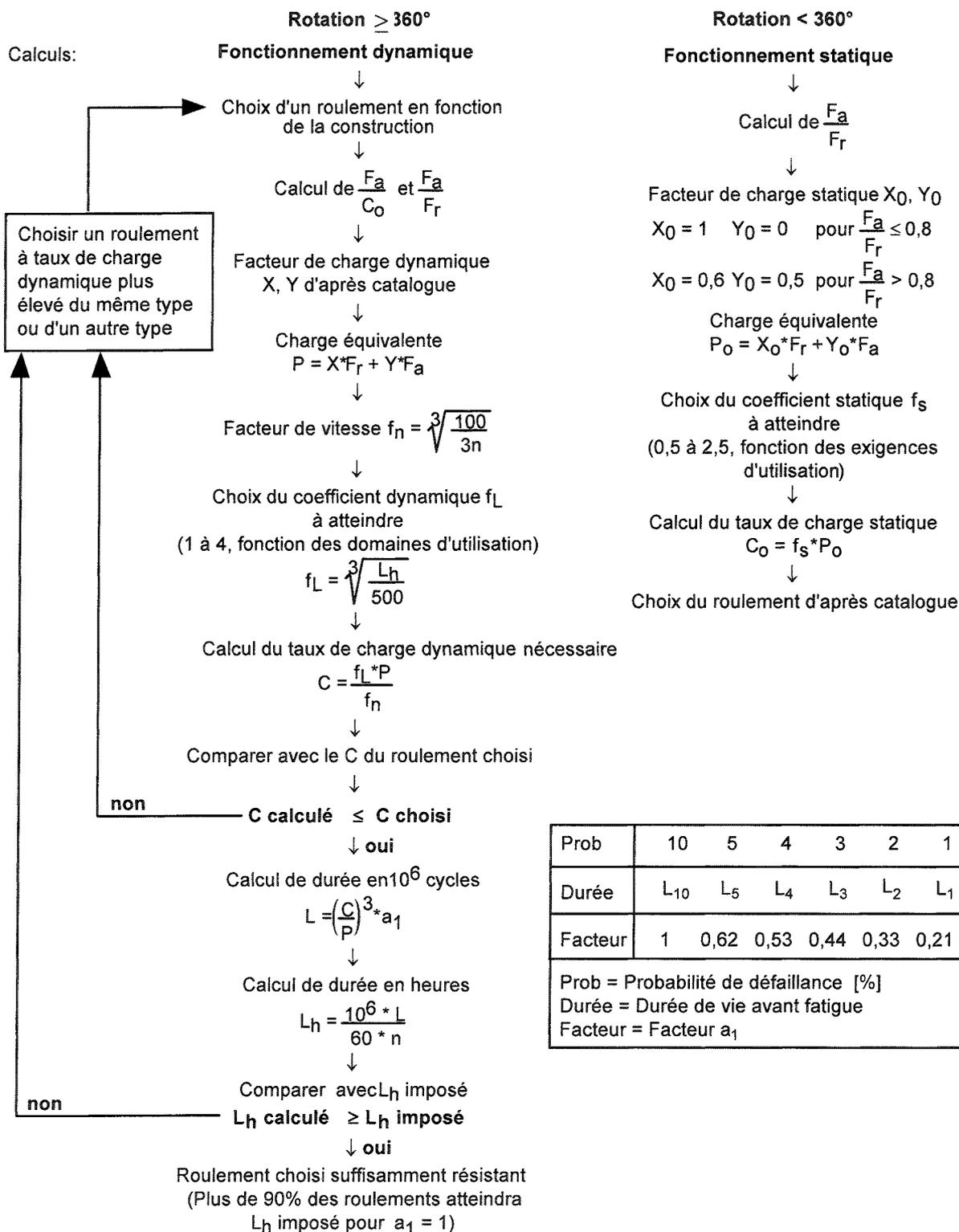
4.3.1.1 Avantages et inconvénients des guidages roulants

Le roulement comparé au palier lisse permet de réaliser sur le frottement une économie importante (80 à 95%). Le frottement au démarrage est à peine supérieur à celui assuré en régime. Le montage est facile, le graissage ne présente pas de problème compliqué et l'entretien est réduit.

Les inconvénients du roulement : encombrement important, supporte mal les chocs, sensible à la rouille, aux impuretés (poussière, grain de matière dure), devient bruyant à vitesse élevée (inconvenient que l'on remarque principalement en microtechnique dans la construction des moteurs électriques).

4.3.2 Marche à suivre pour le dimensionnement d'un roulement à billes à gorges profondes

- Données:
- Genre de construction, domaine d'application, encombrement
 - Vitesse n (t/min)
 - Charges: radiale F_r et axiale F_a
 - Durée de fonctionnement L_h



Si le roulement choisi est trop surdimensionné et qu'un roulement de plus petite dimension est meilleur marché, il y a lieu de reprendre le problème depuis le départ.

Charge variable

Fréquemment, la charge qui s'exerce sur un roulement est variable. La charge moyenne constante, qui a la même influence sur la durée du roulement que la charge variable, s'obtient approximativement à l'aide de la formule :

$$F_m = \sqrt[p]{\frac{F_1^p N_1 + F_2^p N_2 + F_3^p N_3 + \dots}{N}}$$

dans laquelle

F_1 = la charge constante pendant N_1 tours

F_2 = la charge constante pendant N_2 tours

F_3 = la charge constante pendant N_3 tours

$N = N_1 + N_2 + N_3 + \dots$ = le nombre total de tours pendant lesquels s'exercent les charges F_1, F_2, F_3, \dots

$P = 3$ pour roulement à billes

10/3 pour roulements à rouleaux

4.3.3 Moment de frottement des roulements

$$\text{Moment de frottement : } M_{fr} = \mu \sqrt{F_a^2 + F_r^2} \frac{d}{2}$$

Valeur du coefficient de frottement conventionnel : μ

(ces valeurs sont rapportées au diamètre de l'arbre quoiqu'il n'y ait pas de frottement sur ce diamètre ; cette convention permet une comparaison rapide avec les paliers lisses) :

Roulement à billes à gorges profondes :	0.0015	à	0.002
Roulement à rotule sur billes :	0.0012	à	0.0015
Roulement à billes à contact oblique			
1 rangée :	0.002	à	0.0025
2 rangées :	0.0024	à	0.0027
Roulement à galets cylindriques :	0.001	à	0.0015
Roulement à aiguilles avec cage :	0.0016	à	0.0025
Roulement à aiguilles sans cage :	0.004	à	0.005
Roulement à galets coniques :	0.0018	à	0.0025
Butée axiale à billes :	0.0013		

Ces valeurs de μ sont valables dans des conditions de fonctionnement favorables.

4.3.4 Montage de roulements

Angle de contact pour roulements à contact oblique donné dans les catalogues.

Pour roulements à billes à gorges profondes : 4° à 10° fonction du jeu et de la charge.

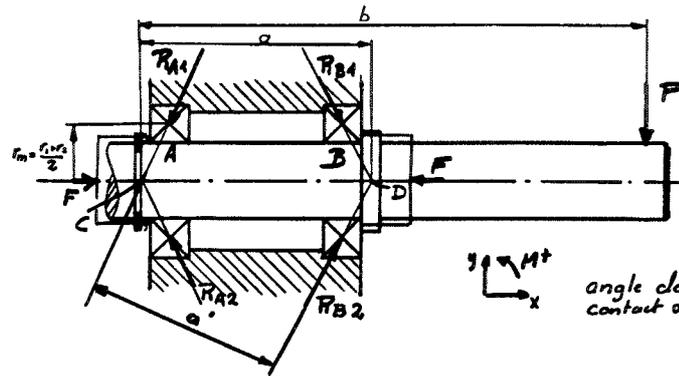


Fig. 4.38 Roulements précontraints axialement.

Recherchés : R_{A1} , R_{A2} , R_{B1} , R_{B2}

Connus : F , P , α , a , b

Equilibre des bagues internes des roulements A et B selon x

$$A : F - (R_{A1} + R_{A2}) \sin \alpha = 0 \quad (1)$$

$$B : -F + (R_{B1} + R_{B2}) \sin \alpha = 0 \quad (2)$$

Equilibre de l'ensemble : axe, bague interne des roulements A et B

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow (R_{A2} - R_{A1} + R_{B2} - R_{B1}) \cos \alpha - P = 0 \quad (3)$$

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow (R_{B2} - R_{B1}) a' - P b = 0 \quad (4)$$

Résultats :

$$R_{A1} = \frac{F}{2 \sin \alpha} + P \frac{b-a}{2 a \cos \alpha}$$

$$R_{A2} = \frac{F}{2 \sin \alpha} - P \frac{b-a}{2 a \cos \alpha}$$

$$R_{B1} = \frac{F}{2 \sin \alpha} - P \frac{b}{2 a \cos \alpha}$$

$$R_{B2} = \frac{F}{2 \sin \alpha} + P \frac{b}{2 a \cos \alpha}$$

Pour a , b , α et P donnés, pour un système sans jeu, F telle que $R_{B1} > 0$

$$F > P \frac{b}{a} \tan \alpha$$

Pour le contrôle rapide du roulement :

Charge axiale : F (remarque : P n'a pas de composante axiale)

Charge radiale : $R_{B2} \cos \alpha$ roulement B

$R_{A1} \cos \alpha$ roulement A

4.3.5 Guidages rectilignes roulants

Nous avons vu au paragraphe 4.2.4.1 le risque d'arc-boutement d'un guidage rectiligne lisse. Ce phénomène est lié de façon linéaire au coefficient de frottement entre les 2 corps en présence. Un guidage lisse demande obligatoirement un certain jeu qui peut être néfaste dans certaines constructions.

Les guidages rectilignes roulants présentent les avantages suivants :

- diminution du frottement (environ 10 à 30 fois)
- possibilité d'élimination totale du jeu par l'introduction d'une précontrainte.

Les inconvénients sont les suivants :

- prix plus élevé
- plus bruyant
- plus encombrant
- plus sensible à la poussière
- certains systèmes imposent des limitations de course importantes.

Il existe **deux principes** de guidages roulants :

- 1) Guidages par des corps en roulement directement en contact avec la pièce fixe et la pièce guidée;

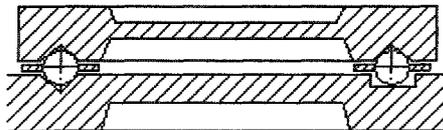


Fig. 4.39 Guidage rectiligne par billes.

- 2) Guidages au moyen de roues montées sur la base ou sur le corps mobile. L'élément de roulement peut être un simple galet ou un roulement à billes.

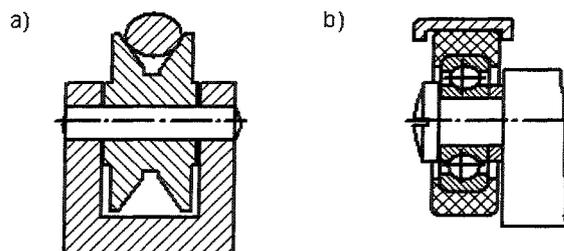


Fig. 4.40 Guidage rectiligne par galets ou roulements.

4.3.5.1 Exemples de réalisation de guidages rectilignes roulants

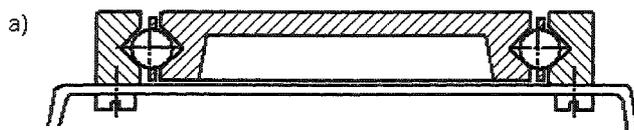
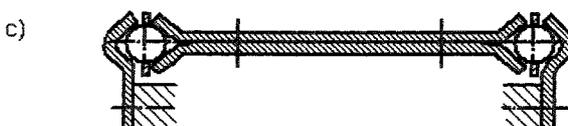


Fig. 4.41



Guidages rectilignes roulants

- a) Les pistes de guidage sont réalisées par des profilés
- b) Les pistes de guidages sont réalisées par des pièces en tôle pliée
- c) Idem b).

Dans le cas où ces guidages supportent une certaine charge, ou sont prévus pour une longue durée de vie, les pistes doivent être en acier durci (cémentation ép. > 0,3 mm ou trempé HF, ou trempés-revenus HRC > 60).

Pour éviter de durcir par traitement thermique des pièces de forme compliquée difficiles et chères à redresser, il est possible dans certains cas de rapporter des pièces durcies.

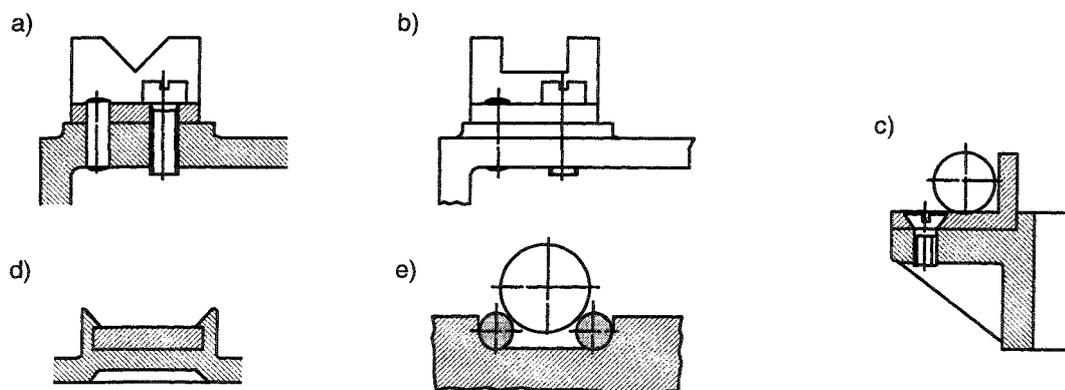


Fig. 4.42 Pistes de roulement rapportées.

Plusieurs fabricants proposent des éléments de guidages rectilignes roulants :

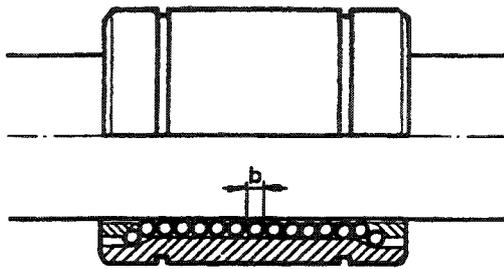


Fig. 4.43

Douille à circulation de billes travaillant sur un axe rectifié trempé HF.

Fabricants: STAR, SFERAX, ...

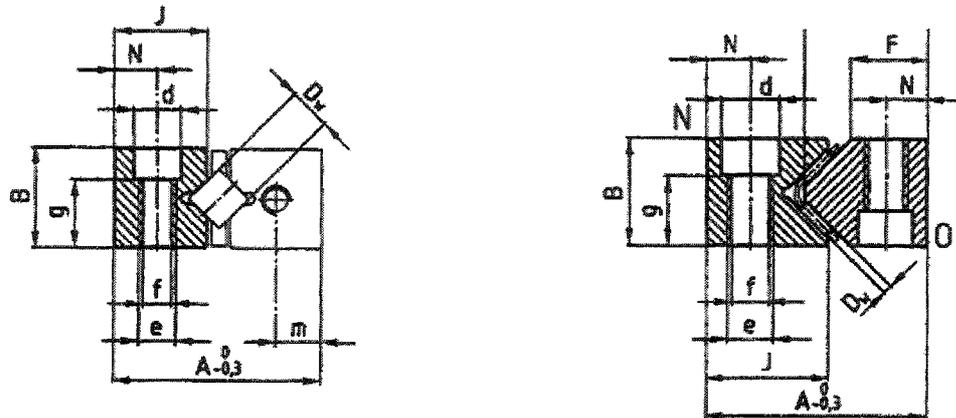


Fig. 4.44 Rails de guidage rectiligne.

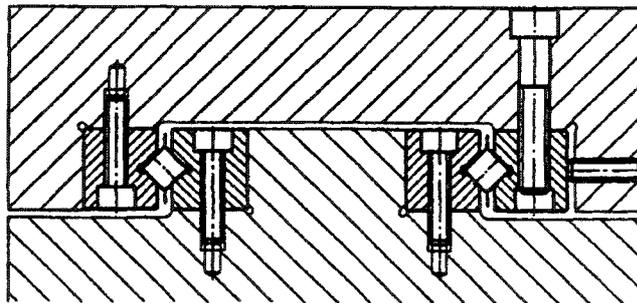


Fig. 4.45 Montage normal maintenu.

Ce type de guidage très rigide à billes ou à rouleaux croisés a le principal inconvénient d'avoir une faible course.

Fabricants : SCHNEEBERGER, INA, ...

Les dimensions, capacité de charge, durée de vie, indications de montage, sont données par les fabricants.

4.3.6 Calculs des pressions d'éléments roulants

Pression hertzienne (d'après Hütte – Manuel de l'Ingénieur I, p. 1054)

Cas particuliers :

1) Contact sphère contre sphère ou contre plan

Courbure réduite :

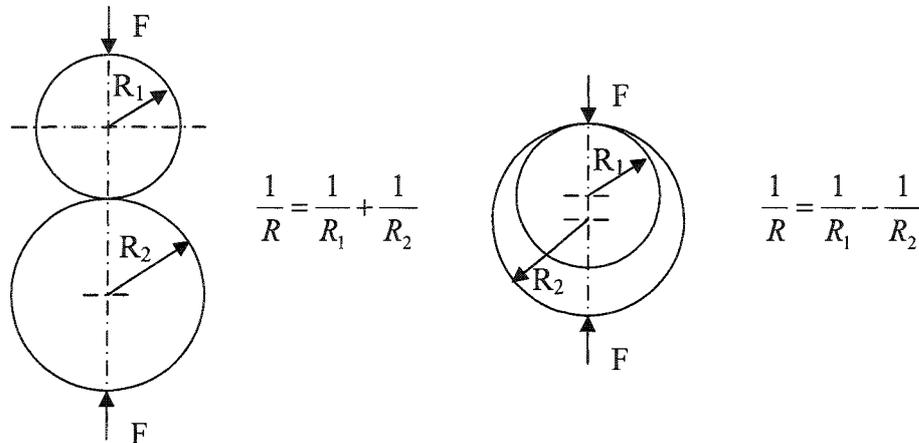


Fig. 4.46 Contact de 2 surfaces sphériques.

En cas de contact avec un plan : $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1}$

L'aire de contact est un cercle avec la pression maximum située à son centre.

Pour 2 mêmes matériaux en contact avec un coefficient de Poisson de 0,3, la **pression maximum** a pour valeur :

$$p_0 = 0.388 \sqrt[3]{FE^2 \frac{1}{R^2}}$$

Si les 2 corps ont des modules d'élasticité différents, on prend pour E la valeur :

$$E = \frac{2 \cdot E_1 E_2}{E_1 + E_2} \quad \text{ou} \quad \frac{1}{E} = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right)$$

2) Contact cylindre contre cylindre ou contre plan

Les axes des cylindres sont parallèles.

Courbure réduite : identique au cas 1 : $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ ou $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}$

Longueur de la génératrice de contact : l

Module d'élasticité équivalent : E

Pression maximum de contact pour 2 corps de coefficient de poisson de 0.3 :

$$p_0 = 0.418 \sqrt{\frac{FE}{lR}}$$

Pression hertzienne admissible en construction mécanique

Charge **statique** :

Contact le long d'une ligne : $p_{0 \text{ adm}} = 0.7 \dots 0.8 \text{ HB}$

Contact ponctuel : $p_{0 \text{ adm}} = 0.35 \dots 0.4 \text{ HB}$

Charge **dynamique** :

A la limite de la fatigue : $p_{0 \text{ adm}} = 0.25 \dots 0.3 \text{ HB}$

HB : dureté Brinell sans unité (voir par exemple Extrait de Normes p. 225 pour la correspondance avec la résistance R_m).

Pour la dynamique, cela donne environ $p_{0 \text{ adm}} = 0,08 R_m$.
 $p_{0 \text{ adm}}$ donné en N/mm^2 .

4.4 Eléments de remplacement d'un guidage lisse ou roulant

Dans les mécanismes demandant une grande sensibilité et très peu de frottement, on peut remplacer les éléments glissants ou roulants par des éléments à pointes, à couteaux ou élastiques.

4.4.1 Palier à pointe

Dans les petits appareils de mesure, des paliers faiblement chargés et à frottement minimum, peuvent être réalisés par un axe dont l'extrémité conique est guidée par un palier en forme de cône inversé.

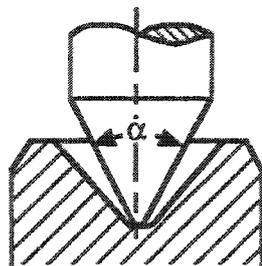


Fig. 4.47 Palier à pointe.



Fig. 4.48
Axe avec pointe rapportée.

La pointe est généralement faite en acier durci ; si l'on veut éviter de traiter l'axe dans son entier, la pointe peut être rapportée (figure 4.48).

Dimensions usuelles d'une pointe :

Angle au sommet du cône : $\alpha = 45 \dots 60^\circ$

Rayon à l'extrémité de la pointe : $r_1 = 15 \dots 80 \mu\text{m}$

La figure 4.49 montre l'application d'un tel palier pour guider le balancier d'un ancien réveil matin mécanique. Ce type de construction est couramment utilisé pour des débitmètres ou des anémomètres.

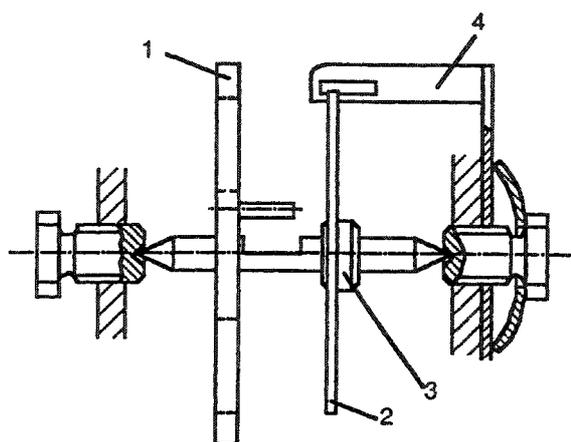


Fig. 4.49

Palier d'un balancier spiral de réveil-matin.

- 1) Balancier
- 2) Ressort-spiral
- 3) Fixation du spiral
- 4) Raquette

Les pivots sont réalisés sous forme de vis et permettent le réglage du jeu.

Dans certains cas, pour garantir un meilleur fonctionnement, un rubis ou un diamant est placé comme pivot.

Il y a lieu de contrôler la pression de contact en considérant que l'on a appui de 2 sphères, l'une à l'intérieur de l'autre (voir paragraphe 4.3.6).

4.4.2 Palier à couteau

Ces paliers « radiaux » sont très limités dans leur course et sont utilisés lorsqu'on recherche un système ayant très peu de frottement. On trouve cette construction dans les balances, les horloges à pendules de grande précision, certains relais électromagnétiques.

Dans les applications de grande précision, le couteau et sa pièce d'appui sont en pierre (agate, rubis, saphir).

Le rayon r des couteaux en pierre varie de 0.003 à 0.1mm alors que l'angle β se situe entre 60° et 120°, l'angle β des couteaux en acier entre 30° et 90°.

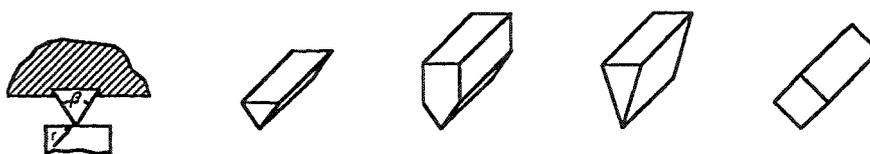


Fig. 4.50 Différentes formes de couteaux en pierre.

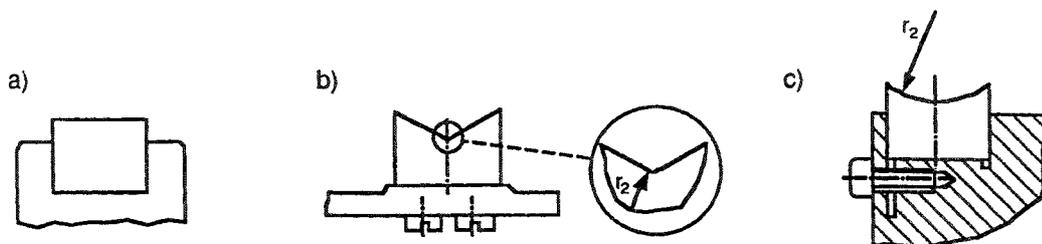


Fig. 4.51 Différentes formes des pièces d'appui.

- a) plate, collée
- b) en forme de V, vissée
- c) concave, fixée par serrage

Exemples de constructions

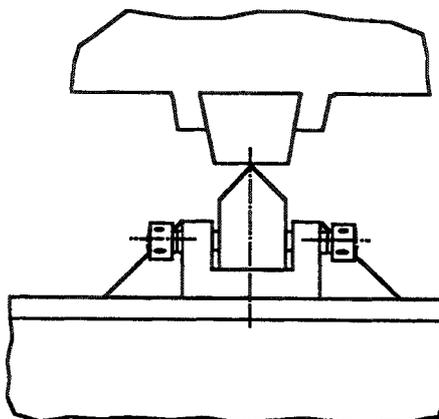


Fig. 4.52 Palier à couteau du fléau d'une balance de précision.

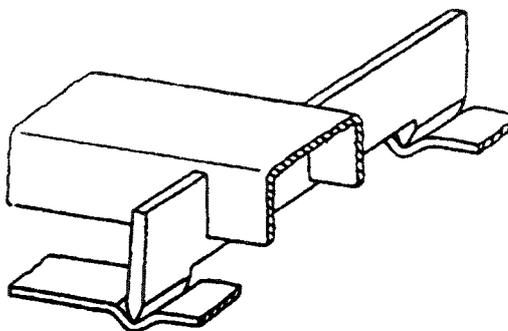


Fig. 4.53 Palier à couteau d'une balance de cuisine.

Il y a lieu de contrôler la pression de contact en considérant que l'on a appui de 2 cylindres, l'un à l'intérieur de l'autre (voir paragraphe 4.3.6).

Quelques modules d'élasticité utiles :

Matière	E (MN/m ²)
Acier	210'000
Agate	75'000
Rubis-Saphir	350'000 à 500'000
Diamant	700'000

4.4.3 Guidage à lame

Pour des mouvements d'assez faible amplitude une lame peut avantageusement remplacer un palier radial ou un guide longitudinal.

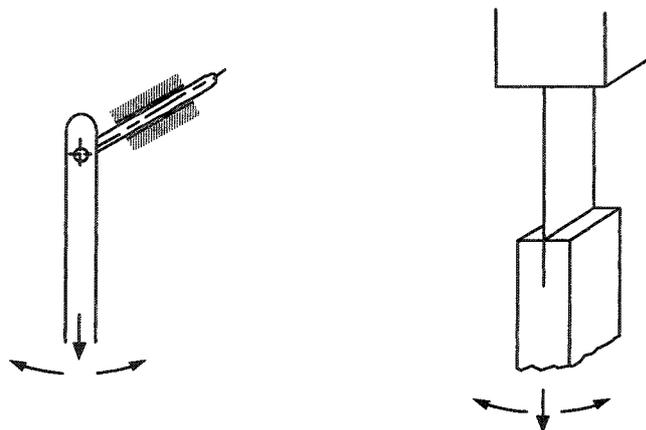
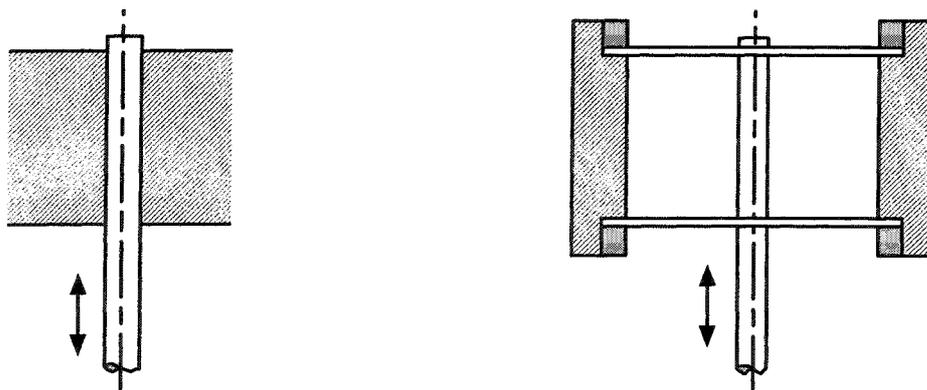


Fig. 4.54 Palier radial et guidage à lame remplissant la même fonction.

Ce guidage a pour avantages un frottement minimum et aucun jeu; une force de rappel d'origine élastique agit sur l'élément guidé. Ce guidage n'est pas sensible aux salissures et il ne produit pas de particules (problème en salles blanches).

L'inconvénient d'un tel système est la position variable du centre de pivotement (fictif). La résistance de la lame doit être contrôlée. On trouve ce genre de construction dans la manipulation de très haute précision.



Frottement par glissement

Utilisation de 2 membranes souples

Fig. 4.55 Guidage rectiligne glissant, et guidage rectiligne à l'aide de deux membranes.

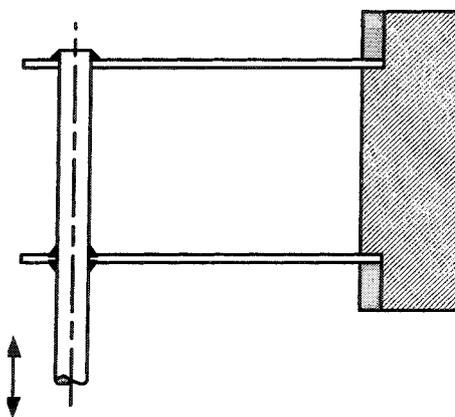


Fig. 4.56 Guidage ~ rectiligne réalisé par deux lames.

La figure 4.57 montre un guidage ~ rectiligne sur les petites courses. L'élasticité des lames peut être utilisée pour retirer l'axe en position de repos.

Pour éliminer le mouvement parasite non contrôlé de la version de gauche, on peut utiliser le montage de la figure à droite :

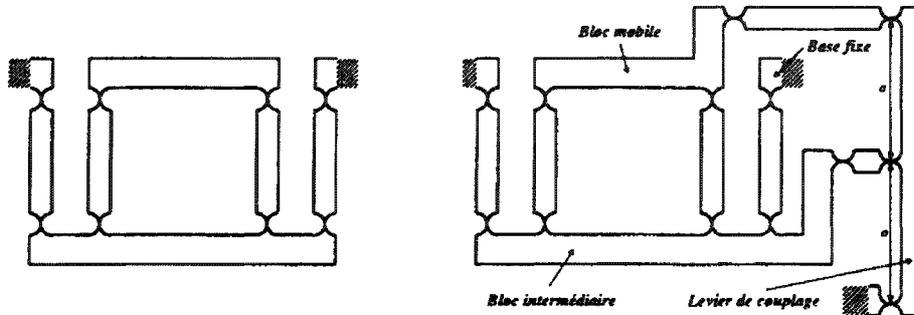


Fig. 4.57 Guidage rectiligne sans mouvement parasite.

4.5 Mobilité de cinématiques

4.5.1 Mobilité d'une cinématique dans l'espace

1 solide dans l'espace a 6 degrés de liberté (ddl)

n solides dans l'espace ont 6 n ddl

Soit k liaisons entre les corps

Chaque liaison retire un certain nombre de ddl par l'effet de forces généralisées (forces et / ou moments) FG.

$$M_o = 6n - \sum_{i=1}^k FG_i \tag{1}$$

$$M_{oi} + FG_i = 6 \Rightarrow FG_i = 6 - M_{oi} \tag{2}$$

$$(2) \rightarrow (1) \quad M_o = 6n - 6k + \sum_{i=1}^k M_{oi} \tag{3}$$

Si un solide est fixé et est pris comme référence, il faut enlever 6 ddl

$$M_o = 6(n - k - 1) + \sum_{i=1}^k M_{oi} \quad \text{Formule de Grübler}$$

avec n : solides

k : articulations

M_{oi} : mobilité de l'articulation i

On rencontre cette formule sous une forme un peu différente :

$$M_o = 6(n - k) + \sum_{i=1}^k M_{oi}$$

avec n : solides mobiles

k : articulations

M_{oi} : mobilité de l'articulation i

Le robot DELTA (fig. 4.58) et la cinématique Sarrus du robot NR-611 de NEC (fig. 4.59) permettent d'exercer cette approche de la mobilité de cinématiques.

La plate-forme mobile du DELTA se déplace en translation dans l'espace par la combinaison des mouvements des bras (déplacement q_i).

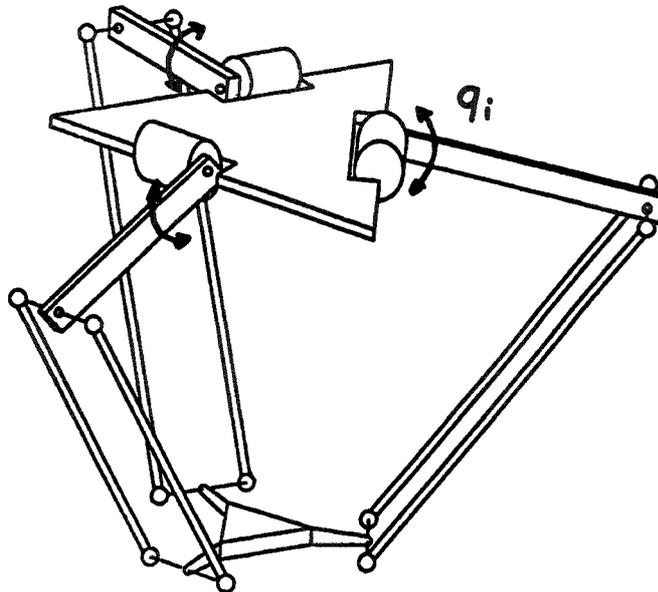


Fig. 4.58 Robot à cinématique parallèle DELTA.

La cinématique bouclée du mécanisme de NEC permet le mouvement du « gripper » sur une ligne droite qui est l'intersection de 2 plans définis par les 2 chaînes cinématiques entre le bâti et le « gripper ».

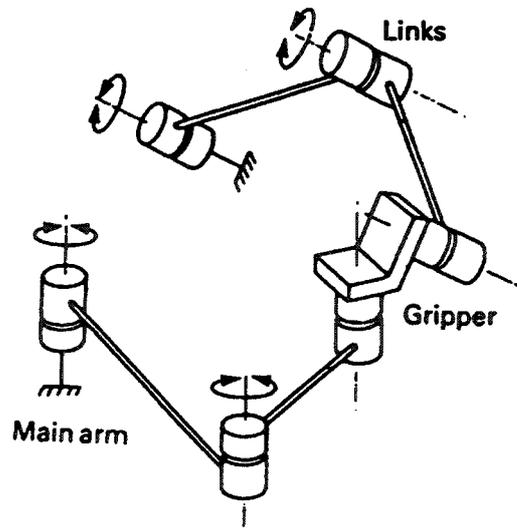


Fig. 4.59 Diagramme d'une partie de la cinématique du Robot NR-611 de NEC.

CHAPITRE 5

Accouplements

But | Le but de ce chapitre est de donner au lecteur un éventail des principes et des constructions les plus utilisés en microtechnique pour réaliser un accouplement.

Objectifs | L'étudiant saura décrire les caractéristiques techniques et pratiques principales des moyens d'accouplement mécaniques permanents les plus couramment utilisés.
Il sera à même de choisir et dimensionner le système le mieux approprié pour les différentes applications les plus courantes en microtechnique.
Il sera capable d'opérer de la même manière pour les systèmes d'embrayage, de freinage et de limiteur de couple qui lui seront montrés dans le cadre du cours.

5.1 Introduction

Lorsqu'on désire transmettre un couple entre deux arbres, on est amené à utiliser une transmission ou un accouplement fonction des positions des deux arbres et des caractéristiques recherchées : accouplement permanent ou non, transmission à vitesse constante ou non, liaison rigide ou souple. Le présent chapitre traite des accouplements rigides ou élastiques permettant la transmission de couples entre deux arbres alignés, parallèles ou concourants.

On peut diviser les accouplements en deux catégories :

- Les accouplements permanents
- Les accouplements temporaires : embrayages, freins, limiteurs de couple.

5.2 Les accouplements permanents

Les accouplements permanents peuvent se présenter sous les formes suivantes :

- Accouplements :
- Rigides,
 - Télescopiques,
 - Pour arbres parallèles non alignés,
 - Pour arbres concourants,
 - Élastique angulairement,
 - Arbre-levier ou arbre-roue

5.2.1 Accouplements rigides

Pour le montage ou la réparation d'un appareil, il est souvent utile, ou même impératif, de ne pas transmettre un couple par un axe très long ; on construit alors un mécanisme avec deux arbres (ou plus) liés par un accouplement rigide.

Les arbres liés peuvent être de diamètre différent ; leurs axes doivent être confondus ; si ce n'est pas le cas (tolérances de fabrication des supports), il faut prévoir un autre système d'accouplement parmi ceux mentionnés à la suite (5.2.2 à 5.2.7).

La forme la plus simple d'accouplement rigide est celle qui est réalisée par un manchon. Ce genre de liaison demande peu de place.

La figure 5.1 montre quelques exemples de réalisation :

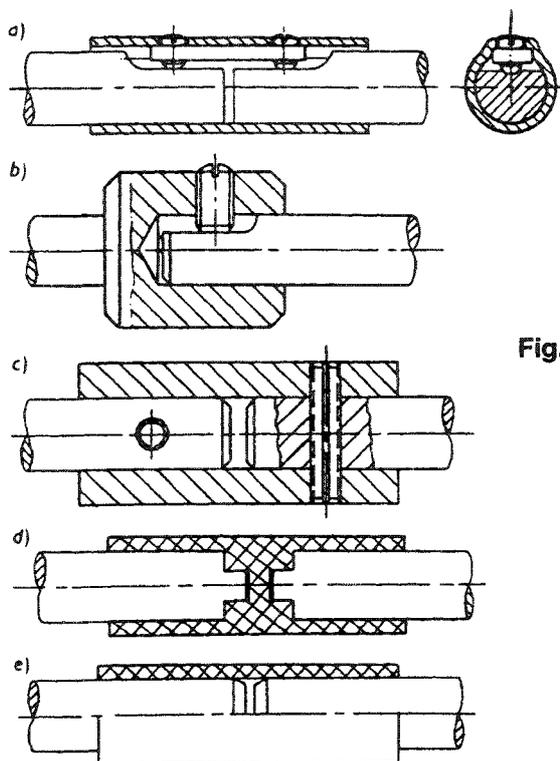


Fig. 5.1 Accouplement d'arbres de même diamètre à l'aide d'un manchon.

- a) b) Liaison serrée par vis
- c) liaison par goupilles (élastique ou non)
- d) e) liaison par éléments chassés

Le choix de l'élément le plus approprié dépend du couple à transmettre (a,b,c pour des couples assez importants, e pour des couples faibles, d - pour des couples faibles si le manchon est en matière molle : caoutchouc, matière synthétique, - pour des couples forts si le manchon est en métal). Il dépend aussi des conditions de montage et de réparation de l'appareil (service après-vente). Pour la réparation, un assemblage vissé est plus favorable, mais aussi plus coûteux, qu'une liaison avec une goupille.

L'accouplement représenté à la figure 5.2 permet la liaison de 2 arbres sans usinage de ceux-ci. 2 coques en alu injecté, en acier fritté, ou en tôle emboutie (forme légèrement différente) sont serrées sur les deux arbres par quatre vis et écrous.

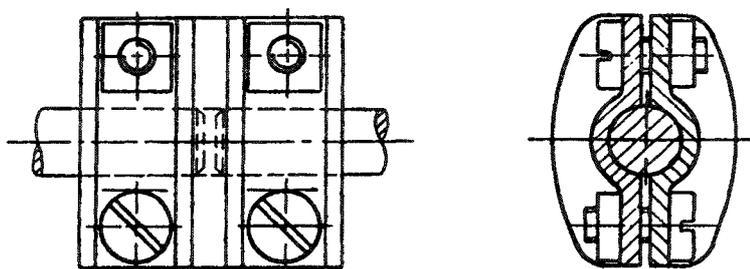


Fig. 5.2 Accouplement à coques.

L'élément représenté à la figure 5.3 est de même type, mais réalisé avec une seule pièce en tôle pliée et deux vis et écrous.

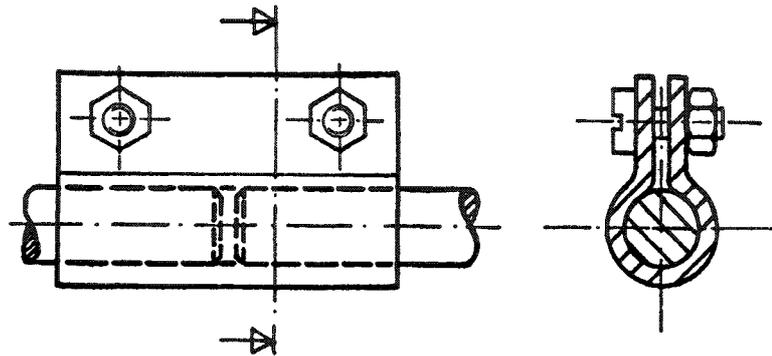


Fig. 5.3 Accouplement réalisé en une pièce de tôle découpée et pliée.

Pour transmettre des grands couples, on utilise des accouplements à disques qui reportent l'effort sur un rayon plus grand. Des exemples de ce type de construction sont représentés à la figure 5.4

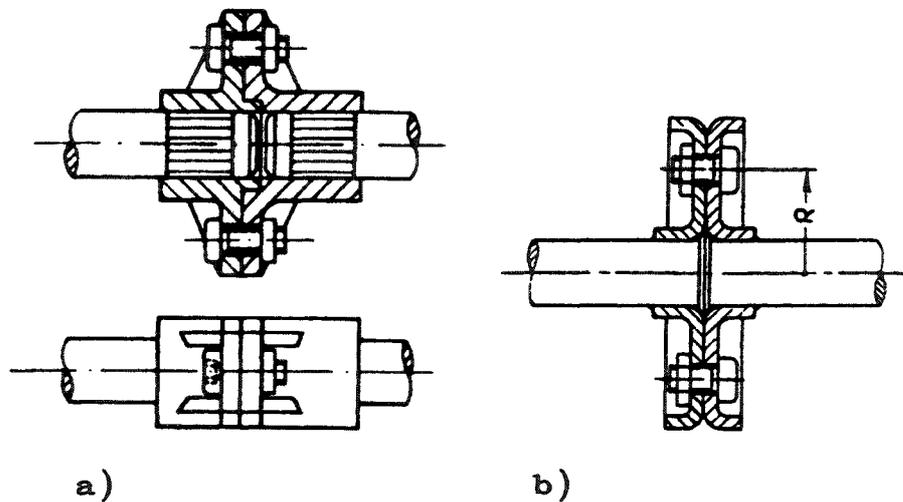


Fig. 5.4 Accouplements pour grands couples,

- a) les éléments d'accouplement sont chassés sur les extrémités des deux arbres.
- b) les éléments d'accouplement (pièce embouties) sont brasés sur les deux arbres.

Le couple que peut transmettre un tel accouplement se calcule de la façon suivante :

$$M = \mu_0 P i R$$

M [Nm] couple transmissible

μ_0 coefficient de frottement entre les deux disques

P [N] force de serrage donnée par une vis

i nombre de vis

R [m] rayon sur lequel se trouvent les vis

Il faut également contrôler la résistance des arbres et de leur liaison avec les disques.

5.2.2 Accouplements télescopiques

Lorsqu'on veut accoupler deux arbres alignés tout en leur permettant un mouvement axial d'amplitude limitée, on emploie les différents systèmes suivants :

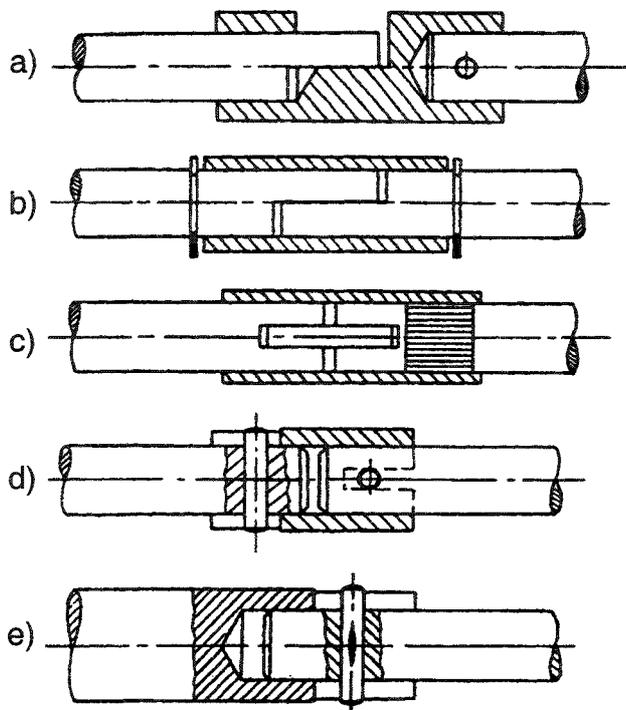


Fig. 5.5 Accouplements télescopiques pour la transmission de faibles couples.

- a) et b) avec douille et arbres fraisés. Dans le cas b) un déplacement axial des arbres n'est pas nécessaire au démontage.
- c) avec douille et pièce intermédiaire plate.
- d) avec douille et goupilles.
- e) avec un arbre fraisé et une goupille.

Si ces accouplements doivent garder une liberté axiale (montage non chassé), il en résultera un jeu angulaire qui sera d'autant plus important que les diamètres seront petits.

Pour transmettre des couples plus importants, on utilisera des accouplements à disques (fig. 5.6 et 5.7).

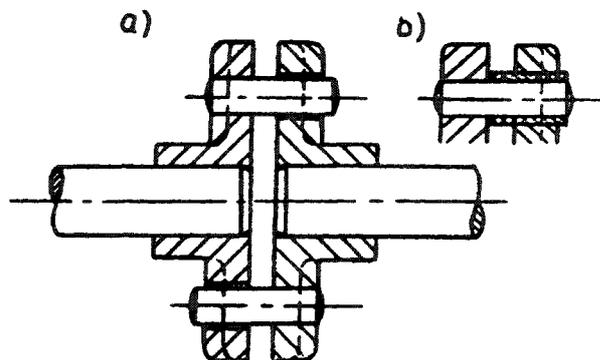


Fig. 5.6 Accouplement télescopique à disques

Les 2 disques identiques sont chassés sur l'arbre

- a) la goupille travaille dans un trou avec un certain jeu
- b) une pièce rapportée, qui peut être en caoutchouc, élimine le jeu, mais introduit une élasticité.

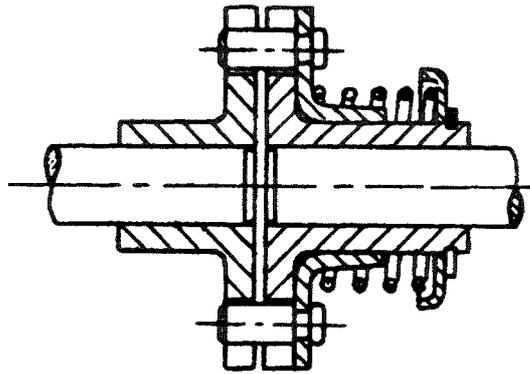


Fig. 5.7 Accouplement télescopique à disques avec goupilles montées sur support tendu par un ressort.

Ce système a l'avantage d'éviter tout déplacement axial des arbres lors d'un démontage, et l'inconvénient d'un jeu important.

5.2.3 Accouplements pour arbres parallèles non alignés

Lorsque les deux arbres sont situés de la façon indiquée à la figure 5.8, on peut utiliser pour les coupler angulairement, les principes représentés à la figure 5.9 :

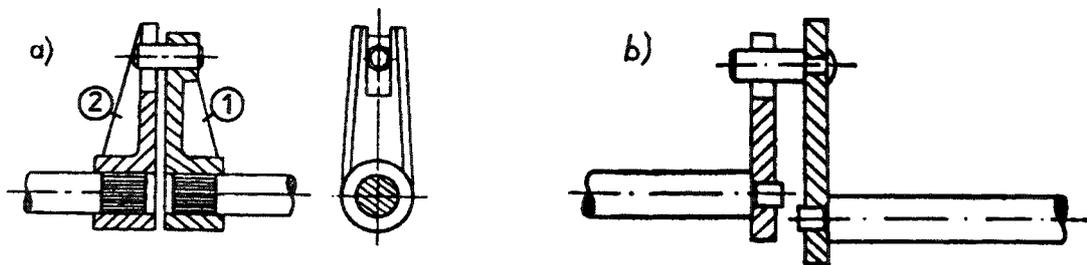
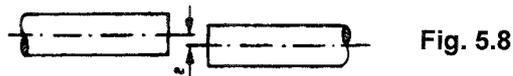
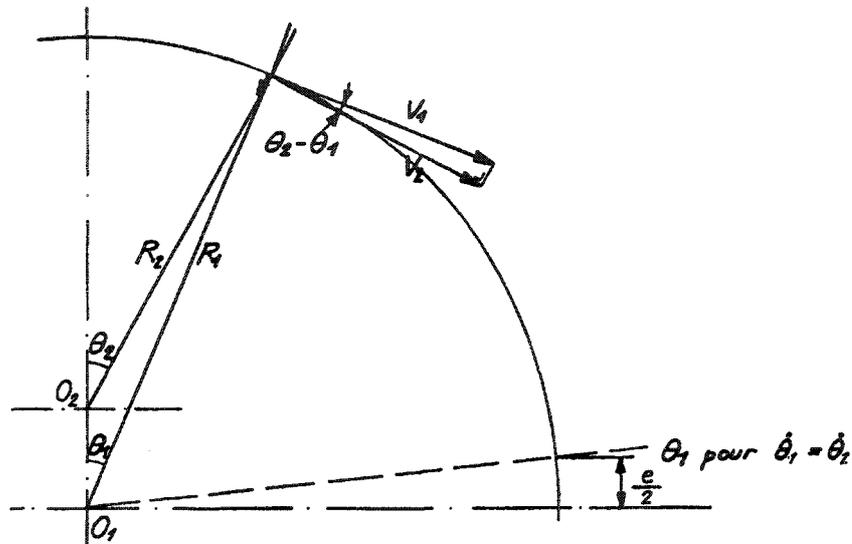


Fig. 5.9 Accouplement pour arbres non alignés

- a) Les deux leviers, en alliage d'Al injecté, en acier fritté ou en matière synthétique, sont chassés sur les moletages en bout d'arbre. Cette fixation peut prendre un grand nombre de formes : leviers en tôle découpée brasés ou soudés par résistance aux extrémités des arbres.
- b) Leviers en tôle fixés par serrage ou par soudage ou brasage (voir paragraphe 5.2.8).

Ce principe d'accouplement n'est pas homocinétique, car la goupille assurant la transmission du couple travaille à une distance variable du centre de rotation du levier (2). Si le levier (1) tourne à vitesse constante $\dot{\theta}_1$, quelle est l'allure de la vitesse angulaire du levier (2) $\dot{\theta}_2$?



D'après le théorème du cosinus :

$$R_2^2 = R_1^2 + e^2 - 2eR_1 \cos\theta_1$$

$$V_2 = V_1 \cos(\theta_2 - \theta_1)$$

Si e est petit par rapport à R_1 :

$$(\theta_2 - \theta_1) \text{ petit} \rightarrow \cos(\theta_2 - \theta_1) \approx 1$$

$$V_2 \approx V_1$$

Donc :

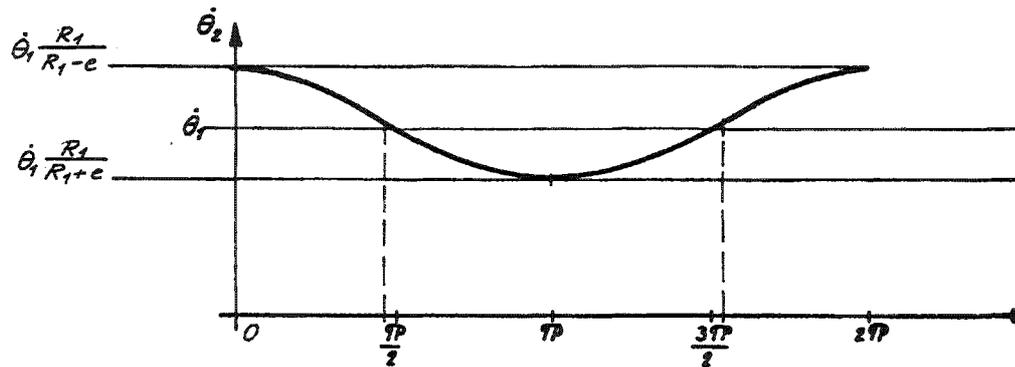
$$\dot{\theta}_2 = \frac{\dot{\theta}_1 R_1}{R_2}$$

$$\dot{\theta}_2 = \dot{\theta}_1 \frac{R_1}{\sqrt{R_1^2 + e^2 - 2eR_1 \cos\theta_1}}$$

$$\theta_1 = 0: \quad \dot{\theta}_2 = \dot{\theta}_1 \frac{R_1}{R_1 - e}$$

$$\theta_1 = \pi: \quad \dot{\theta}_2 = \dot{\theta}_1 \frac{R_1}{R_1 + e}$$

$$\dot{\theta}_1 = \dot{\theta}_2 \text{ pour } \theta_1 = \arccos \frac{e}{2R_1}$$



Ce phénomène de variation de vitesse est éliminé dans l'accouplement appelé **joint Oldham** (représenté à la figure 5.10)

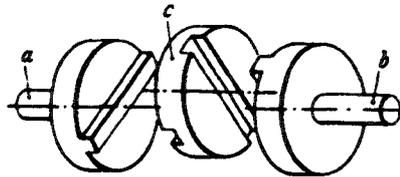


Fig. 5.10 Joint Oldham

- a) b) Arbres avec disque d'accouplement
- c) Noix

Ce joint peut être réalisé de façon plus microtechnique, comme le montre la figure 5.11.

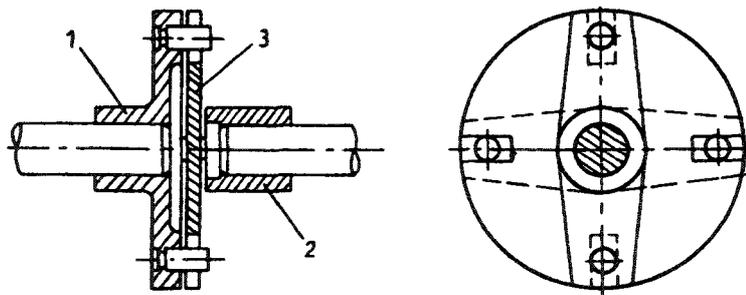


Fig. 5.11 Autre forme constructive de joint de Oldham

- 1) 2) Arbres avec pièces d'accouplement identiques
- 3) Noix (disque avec encoches découpées)

5.2.4 Accouplements élastiques pour arbres concourants

Pour transmettre un couple entre deux arbres concourants avec de petits défauts d'alignement, il est possible d'utiliser les propriétés élastiques de certains matériaux (acier, cuivre au Be, matières synthétiques,...). La figure 5.12 présente un tel système où les éléments élastiques sont réalisés sous la forme de ressorts à lame.

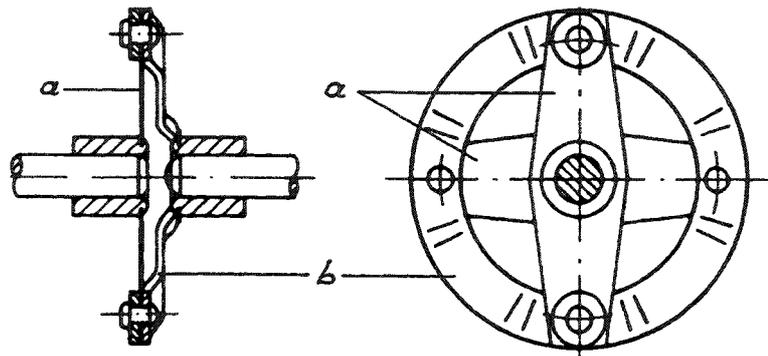


Fig. 5.12 Accouplement élastique à lames.

- a) lames
- b) pièce en tôle emboutie assurant la liaison entre les 2 lames.

Cette même construction peut être réalisée par des pièces injectées en matière synthétique (fig. 5.13).

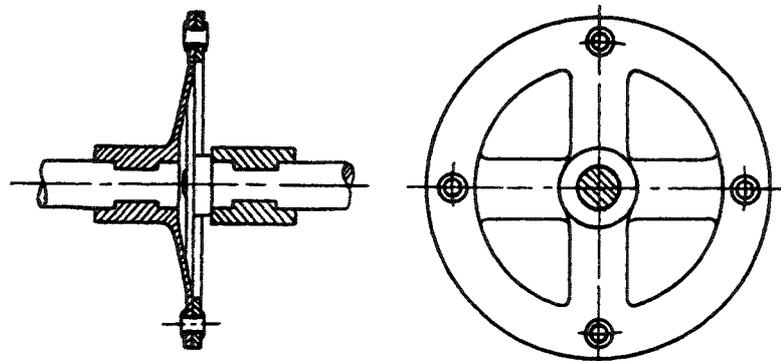


Fig. 5.13 Accouplement élastique en matière synthétique.

Le degré d'élasticité de tels accouplements est influencé par le genre de matière employée, ainsi que par l'épaisseur et la forme des éléments élastiques. Ces facteurs influencent aussi l'importance du couple transmissible.

L'élément élastique peut aussi être réalisé sous forme d'une ou de deux membranes, comme le montre la figure 5.14.

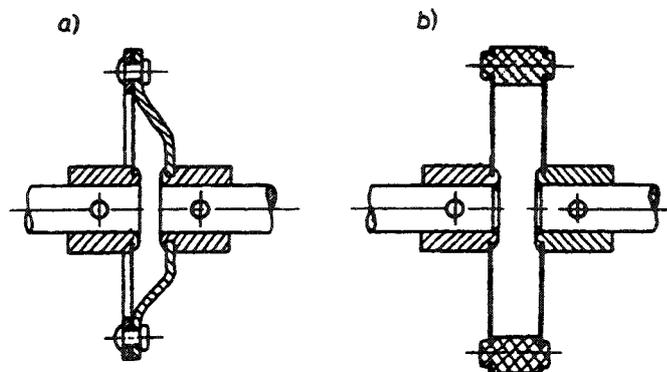


Fig. 5.14 Accouplement à membranes

- a) avec une membrane
- b) avec deux membranes

5.2.5 Accouplements pour arbres concourants

Lorsque 2 arbres concourants sont désalignés de plus de $\sim 5^\circ$, les accouplements élastiques présentés au paragraphe 5.2.4 ne sont plus adaptés pour réaliser leur liaison.

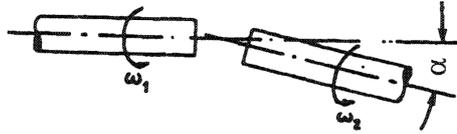


Fig. 5.15 Arbres concourants avec différence d'alignement α .

Les éléments d'accouplement des figures 5.16, 5.17 et 5.18 permettent d'atteindre des angles α de l'ordre de 15° . Un angle $\alpha > 15^\circ$ entraîne une grande perte d'énergie par frottement et de fortes variations de vitesse et de couple.

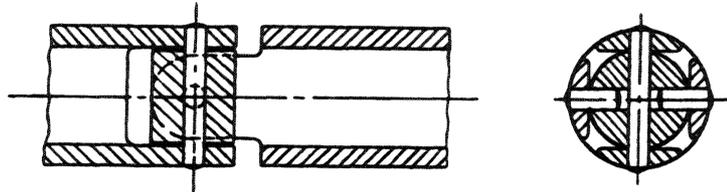


Fig. 5.16 Accouplement à joint de cardan.

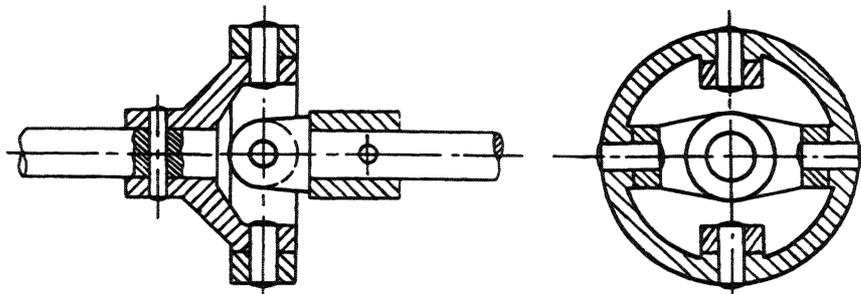


Fig. 5.17 Accouplement à joint de cardan universel.

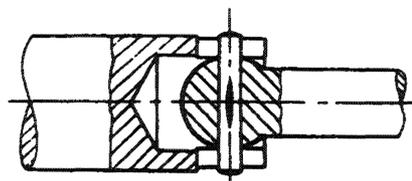


Fig. 5.18 Accouplement à joint sphérique.

Pour des constructions demandant un angle α plus important, il y a possibilité de juxtaposer deux accouplements ; on peut ainsi lier deux arbres désalignés de 30° .

Un accouplement réalisé comme indiqué aux figures 5.16, 5.17 et 5.18 n'est pas homocinétique.

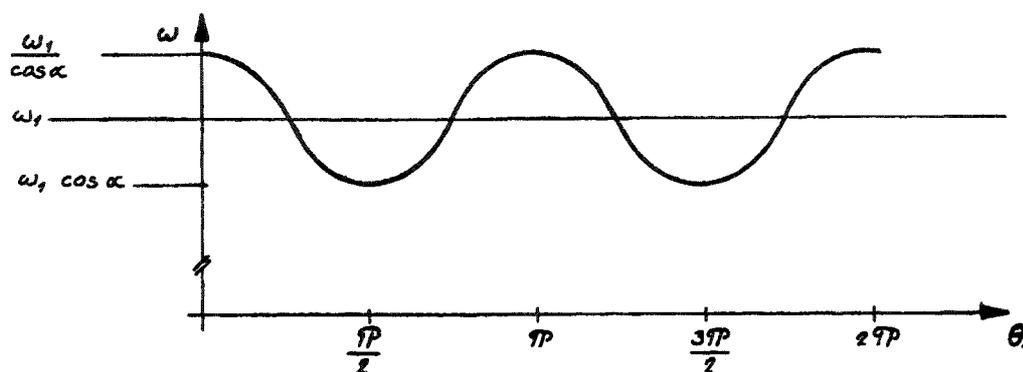
Soit ω_1 , la vitesse de l'arbre 1,

ω_2 , la vitesse de l'arbre 2,

$$\omega_2 = \omega_1 \frac{\cos \alpha}{1 - \cos^2 \theta_1 \sin^2 \alpha}$$

avec θ_1 = angle parcouru par l'arbre 1

Pour un angle α donné et une vitesse ω_1 constante, ω_2 se présente sous la forme suivante :



Pour éliminer cette variation de vitesse, on emploie deux joints simples, positionnés de la façon indiquée à la figure 5.19 :

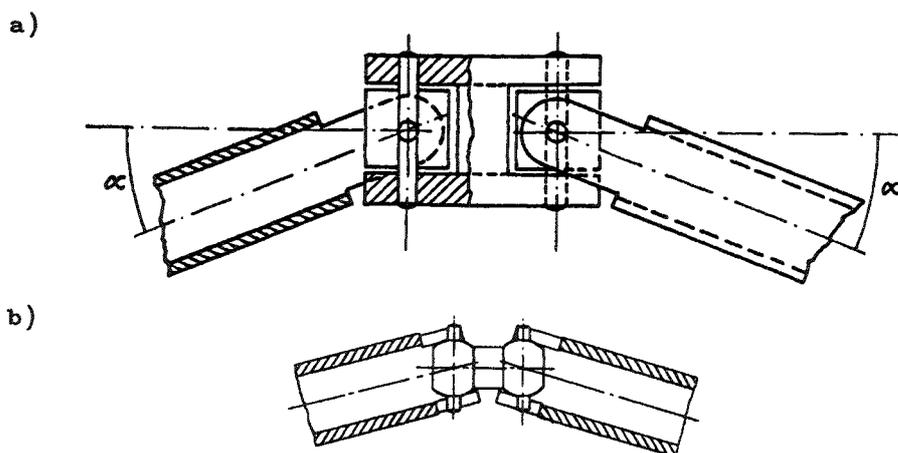


Fig. 5.19 Double joint homocinétique.

a) double joint de cardan

b) double joint sphérique

Il est impératif de concevoir la pièce intermédiaire avec les éléments d'accouplement dans un même plan.

Le même but (homocinétique) peut être atteint par un accouplement à ressort comme représenté à la figure 5.20, pour la transmission de très faibles couples.

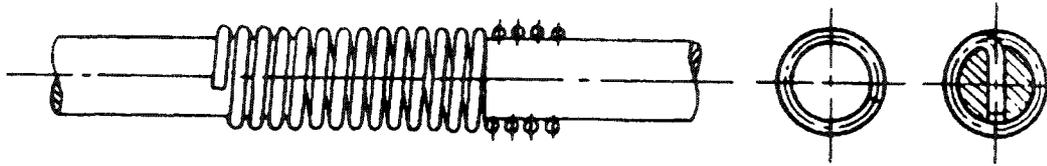


Fig. 5.20 Accouplement à l'aide d'un ressort hélicoïdal.

5.2.6 Accouplements élastiques angulairement

Un élément élastique entre les deux parties d'un accouplement amortit des chocs et vibrations qui peuvent, par exemple, être générés par un moteur d'entraînement ou par la charge. Les pointes de couple seront écrêtées par un allongement de la durée du choc. La plupart des accouplements souples admettent des petites erreurs d'alignement (e et α) entre les deux arbres.

Les accouplements à éléments de liaison caoutchouc amortissent les chocs et dissipent une partie de l'énergie en frottement interne. La figure 5.20, montre un tel accouplement de marque Guriflex ; cet élément permet une erreur d'alignement des axes.

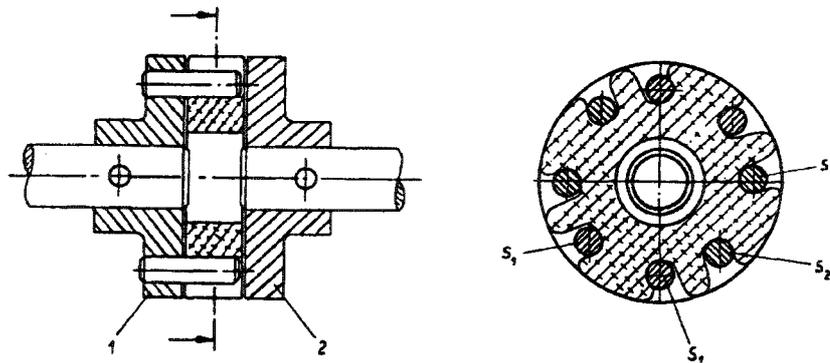


Fig. 5.21 Accouplement élastique Guriflex.

Par collage ou vulcanisation des éléments caoutchouc sur les moyeux métalliques, on réalise des accouplements du type de ceux représentés aux figures 5.22 et 5.23.

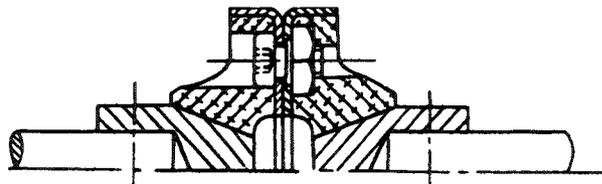


Fig. 5.22 Accouplement élastique avec caoutchouc vulcanisé sur les moyeux et les disques de liaison.



Fig. 5.23 Accouplement élastique avec une pièce de caoutchouc collée.

Une lame ressort permet de réaliser un accouplement qui diminue l'influence des chocs, mais qui ne les amortit pas (fig. 5.24).

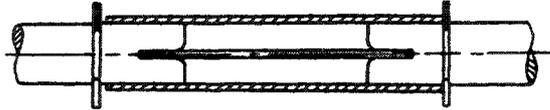


Fig. 5.24 Accouplement avec lame ressort.

5.2.7 Accouplements à aimants permanents

Par l'effet des forces magnétiques entre les pôles de 2 aimants permanents, ou les pôles d'un aimant permanent et un élément de construction en matière ferromagnétique, un arbre sera lié angulairement à un autre. Ce mode de construction est employé dans les applications suivantes :

- a) comme limiteur de couple
- b) comme accouplement élastique en rotation
- c) comme accouplement sans contact pour la transmission de couple à travers une paroi (compteur à gaz, à eau, pompe à essence)

Le plus souvent, les deux parties de l'accouplement portent des aimants permanents. Fonction des données de la construction, on emploie des accouplements frontaux (fig. 5.25), ou radiaux (fig 5.26).

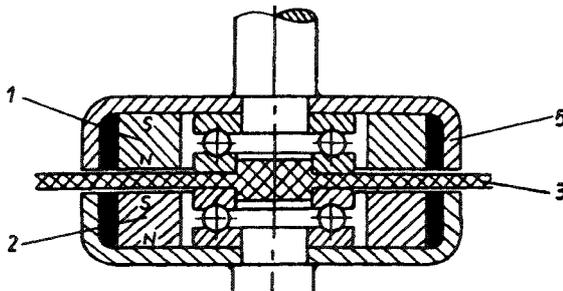


Fig. 5.25 Accouplement frontal à aimants permanents.

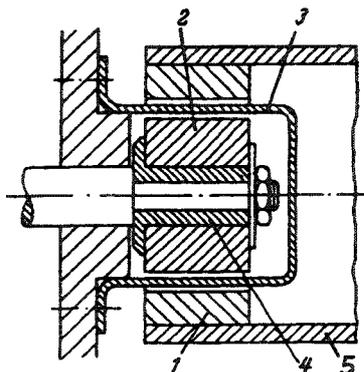


Fig. 5.26 Accouplement radial à aimants permanents.

- 1) 2) aimants permanents
- 3) paroi intermédiaire
- 4) tube en fer doux
- 5) boîtier en fer doux

Le couple transmissible est dépendant de la dimension des aimants, de leur matière, du nombre des pôles et de la dimension de l'entrefer. Ces données sont fournies par les fabricants.

Dans le cas de l'accouplement frontal (fig. 5.25), une grande force presse les 2 demi-éléments l'un contre l'autre, alors que pour l'accouplement radial (fig. 5.26) les forces magnétiques s'équilibrent ; il faut tenir compte de ces charges lors du dimensionnement des pièces-support et des roulements.

5.2.8 Accouplements arbre-levier ou roue

En microtechnique, dans de nombreux cas, un ou plusieurs leviers ou roues doivent être rendus solidaires d'un arbre. Une situation de ce type est rencontrée au paragraphe 5.2.3.

- 3 cas se présentent :
- a) le levier est fixé sur l'arbre de façon indémontable
 - b) le levier est fixé dans une position angulaire et axiale déterminée sur l'arbre, mais de façon démontable
 - c) le levier doit être démontable, et sa position réglable.

a) Levier fixé sur un arbre de façon indémontable

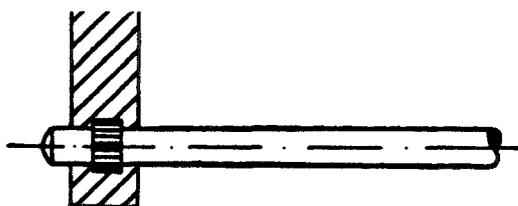


Fig. 5.27 Levier en alliage d'aluminium injecté, ou matériau fritté, chassé sur un arbre moleté.

Ce principe est aussi applicable avec un levier en matière synthétique, mais de façon restreinte ; le plastique flue avec le temps, et le couple transmissible diminue.

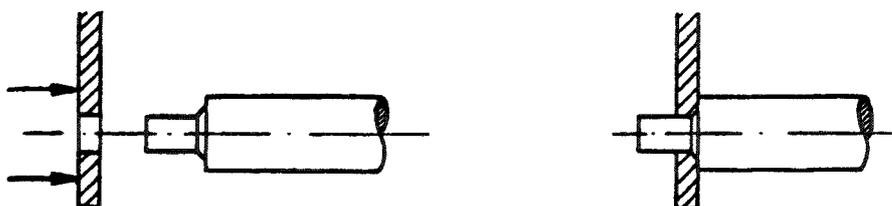


Fig. 5.28 Levier en acier découpé à basse teneur en carbone, soudé par résistance.

Le soudage par résistance de pièces en acier d'amélioration est délicat et peu résistant. On utilise dans ce cas un brasage pour la liaison arbre-levier. Celui-ci peut être réalisé par haute fréquence, avec un chalumeau ou au four.

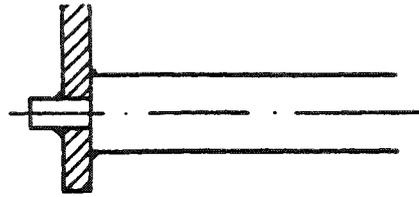


Fig. 5.29 Brasage d'un levier sur un arbre.

b) Levier fixé sur un arbre de façon démontable, dans une position donnée

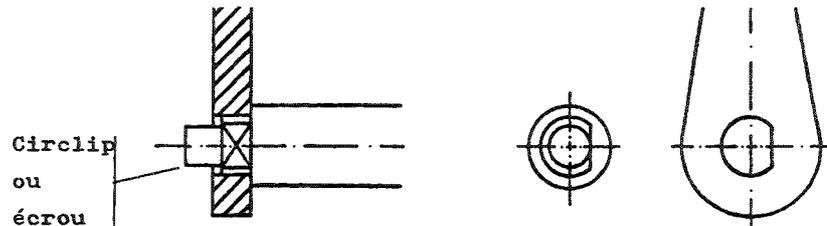


Fig. 5.30 Levier en tôle découpée sur un arbre avec un ou plusieurs plats fraisés.

La fixation axiale du levier est assurée soit par un écrou, soit par un circlip.

c) Levier fixé sur un arbre de façon réglable et démontable

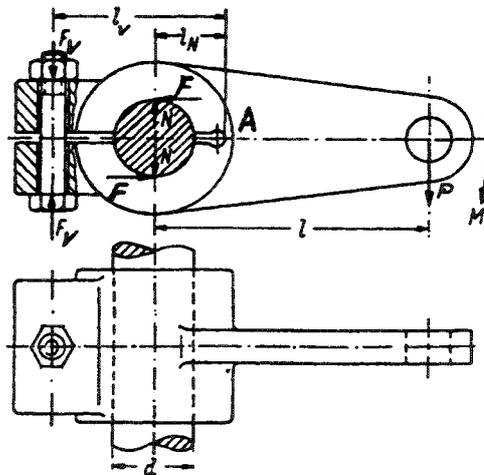


Fig. 5.31 Levier fixé par moyeu fendu.

Le moyeu se déforme par flexion et s'applique sur l'arbre sous l'effet de la force de serrage de la vis : F_v .

On admet pour simplifier que les demi-moyeux sont articulés en A et que l'effort de serrage N est concentré sur le diamètre parallèle à l'axe de la vis.

$$N = \frac{l_v}{l_n} F_v$$

$$F = \mu_0 N$$

$$M_f = \mu_0 \frac{l_v}{l_n} F_v d$$

Moment transmissible :

$$M_t = P \cdot l \leq \frac{M_f}{s} \quad s : \text{sécurité}$$

Lorsqu'on fixe un levier en tôle sur un arbre, le principe de la figure 5.31 peut être avantageusement adapté, comme le montre la figure 5.32 :

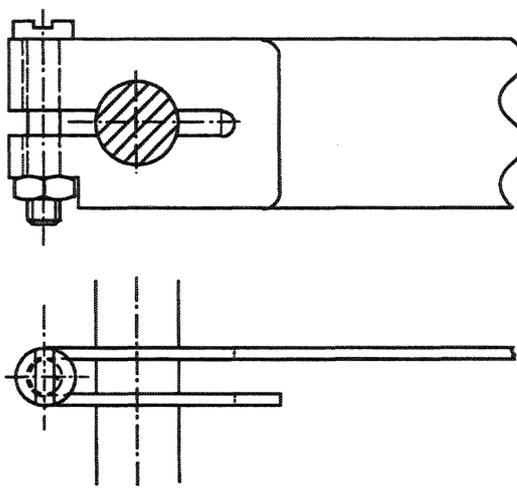


Fig. 5.32 Levier en tôle découpée et pliée, fixé selon le principe du moyeu fendu.

Lorsqu'un levier en tôle a été soudé ou brasé sur un canon, on peut lier ce dernier à l'arbre à l'aide d'une vis radiale ; pour augmenter le couple transmissible, on peut utiliser deux vis décalées de 90° ou 120°.

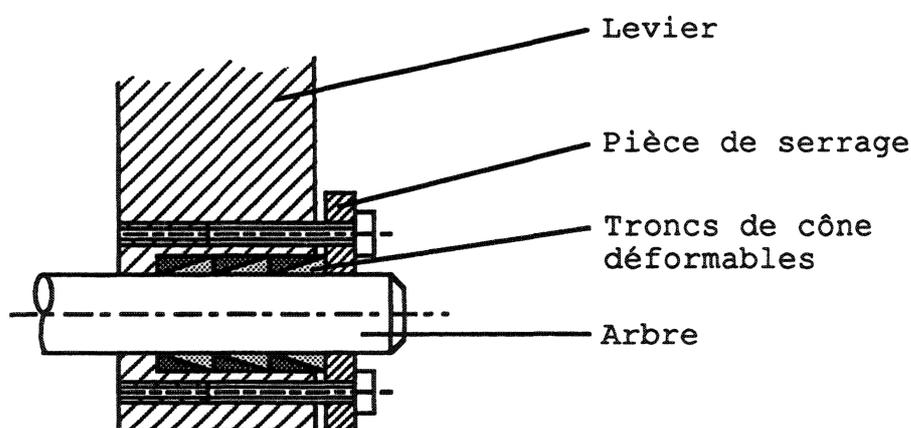


Fig. 5.33 Levier fixé sur un arbre par l'intermédiaire de troncs de cône creux déformables ; dans certains cas les bagues sont fendues pour faciliter leur déformation ; un angle suffisant doit être prévu pour assurer la possibilité de démontage.

Dans d'autres composants du marché, la variation de l'épaisseur entre l'arbre et l'alésage de la pièce à fixer est provoquée par la compression d'un fluide dans un logement en forme de couronne cylindrique (exemple ETP®) ; ce logement fait partie intégrante du composant mentionné.

5.3 Les accouplements temporaires

Dans un certain nombre de machines, il est nécessaire de pouvoir accoupler et découpler, suivant les besoins, des tronçons d'arbres à axe commun, ou un arbre avec une roue, ou encore embrayer et débrayer un mécanisme en service, le moteur tournant en continu.

Ces conditions peuvent être réalisées à l'aide d'accouplements temporaires. Ceux-ci se présentent sous les formes suivantes :

- 1 accouplement à dents ou à griffes,
- 2 embrayage à disques,
- 3 embrayage à cônes,
- 4 embrayage centrifuge,
- 5 embrayage magnétique,
- 6 embrayage à ressort,
- 7 embrayage à coin,
- 8 embrayage à cliquets.

Les accouplements 1 à 5 peuvent être utilisés comme limiteurs de couple dans certaines conditions et sont aptes à travailler dans les deux sens de rotation.

Les accouplements 6, 7 et 8 ne peuvent travailler que dans un sens de rotation.

L'accouplement 6 est un excellent limiteur de couple lorsqu'il travaille en sens inverse de celui pour lequel il fait office d'embrayage.

Dans les accouplements basés sur le phénomène de frottement (formes 2 à 7), il y a en tout cas pendant un certain temps, un glissement entre les deux éléments d'embrayage.

On appelle **glissement**, le rapport :

$$g = \frac{\omega_1 - \omega_2}{\omega_1} = 1 - \frac{\omega_2}{\omega_1}$$

ω_1 : vitesse angulaire de l'arbre entraîneur

ω_2 : vitesse angulaire de l'arbre entraîné

Les limites du glissement sont les suivantes :

- Arbre de sortie (2) bloqué : $g = 1$
- Arbres tournant à même vitesse : $g = 0$

5.3.1 Accouplements à dents ou à griffes

Les accouplements à dents sont, en règle générale, utilisés pour des liaisons d'arbres réalisées à l'arrêt, ou à vitesse très lente. Les pièces d'accouplements peuvent être fabriquées en matière synthétique ou frittée ou encore en acier usiné par enlèvement de copeaux ; d'autres configurations utilisent des doigts comme éléments de liaison.

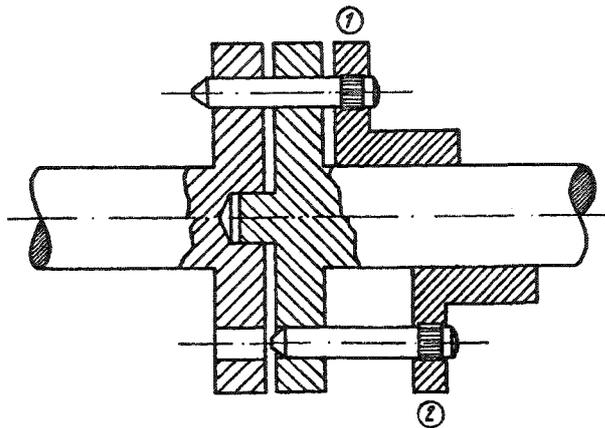


Fig. 5.34 Accouplement avec manchon à doigts.

1 accouplé
2 découplé

Le cône à l'extrémité des doigts facilite l'accouplement ; celui-ci doit être effectué à vitesse pratiquement nulle. Le couple peut être transmis dans les deux sens de rotation.

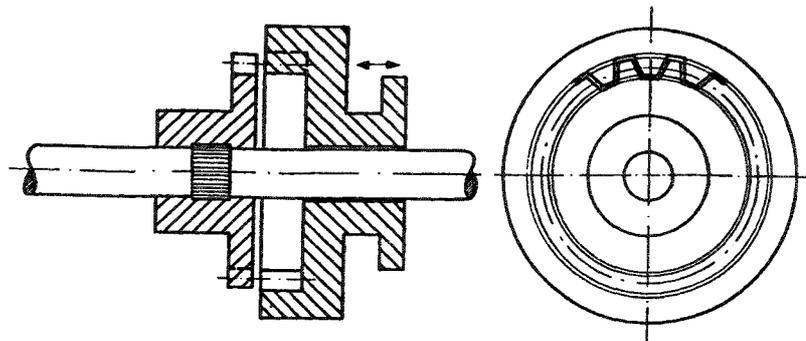


Fig. 5.35 Accouplement à manchon denté.

Une forme conique de l'extrémité des dents facilite l'accouplement ; celui-ci doit être effectué à vitesse très faible. Le couple peut être transmis dans les 2 sens de rotation.

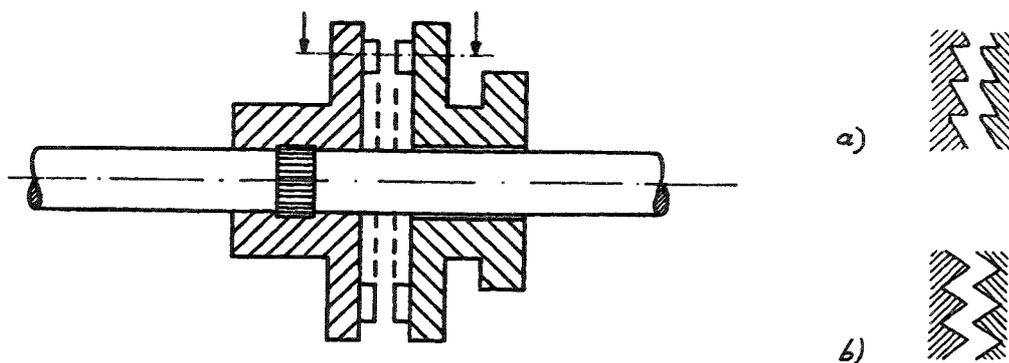


Fig. 5.36 Accouplement à griffes (ou à dents de loup).

Cette forme de dent permet un accouplement en marche, pour autant que l'inertie à entraîner ne soit pas trop importante. Dans le cas a), le couple transmissible est élevé dans un sens de rotation (limité par la rupture des dents) et faible dans l'autre sens ; dans le cas b), le système a un comportement symétrique.

5.3.2 Embrayages à disques

Les embrayages à disques sont basés sur le phénomène du frottement. Ils sont aptes à transmettre un couple qui a pour valeur maximum le moment de frottement entre les disques et il y a glissement lorsque le couple à transmettre est supérieur celui-ci. La charge admissible des organes de friction est limitée, avant tout, par la température admissible des éléments glissants, donc par l'importance du frottement et sa durée.

Les matériaux les plus couramment utilisés pour réaliser des embrayages à frottement en microtechnique, ainsi que leurs caractéristiques, sont mentionnés dans le tableau ci-dessous :

Matériau 1	Matériau 2	Coeff. frott μ à sec	Coeff. frott μ gras	Temp. Adm. [°C]	Pression adm. [MPa]
Acier durci	Métal fritté	0.2-0.4			1.5-2
	Métal fritté		0.03-0.08	300°-500°	1.5-2
	Tissés (coton, kevlar, verre)	0.3-0.6		150° (limite T° huile)	0.2-1
	Tissés		0.15-0.35	120°-150°	
	Câblés (sans amiante)	0.2-0.4		200°	0.5
	Papier (composite cellulose – fibres)		0.12-0.25	150°	
	Acier durci		0.04-0.1	200°	0.5-2
	Graphite	0.15-0.3		300°-500°	0.1-2
	Graphite		0.05-0.1	150°	
	POM		0.1-0.3	80°	0.02-0.5
	POM			80°	0.02-0.5
POM	POM	0.15-0.25		80°	
	PA	0.08-0.15		60°	

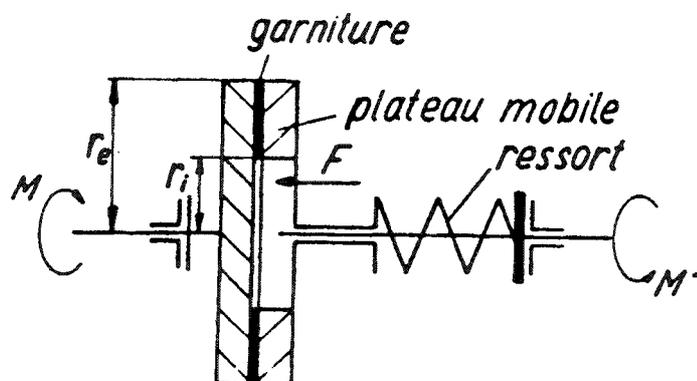


Fig. 5.37 Schéma d'un embrayage monodisque.

La garniture est comprimée entre le plateau fixe et le plateau coulissant par un ou des ressorts agissant sur ce dernier.

5.3.2.1 Couple transmissible par un embrayage à disques

Les surfaces de contact sont des couronnes circulaires.

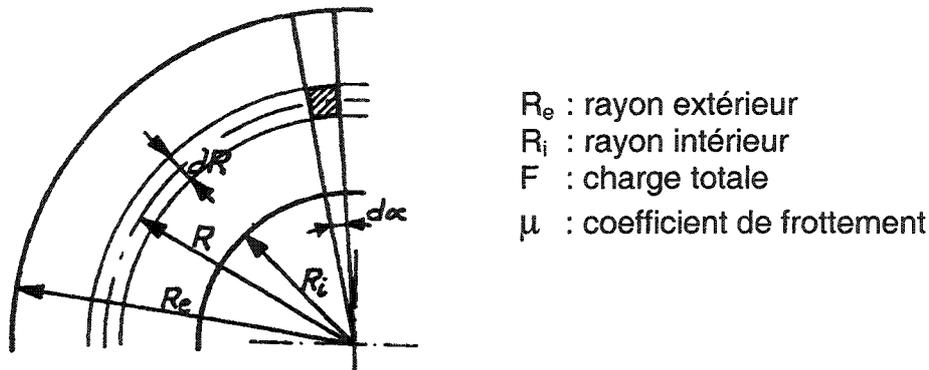


Fig. 5.38 Surface de contact d'un embrayage plan.

On considère que la pression est uniforme sur toute la surface de contact.

La pression de contact s'exprime par :

$$p = \frac{F}{\pi(R_e^2 - R_i^2)}$$

Pour un élément de surface $dS = R d\alpha dR$, l'élément de couple est donc :

$$dM = R p \mu dS = p \mu R^2 d\alpha dR$$

Couple total transmis :

$$M = \iint p \mu R^2 d\alpha dR = p \mu \int_0^{2\pi} d\alpha \int_{R_i}^{R_e} R^2 dR = p \mu \frac{2}{3} \pi (R_e^3 - R_i^3)$$

En introduisant p :
$$M = \frac{2}{3} \mu F \frac{R_e^2 + R_i R_e + R_i^2}{R_e + R_i}$$

En posant
$$R_m = \frac{2}{3} \frac{R_e^2 + R_i R_e + R_i^2}{R_e + R_i}$$

$$M = \mu F R_m$$

En pratique R_e et R_i étant assez voisins, on utilise :

$$R_m = \frac{R_e + R_i}{2}$$

Pour $R_i = \frac{R_e}{2}$ la différence de valeur de R_m est d'environ 3,5 %

5.3.3 Embrayage à cônes

Les embrayages à cônes, comme ceux à disques, sont basés sur le phénomène de frottement. La figure 5.39 montre principe de fonctionnement d'un tel embrayage.

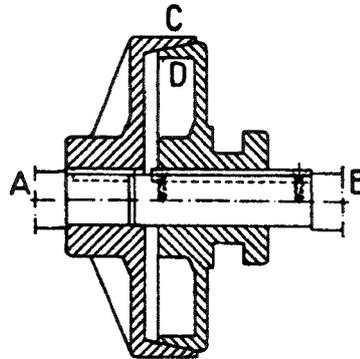


Fig. 5.39 Embrayage à cône unique

C : cuvette conique en acier (décolleté, embouti ou fritté), ou en matière synthétique, solidaire de l'arbre A

D : manchon conique mâle réalisé en diverses matières adaptées à celle de la cuvette et à la caractéristique d'embrayage recherchée, coulissant sur l'arbre B

En principe, les 2 pièces sont pressées l'une sur l'autre par un ressort, et une fourchette commande leur séparation.

Remarque constructive :

Lorsque les moyens de fabrication mis en œuvre ne permettent pas d'assurer un contact sur toute la circonférence par non-alignement de leurs axes, il faut prévoir un accouplement entre le cône coulissant D et l'axe B, qui permette un centrage du manchon conique D par la cuvette conique C.

5.3.3.1 Couple transmissible par un embrayage à cônes

On suppose que les cônes mâle et femelle ne subissent pas de déformation, et que la pression est répartie uniformément sur toute la surface de contact.

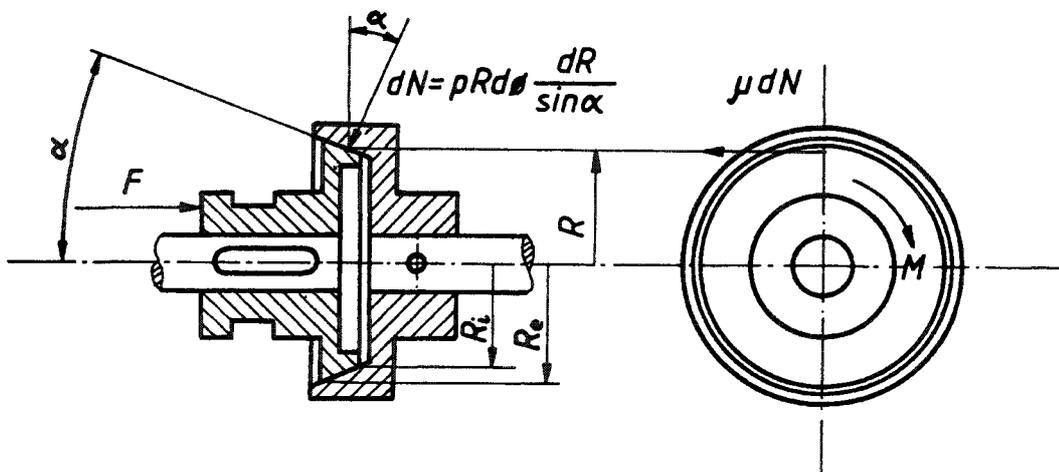


Fig. 5.40 Equilibre de la pièce mâle de l'embrayage à cônes.

Considérons une pression de contact constante : p .

L'équilibre du manchon nous donne :

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow F = \sin \alpha \int_0^{2\pi} \int_{R_i}^{R_e} \frac{p R d\phi dR}{\sin \alpha}$$

$$F = p \pi (R_e^2 - R_i^2)$$

$$p = \frac{F}{\pi (R_e^2 - R_i^2)}$$

Le couple a la valeur suivante :

$$dM = p R d\phi \frac{dR}{\sin \alpha} \mu R$$

$$M = \int_0^{2\pi} \int_{R_i}^{R_e} dM = p \frac{\mu}{\sin \alpha} \frac{2}{3} \pi (R_e^3 - R_i^3)$$

$$M = \frac{\mu}{\sin \alpha} F \frac{2}{3} \frac{(R_e^3 - R_i^3)}{(R_e^2 - R_i^2)} = \frac{\mu}{\sin \alpha} F R_m$$

Lorsque R_e est voisin de R_i , on peut, comme pour l'embrayage à disque, prendre

$$R_m = \frac{1}{2}(R_e + R_i)$$

On voit que pour transmettre un couple donné, la force axiale F est d'autant plus faible que l'angle α est petit.

Cependant, l'angle au sommet du cône ne doit pas être trop faible afin d'éviter le blocage des surfaces en contact, ce qui rendrait le débrayage difficile, voire impossible.

Si l'on veut que l'embrayage découple lorsque la force exercée par le ressort est annulée, il faut $\text{tg } \alpha > \mu_0$.

Acier contre acier gras : $\alpha > 7^\circ$

Acier contre Delrin sec : $\alpha > 17^\circ$

5.3.4 Embrayages centrifuges

Les embrayages centrifuges à friction sont basés sur le principe mécanique de la friction contrôlée par la force centrifuge. Ces dispositifs qui sont généralement automatiques, comprennent (fig. 5.41) :

- Deux ou plusieurs mâchoires ou masselottes A solidaires de l'arbre moteur B et garnies d'une matière de friction C ;
- Un tambour D, solidaire de l'arbre mené et à l'intérieur duquel sont logées les mâchoires ou les masselottes ;
- Des ressorts E qui rappellent les mâchoires ou les masselottes et dont la tension est choisie pour définir la vitesse de premier contact.

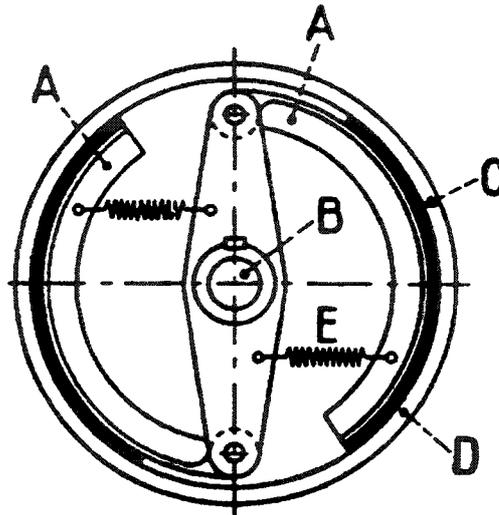


Fig. 5.41 Schéma d'un embrayage centrifuge à friction.

L'arbre moteur étant arrêté ou tournant à faible vitesse, il n'y a pas de contact entre les mâchoires et le tambour : on est en position **débrayé**. Au fur et à mesure que l'arbre moteur accélère, les mâchoires (ou les masselottes) s'écartent sous l'effet de la force centrifuge et viennent entraîner progressivement le tambour par friction.

L'accouplement de l'embrayage se fait lorsque la vitesse du moteur croît et atteint un certain régime. Inversement, l'embrayage débraye automatiquement lorsque le moteur ralentit au-dessous d'une vitesse définie.

Le couple de l'embrayage centrifuge étant fonction de la vitesse, l'embrayage constitue un bon limiteur de couple, puisque son couple diminue dès que la vitesse tend à décroître.

L'embrayage centrifuge permet le démarrage à vide du moteur, et lorsque la **vitesse d'accrochage** est atteinte, l'entraînement se fait avec la progressivité désirée.

5.3.4.1 Couple de transmission par un embrayage centrifuge à friction

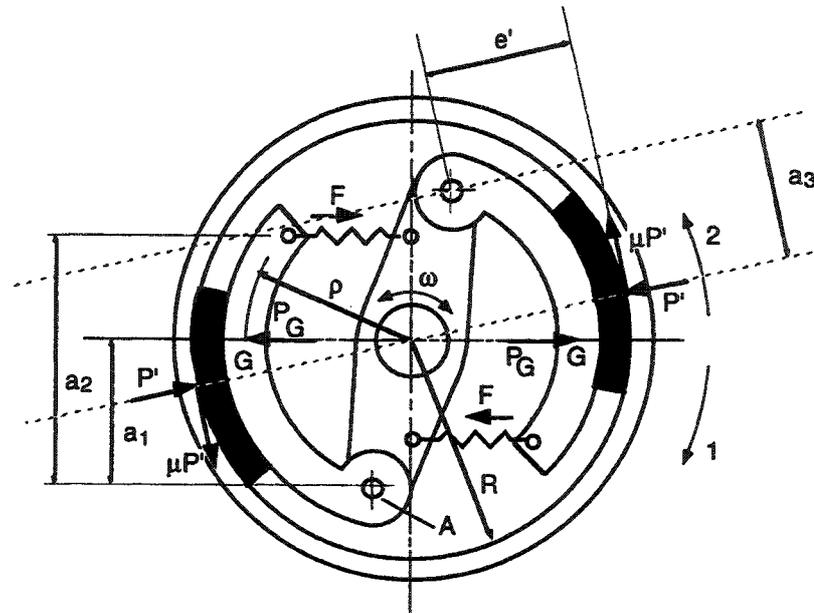


Fig. 5.42 Embrayage centrifuge à friction.

- m : inertie de la mâchoire rapportée en son centre de gravité G
- ρ : rayon de giration de G
- ω : vitesse angulaire
- F : force des ressorts

L'embrayage centrifuge ne transmet pas le même couple lorsqu'il travaille dans le sens 1 ou dans le sens 2. Le couple transmis sera plus élevé lors de la rotation dans le sens 1.

Vitesse en début de frottement :

$$\frac{F a_2}{a_1} = P_G = m \omega^2 \rho$$

$$\omega = \sqrt{\frac{F a_2}{a_1 \rho m}}$$

Soit P' la force de contact entre les deux surfaces en frottement.

Equilibre d'une mâchoire pour une rotation de sens 1 :

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow -F a_2 + m \omega^2 \rho a_1 - P' a_3 + \mu P' e' = 0$$

$$P' = \frac{m \omega^2 \rho a_1 - F a_2}{a_3 - \mu e'}$$

$$M_1 = 2 \mu P' R$$

$$M_1 = 2 \mu \frac{m \omega^2 \rho a_1 - F a_2}{a_3 - \mu e'} R$$

Par un calcul similaire :

$$M_2 = 2 \mu \frac{m \omega^2 \rho a_1 - F a_2 R}{a_3 + \mu e'}$$

Un embrayage de ce type peut transmettre un couple identique dans les 2 sens de rotation s'il a la configuration suivante :

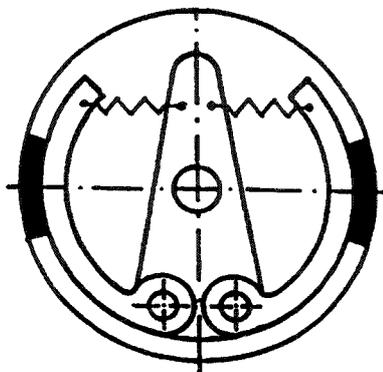


Fig. 5.43 Embrayage centrifuge à friction à couple symétrique.

Le couple transmis vaut :

$$M = 2 \mu \frac{m \omega^2 \rho a_1 a_3 - F a_2 a_3 R}{a_3^2 - \mu^2 e'^2}$$

5.3.4.2 Embrayage centrifuge à crabots

Pour transmettre un faible couple à un corps tournant de faible inertie, on peut utiliser un embrayage centrifuge à crabots. Il se présente de la façon suivante :

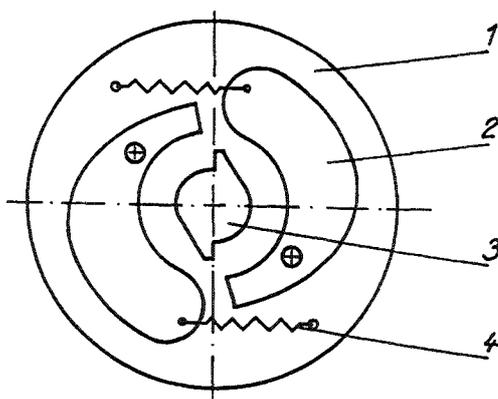


Fig. 5.44 Embrayage centrifuge à crabots.

- 1) Plateau moteur portant 2) et 4)
- 2) Levier d'accouplement
- 3) Axe entraîné dès que le plateau entraîneur dépasse une vitesse donnée
- 4) Ressorts de rappel.

Une transmission souple (accouplement souple angulairement, courroie élastique) est placée entre l'embrayage centrifuge à crabots et l'inertie entraînée, afin de diminuer le choc au moment de l'accouplement.

5.3.5 Embrayages électromagnétiques

Dans certaines constructions, il peut être avantageux de pouvoir enclencher et déclencher un mécanisme par une commande électrique. La commande de l'avance du ruban-encreur d'une imprimante à marguerite est un exemple d'une telle utilisation ; l'apport du couple sur le chariot est réalisé par un câble entourant un tambour monté libre sur ledit chariot.

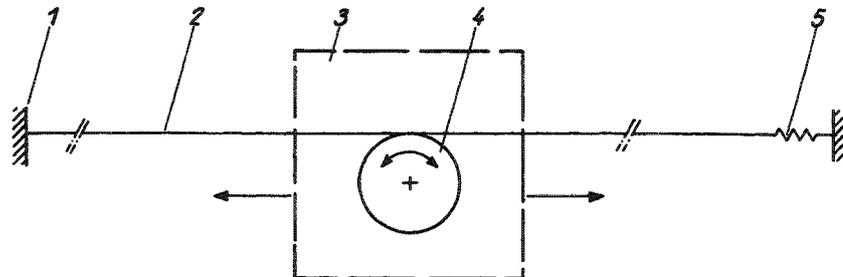


Fig. 5.45 Mécanisme d'entraînement du ruban-encreur d'une imprimante à marguerite.

- 1) Bâti de l'imprimante
- 2) Câble
- 3) Chariot
- 4) Tambour monté libre sur le chariot
- 5) Ressort tendeur du câble

Le déplacement du chariot provoque la rotation du tambour qui communique son mouvement au ruban ; lors des mouvements du chariot sans impression, il faut découpler le mécanisme d'entraînement du ruban, pour éviter un mouvement inversé de celui-ci, et un gaspillage.

Une telle fonction peut être efficacement réalisée avec un embrayage électromagnétique.

C'est, en fait, un embrayage à disques dont la pression entre le ou les disques entraîneurs et ceux entraînés, est donnée par l'action d'un électro-aimant intégré.

Cet accouplement se présente sous les formes suivantes :

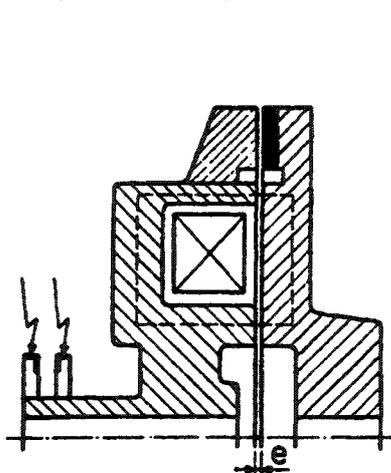


Fig. 5.46 Circuit magnétique d'un embrayage monodisque à bobine tournante

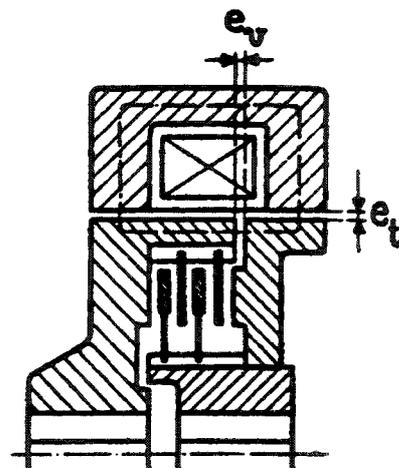


Fig. 5.47 Circuit magnétique d'un embrayage à bobine fixe extérieure

La figure 5.46 montre un embrayage à bobine tournante ; il faut donc l'alimenter à l'aide de bagues et de balais, ce qui est souvent un inconvénient. Dans cet embrayage, l'entrefer est double, le flux circulant directement d'une face polaire à l'armature, puis de l'armature à l'autre face polaire.

La figure 5.47 montre un embrayage à bobine fixe ; l'alimentation en est donc facilitée. Le circuit magnétique est, par contre, plus compliqué : le flux magnétique doit d'abord passer de la partie fixe à la partie mobile (entrefer e_i), puis traverser un entrefer variable e_v entre les deux armatures tournantes dont l'une doit être mobile axialement.

5.3.5.1 Détermination de la force de serrage de l'embrayage

Dans le cadre de ce cours nous n'entrerons pas dans les détails des calculs d'électro-aimants ; nous indiquons uniquement les formules permettant une approximation de cette force de serrage qui donnera, d'après 5.3.2, le couple transmissible.

$$F \approx \frac{B^2 S}{2\mu_0}$$

F : force d'attraction [N]

$$B : \text{induction} \left[\frac{Vs}{m^2} \right]$$

S : surface polaire [m^2]

$$\mu_0 : 4\pi \cdot 10^{-7} \left[\frac{Vs}{Am} \right]$$

$$NI = BE \Rightarrow B = \frac{NI}{E}$$

NI : force magnétomotrice [At]

E : somme des entrefers actifs et passifs [m]

Dans ces expressions, les surfaces des entrefers actifs (e et e_v) sont les mêmes que celles des entrefers passifs (e_i).

5.3.6 Embrayages à ressort

Ce genre d'embrayage est aussi appelé embrayage à bande extérieure.

Il est très couramment utilisé dans la fabrication des petits mécanismes, comme la boîte à musique, par exemple. Une application de ce principe a été utilisée par les fabricants de machines à écrire dans leurs produits à boule.

Cet accouplement travaille en principe dans un seul sens comme embrayage, et comme limiteur de couple en sens inverse. Le principe de ce mécanisme est représenté à la figure 5.48.

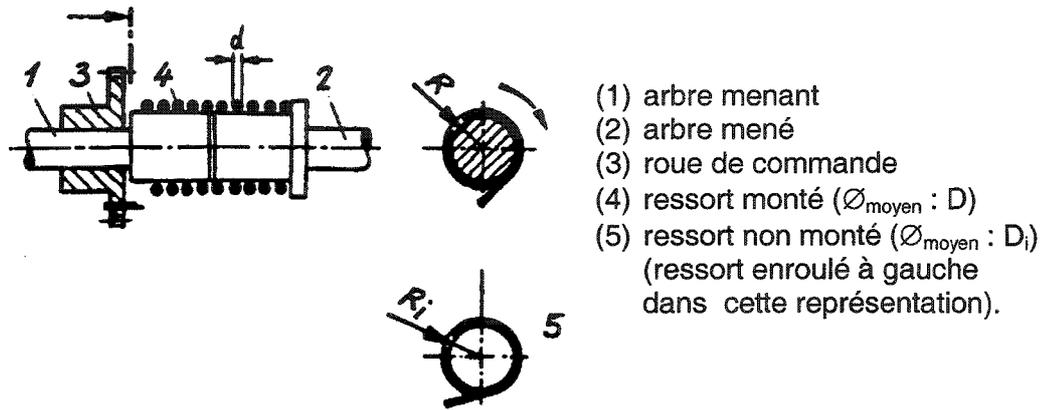


Fig. 5.48 Principe d'un embrayage à ressort.

Fonctionnement :

L'arbre (1) tourne de façon continue (moteur asynchrone, par exemple) ; la roue de commande (3) est retenue. Dans ces conditions le ressort (4) ne tourne pas (retenu par la roue de commande) et l'arbre (2) n'est pas entraîné. Lorsque la roue de commande (3) n'est plus retenue, le ressort (4) se serre sur la portée de l'arbre (1) et entraîne par frottement l'arbre (2). Le jeu entre les deux portées d'accouplement doit être minimum pour éviter toute détérioration du ressort.

Le frottement se fait généralement acier (fil d'acier amélioré) sur acier cémenté ou acier fritté (acier sur matière synthétique chargée ou sur bronze fritté pour la transmission de faibles couples).

Lorsqu'on demande une grande longévité et une transmission de couple importante, les portées de frottement sont réalisées en acier d'amélioration trempé revenu, ou en acier de nitruration nitruré ; l'ensemble doit être graissé.

Pour diminuer la pression de contact, le fil du ressort est généralement de section carrée ou rectangulaire.

5.3.6.1 Calcul du couple transmissible par un embrayage ressort

Le couple est transmis de la portée de l'axe menant au ressort et du ressort à la portée de l'axe mené. Il faut donc calculer le couple transmissible entre une portée et un ressort.

Soit D_i le diamètre moyen du ressort à l'état non monté (non tendu) et D , le diamètre moyen du ressort monté sur la portée où il travaille.

Lorsqu'on monte le ressort sur la portée, son diamètre moyen passe de D_i à D , ce qui provoque une contrainte de flexion dans le ressort.

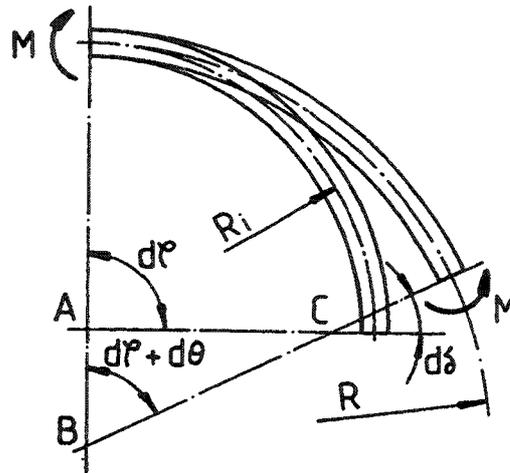


Fig. 5.49 Elément de poutre courbe mince au repos (rayon R_i) et soumis à un moment M (rayon R).

En flexion pure, l'élément de poutre considéré gardera la même longueur, donc

$$R_i d\phi = R (d\phi + d\theta) = dx \quad (1)$$

La valeur $d\delta$ est donnée par l'expression

$$d\delta = \frac{M}{EI} dx \quad (2)$$

L'étude des angles du triangle ABC montre que $d\delta = -d\theta$ d'où :

$$d\theta = -\frac{M}{EI} R_i d\phi \quad (3)$$

Avec l'expression (1), on tire que

$$M = \frac{R - R_i}{R R_i} EI = 2 \frac{D - D_i}{D D_i} EI \quad (4)$$

Avec E : module d'élasticité du matériau du fil ;
 I : moment d'inertie de la section du fil.

Considérons un élément de ressort monté sur un tambour cylindrique. Il est en équilibre sous l'action des éléments voisins qui lui imposent un effort normal, un effort tranchant et un moment de flexion ; de plus, il existe une force de pression entre le cylindre et le ressort et une force de frottement correspondante.

Décrivons l'équilibre de cet élément.

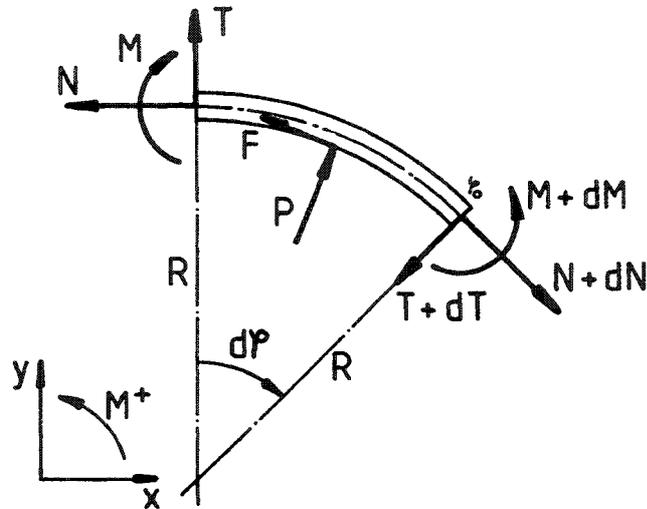


Fig. 5.50 Élément de ressort en équilibre.

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -N + P \sin \frac{d\phi}{2} - F \cos \frac{d\phi}{2} - (T + dT) \sin d\phi + (N + dN) \cos d\phi = 0 \quad (5)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T + P \cos \frac{d\phi}{2} + F \sin \frac{d\phi}{2} - (T + dT) \cos d\phi - (N + dN) \sin d\phi = 0 \quad (6)$$

$$\sum M_0 = 0 \Rightarrow -M + NR(1 - \cos d\phi) - TR \sin d\phi - PR \sin \frac{d\phi}{2} + FR(1 - \cos \frac{d\phi}{2}) + M + dM = 0 \quad (7)$$

De plus : $P = p b R d\phi$ et $F = \mu P = \mu p b R d\phi$

Avec b = largeur de la zone de contact fil-tambour ;

p = pression entre le fil et le tambour ;

μ = coefficient de frottement entre fil et tambour.

Il est possible de remplacer $\sin d\phi$ par $d\phi$ et $\cos d\phi$ par 1 et de négliger les infiniment petits du 2^{ème} ordre.

Nous obtenons :

$$\frac{dN}{d\phi} = T + \mu p b R \quad (8)$$

$$N = -\frac{T}{d\phi} + p b R \quad (9)$$

$$\frac{dM}{d\phi} = T R \quad (10)$$

Nous avons vu que le moment de flexion $M = 2 \frac{D-D_i}{D D_i} EI$ (4) est une

constante, donc $\frac{dM}{d\phi} = 0 \Rightarrow TR = 0 \Rightarrow T = 0$

$$\frac{dN}{d\phi} = \mu p b R \quad (11)$$

$$N = p b R \quad (12)$$

$$\text{d'où : } \frac{dN}{d\phi} = \frac{d}{d\phi}(p b R) = \frac{dp}{d\phi}(b R) = \mu p b R$$

$$\text{donc : } \frac{dp}{p} = \mu d\phi \quad (13)$$

Solution de cette équation différentielle :

$$p(\phi) = p_0 e^{\mu\phi} \quad (14)$$

En $\phi=0$ la pression est identique à la pression p_0 dans le système au repos.

De (11) $dN = \mu p b R d\phi$ on tire :

$$\int_0^{C/R} dN = \mu b R \int_0^{\alpha} p(\phi) d\phi$$

où C = couple transmis et α = angle d'enroulement de la partie active du ressort.

$$\frac{C}{R} = \mu b R \int_0^{\alpha} p_0 e^{\mu\phi} d\phi = \mu p_0 b R \left(\frac{1}{\mu} e^{\mu\phi} \Big|_0^{\alpha} \right) = p_0 b R (e^{\mu\alpha} - 1)$$

$$C = p_0 b R^2 (e^{\mu\alpha} - 1) \quad (15)$$

Calcul de la pression p_0

L'expression (4) $M = 2 \frac{D-D_i}{D D_i} EI$ donne le moment engendré dans le fil du

ressort lorsqu'il passe de sa position de repos ($\emptyset D_i$) à un diamètre D .

En outre, la longueur du fil du ressort reste constante, donc :

$$\alpha \frac{D}{2} = (\alpha + \theta) \frac{D_i}{2}$$

$$\theta = \alpha \frac{D-D_i}{D_i}$$

L'expression (3) confirme que θ est proportionnel à M .

L'énergie emmagasinée lors du passage de D_i à D a la valeur suivante :

$$W_M = \frac{1}{2} M\theta = \alpha EI \frac{(D-D_i)^2}{D D_i^2} \quad (16)$$

Ce travail doit être identique à celui fourni par la pression qui fait passer le ressort du diamètre D_i au diamètre D .

$$W_p = \int_0^{\Delta R} p(\rho) S(\rho) S(\rho) \quad (17) \quad \text{où } \Delta R = R - R_i = \frac{D - D_i}{2}$$

Dérivons formellement $\frac{dW_p}{d(\Delta R)} = p(\Delta R) \alpha (R_i + \Delta R) b$ et

$$\frac{dW_M}{d(\Delta R)} = \frac{\alpha EI}{2R_i^2} \frac{d}{d(\Delta R)} \left(\frac{\Delta R^2}{R_i + \Delta R} \right) = \frac{\alpha EI}{2R_i^2} \frac{\Delta R (2R_i + \Delta R)}{(R_i + \Delta R)^2}$$

Comme $W_p = W_M$ quel que soit ΔR :

$$p(\Delta R) \alpha (R_i + \Delta R) b = \frac{\alpha EI}{2R_i^2} \frac{\Delta R (2R_i + \Delta R)}{(R_i + \Delta R)^2}$$

$$p(\Delta R) = p_0 = \frac{EI}{2b} \frac{\Delta R (R + R_i)}{R_i^2 R^3} = 4 \frac{EI}{b} \frac{D^2 - D_i^2}{D_i^2 D^3} \quad (18)$$

avec (15) :

$$C = \frac{D^2 - D_i^2}{D D_i^2} EI (e^{\mu \alpha} - 1) \quad (19)$$

avec α : angle (en rd) d'enroulement de la partie active du ressort sur le tambour

D : diamètre moyen du ressort monté

D_i : diamètre moyen du ressort détendu

E : module d'élasticité du fil : $2,1 \cdot 10^{11}$ N/m² pour acier

I : moment d'inertie du fil

$$\text{Fil rond de diamètre } d : \quad I = \frac{\pi d^4}{64}$$

$$\text{Fil rectangulaire } b \times h : \quad I = \frac{bh^3}{12}$$

Lors du dimensionnement d'un embrayage à ressort, il faut vérifier la contrainte maxima engendrée dans le fil par la flexion (donnée par M (4)) et la traction (donnée par la force $2C/D$).

5.3.6.2 Accouplement ressort utilisé comme limiteur de couple

Cet accouplement permet une régulation simple et précise d'un couple. Le principe est identique à celui de l'embrayage à ressort avec, pour seule différence, le fait que le frottement tambour – ressort tend à desserrer le ressort, alors que dans le cas de l'embrayage, le frottement tend à serrer le ressort.

Considérons à nouveau un élément de ressort monté sur un tambour cylindrique. Il est en équilibre sous l'action des forces vues à la figure 5.50 ; la force de frottement a changé de sens.

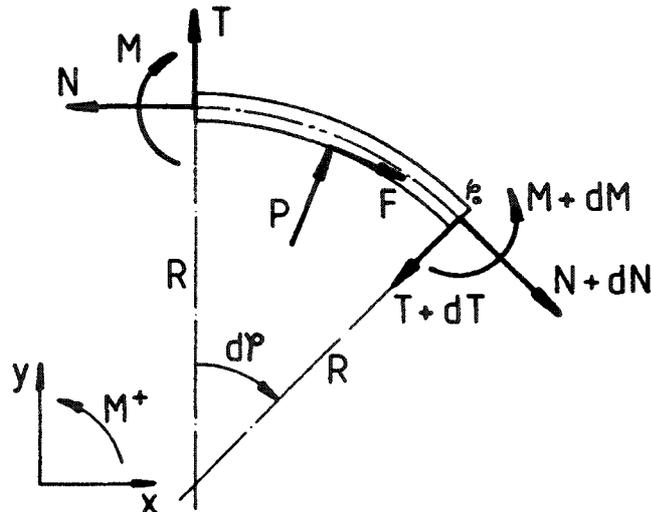


Fig. 5.51 Élément de ressort en équilibre.

La même démarche que précédemment conduit à l'équation différentielle

$$\frac{dp}{p} = -\mu d\phi \quad (20)$$

avec pour solution générale :

$$p(\phi) = p_0 e^{-\mu\phi} \quad (21)$$

En $\phi=0$ la pression est identique à la pression p_0 dans le système au repos.

De l'expression $dN = -\mu p b R d\phi$ (expression 11 pour l'équilibre de la figure 5.51) on tire :

$$\int_{C/R}^0 dN = -\mu b R \int_0^\alpha p(\phi) d\phi$$

avec C = couple transmis et α = angle d'enroulement de la partie active du ressort.

$$\int_{C/R}^0 dN = -\frac{C}{R} = -\mu b R \int_0^\alpha p_0 e^{-\mu\phi} d\phi = -\mu p_0 b R \left(-\frac{1}{\mu} e^{-\mu\phi} \Big|_0^\alpha \right) = p_0 b R (e^{-\mu\alpha} - 1)$$

$$C = p_0 b R^2 (1 - e^{-\mu\alpha}) \quad (22)$$

Avec (18) :

$$C = \frac{D^2 - D_i^2}{D D_i^2} EI \frac{e^{\mu\alpha} - 1}{e^{\mu\alpha}}$$

Lors du dimensionnement du limiteur de couple, il faut vérifier la contrainte maxima engendrée dans le fil par flexion (donnée par M (4)).

Un exemple simple montre le peu d'influence des variations du coefficient de frottement :

Limiteur de couple à 4 spires utiles :

Nombre de spires en travail : 4 $\Rightarrow \alpha = 8 \pi$

μ varie de 0,1 à 0,5 :

- $\mu = 0,1$: $\frac{e^{\mu\alpha} - 1}{e^{\mu\alpha}} = 0,919$
- $\mu = 0,5$: $\frac{e^{\mu\alpha} - 1}{e^{\mu\alpha}} \approx 1$ identique si $\mu \rightarrow \infty$

On voit donc que lorsque μ varie de 0,1 à l'infini, le couple transmis varie de moins 10%.

5.3.6.3 Tolérances et contraintes dans les ressorts d'embrayage

Une fabrication « normale » permet de réaliser des ressorts dont la tolérance sur le diamètre à l'état non monté (D_i) correspond à une qualité ISO 11 lorsque le rapport $\frac{D_i}{d}$ ou $\frac{D_i}{h}$ est situé entre 10 et 20. En dehors de cette fourchette, il faut considérer une tolérance correspondant à une qualité ISO 12.

D_i (mm)	≤ 3	$> 3 \dots 6$	$> 6 \dots 10$	$> 10 \dots 18$	$> 18 \dots 30$	$> 30 \dots 50$
IT 11 (μm)	60	75	90	110	130	160
IT 12 (μm)	100	120	150	180	210	250

Ces tolérances peuvent être diminuées de l'ordre de 30% par une opération supplémentaire de recuit du ressort monté sur un axe calibré.

Les tolérances habituelles sur le diamètre ou le côté du fil sont les suivantes :

d (mm)	0 ... 0,7	0,7 ... 1,5	1,5 ... 3
Tol. (μm)	15	20	30

La contrainte maximum admissible dans le ressort sera la suivante :

Fil rond	
\varnothing (mm)	σ_{adm} (MN/m ²)

Fil rectangulaire	
b ou h (mm)	σ_{adm} (MN/m ²)

Embrayage

Embrayage

0 ... 0,8	600
0,8 ... 3	500

0 ... 0,8	500
0,8 ... 3	400

Limiteur de Couple

Limiteur de Couple

0 ... 0,8	1000
0,8 ... 3	800

0 ... 0,8	800
0,8 ... 3	600

5.3.6.4 Exemples d'utilisation d'embrayage ressort

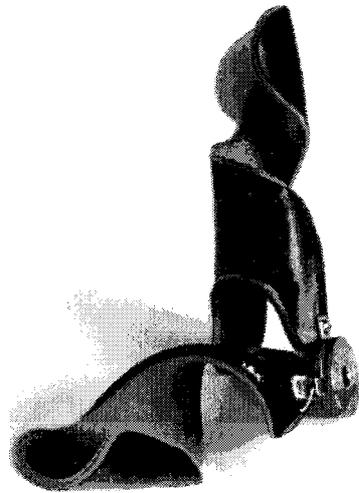


Fig. 5.52a Orthèse pour partie supérieure du bras.

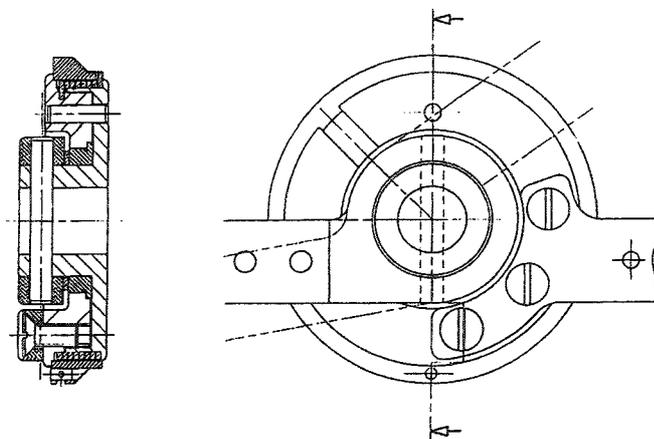


Fig. 5.52b Détail mécanique du frein pour l'orthèse de bras de la figure 5.52a.

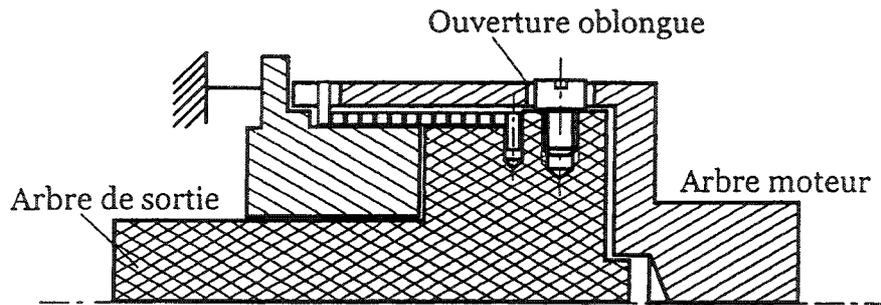


Fig. 5.53 Anti-recul pour un système d'élévateur de charges.

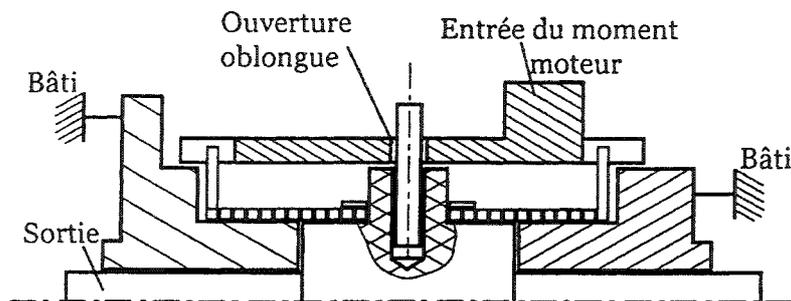


Fig. 5.54 Anti-recul et anti-survitesses de sécurité pour véhicule d'enfant.

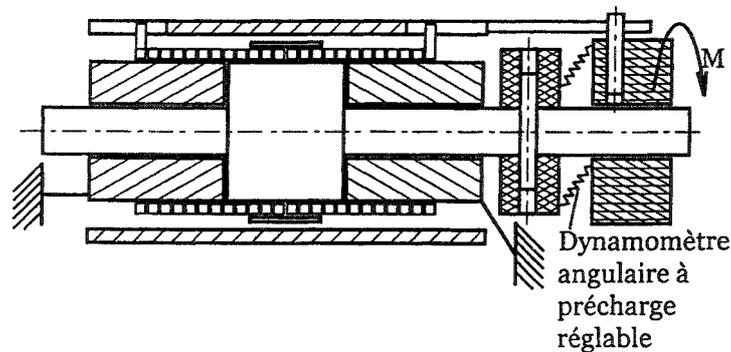


Fig. 5.55 Frein à efforts calibrés pour appareil de fitness.

5.3.6.5 ABS pour véhicules légers contrôlé par un embrayage ressort

Il est possible de réaliser un système d'ABS, pour une bicyclette par exemple, en associant un frein à disque avec un embrayage ressort dont l'ouverture est commandée par une inertie mise en action par une décélération trop élevée de la roue lorsque celle-ci bloque.

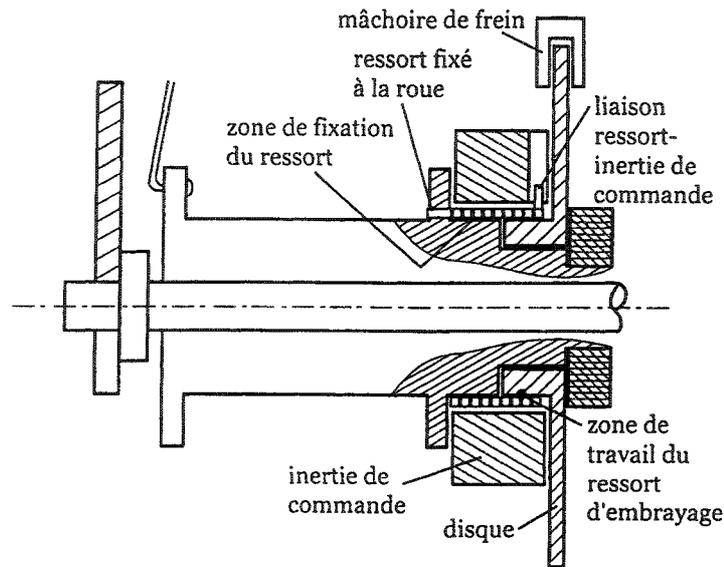


Fig. 5.56 Système ABS mécanique.

Lors d'un freinage normal, le disque est entraîné par la roue intermédiaire du ressort d'embrayage qui doit être enroulé de telle sorte qu'il serre lors de cette phase.

L'énergie thermique due au freinage est dissipée essentiellement dans le disque qui est refroidi par le courant d'air.

Lorsque l'adhérence est trop faible ou que le moment de freinage devient trop grand pour les conditions de route, la roue bloque, donc décélère brutalement ; cette décélération entraîne l'inertie qui agit sur l'extrémité « commande » du ressort et l'ouvre ; le moment de freinage disparaît et la roue recommence à tourner ; cette nouvelle accélération de la roue a tendance à accélérer la fermeture de l'embrayage qui se fait naturellement par le ressort précontraint. Cette fonction ABS a peu d'énergie à dissiper et l'embrayage qui est d'ailleurs résistant à l'échauffement n'en souffrira pas.

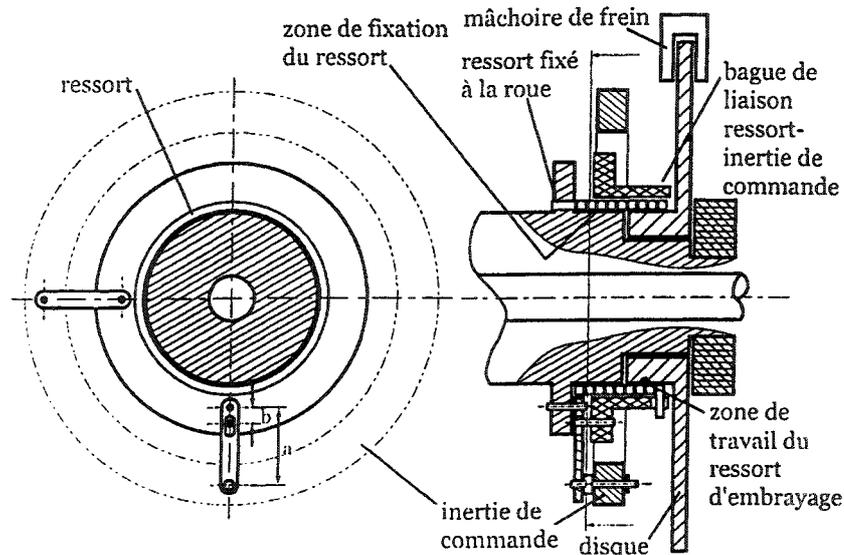


Fig. 5.57 Système ABS avec commande à levier.

5.3.7 Embrayage à coins

Ce type d'embrayage travaille dans un seul sens, à l'image d'une roue libre. Le principe de fonctionnement est décrit à la figure 5.58.

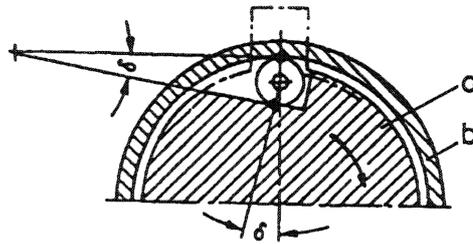


Fig. 5.58 Principe de l'embrayage à coins

- a) Support des galets (ou des billes) avec clavette d'accouplement ; c'est l'élément entraîneur
- b) Tambour entraîné

Dans le sens de rotation de l'arbre entraîneur indiqué par la flèche, les galets (ou le galet) sont pressés fortement entre le tambour et les plans inclinés réalisés sur le support des galets.

L'accouplement rigide a lieu pour une valeur de δ telle que $\mu > \tan \delta$.

Le couple transmissible par un tel embrayage est limité par la résistance mécanique de ses composants, et particulièrement par la résistance du tambour.

5.3.8 Embrayage à cliquets

Ce genre d'embrayage est une adaptation des embrayages à coins. Le principe de fonctionnement est expliqué à la figure 5.59.

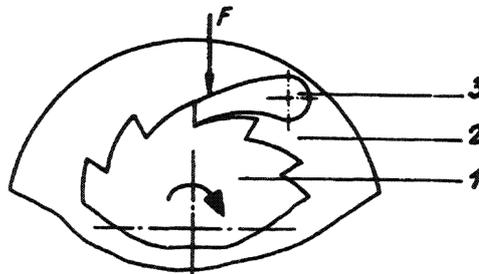


Fig. 5.59 Principe de l'embrayage à cliquets.

Lorsque la roue dentée (1) tourne dans le sens de la flèche, le cliquet (3) croche dans la première dent qu'il rencontre. La forme des dents représentées à la figure 5.59, provoque l'arc-boutement au moment de l'accouplement ; donc le couple transmissible sera limité uniquement par la résistance mécanique des pièces de l'ensemble.

D'autres configurations, comme celles représentées à la figure 5.60, permettent une limitation du couple transmissible.

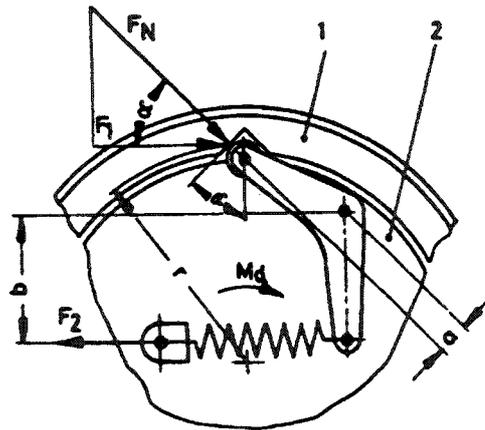


Fig. 5.60 Embrayage de sûreté à cliquet à rouleau.

Dans ce cas, le découplage se produit lorsque

$$\frac{M_d}{r \cos \alpha} a \geq F_2 b$$

avec M_d : couple transmissible

F_2 : force du ressort

a et b : bras de levier

r : rayon sur lequel se produit l'accouplement

α : angle de la face de travail de l'encoche par rapport à la tangente au cercle de rayon r.

Ces embrayages à cliquets ont l'inconvénient suivant : lorsqu'ils travaillent en roue libre (inversement au sens d'accouplement), le choc du ou des cliquets sur les dents est bruyant et provoque une usure inutile. Pour remédier à ce défaut, on introduit un système à friction appelé silencieux qui, lorsque l'accouplement tourne dans le sens débrayage, dégage le cliquet du chemin emprunté par les dents de la roue dentée. La figure 5.61 représente un tel mécanisme.

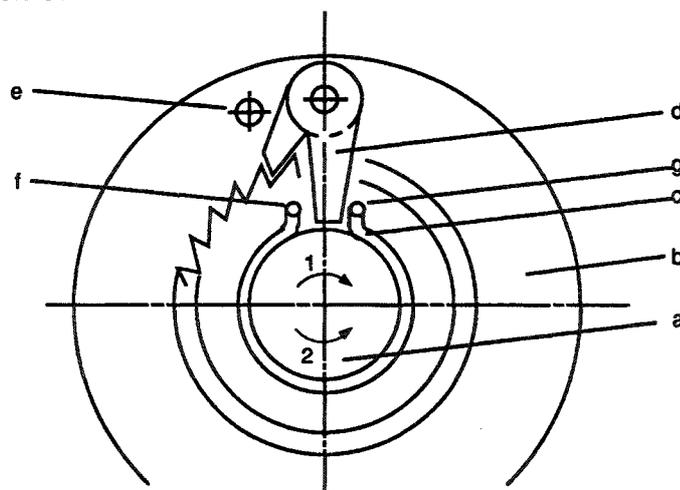


Fig. 5.61 Principe du silencieux.

a) arbre entraîneur portant la roue dentée

b) arbre entraîné avec plateau supportant le cliquet d)

c) ressort à une spire monté avec un serrage sur l'arbre a)

e) goupille limitant la course du cliquet d)

Fonctionnement (fig. 5.61)

Lorsque l'arbre (a) tourne dans le sens 1 (accouplement), le ressort (c) est entraîné dans le même sens, et son extrémité (f) entraîne le cliquet dans les dents.

Lorsque l'arbre (a) tourne dans le sens 2 (découplement), le ressort (c) est entraîné et son extrémité (g) pousse le cliquet hors du chemin emprunté par les dents.

Les figures 5.62 et 5.63 montrent 2 exemples de construction d'embrayage à cliquets.

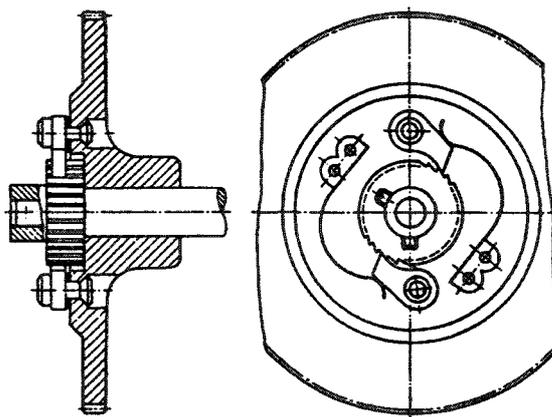


Fig. 5.62 Accouplement à 2 cliquets décalés de 180°.

Ce principe demande des tolérances de fabrication serrées pour assurer la transmission du couple par les 2 cliquets.

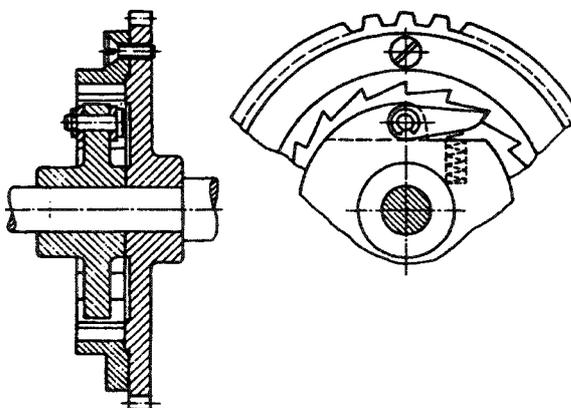


Fig. 5.63 Accouplement avec denture intérieure.

5.4 Energie perdue dans un accouplement glissant

Considérons un accouplement entre un arbre moteur et un arbre entraînant une inertie I .

Nous faisons les hypothèses simplificatrices suivantes :

- Le moment transmis par l'embrayage au cours de l'accouplement est constant (embrayage à disque, cône, ...) ; soit M ce moment ;
- La vitesse de l'arbre moteur reste constante au cours de l'accouplement ; soit ω_0 cette vitesse.

La figure 5.64 montre l'évolution de la vitesse de l'arbre entraîné au cours du temps.

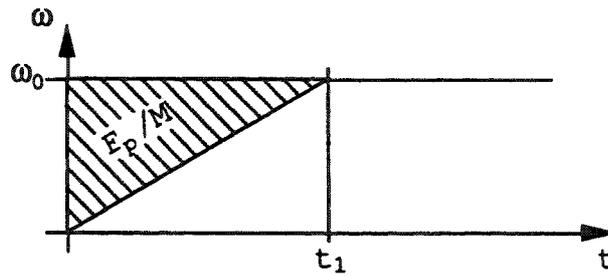


Fig. 5.64 Graphique vitesse-temps pour l'arbre entraîné ; la zone hachurée représente l'énergie perdue (E_p) divisée par le moment transmis (M constant).

$$\text{Accélération de l'arbre entraîné : } \dot{\omega} = \frac{M}{I}$$

$$\text{Energie perdue par frottement : } E_p = \frac{1}{2} \omega_0 M t_1$$

$$t_1 = \frac{\omega_0}{\dot{\omega}} = \frac{\omega_0 I}{M}$$

$$E_p = \frac{1}{2} \omega_0 M \frac{\omega_0 I}{M} = \frac{1}{2} \omega_0^2 I$$

Avec un embrayage dont les caractéristiques sont définies ci-dessus, l'énergie perdue lors de la phase d'accouplement est égale à l'énergie communiquée à l'inertie entraînée.

CHAPITRE 6

Transmission de mouvement et de couple

But | Le but de ce chapitre est de donner au lecteur les bases nécessaires à la détermination d'une transmission, au choix, au dimensionnement et à la construction de ses composants.

Objectifs | L'étudiant sera capable d'utiliser une transmission comme une **boîte noire**, indépendamment de ses éléments internes.

Il saura :

- Déterminer et dimensionner les éléments mécaniques nécessaires à la réalisation de la fonction « transmission » ;
- Construire ou choisir dans un catalogue de fabricant ces différents éléments.

6.1 Généralités

Les organes de transmission conduisent l'énergie mécanique du moteur vers le récepteur. Ils ont pour but de :

- relier des arbres entre eux, quelle que soit la position relative de ces arbres (voir chap. 5 Accouplements) ;
- adapter la vitesse du moteur à celle du récepteur ;
- transformer le couple fourni par le moteur afin de l'adapter aux conditions d'entraînement du récepteur ;
- transformer une rotation en translation ou l'inverse.

Une transmission peut être représentée par une boîte noire (fig. 6.1)

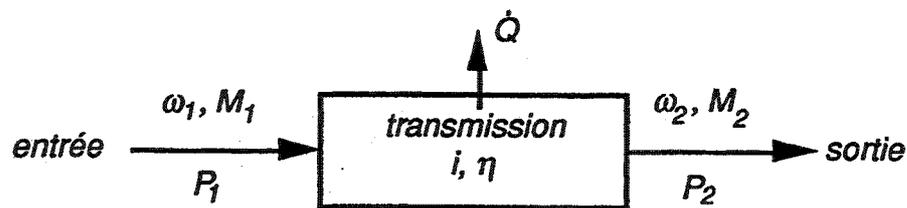


Fig. 6.1 Schéma d'une transmission.

L'entrée et la sortie de la transmission se définissent selon le sens du flux d'énergie motrice. Nous affectons les grandeurs afférentes à l'entrée de l'indice 1, tandis que celles concernant la sortie sont désignées par l'indice 2. Les grandeurs principales intéressant l'entrée et la sortie sont :

- ω : vitesse angulaire de l'arbre ;
- M : moment transmis par l'arbre ; on parle aussi souvent de couple ;
- P : puissance mécanique : $P = \omega M$

Les arbres d'entrée et de sortie peuvent être parallèles, concourants ou gauches.

6.1.1 Rapport de transmission

On désigne par i le rapport de transmission. Par définition :

$$i = \frac{\text{vitesse d'entrée}}{\text{vitesse de sortie}} = \frac{\omega_1}{\omega_2} \quad (1)$$

Dans le cas particulier important où l'arbre de sortie est parallèle à l'arbre d'entrée, on affecte souvent le rapport de transmission d'un signe algébrique (fig. 6.2) :

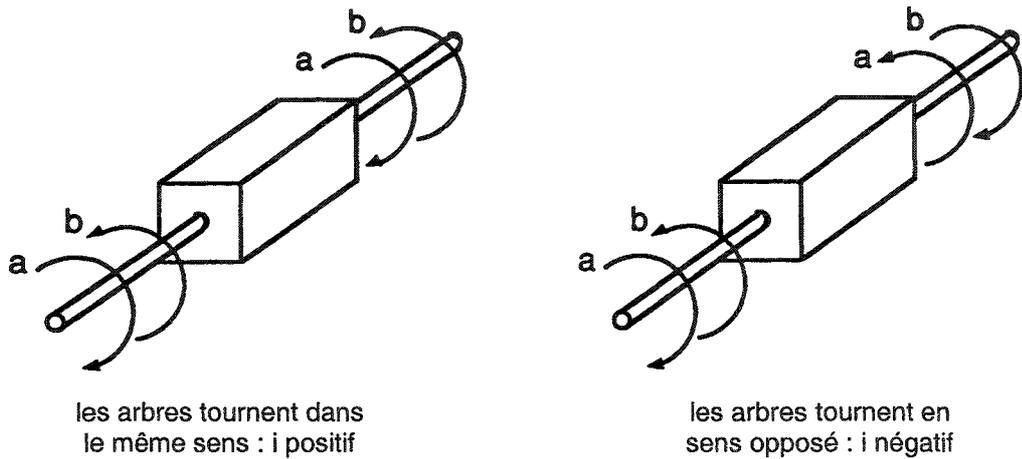


Fig. 6.2 Signe du rapport de transmission entre arbres parallèles.

Cette notion de signe peut être utile pour l'étude des transmissions à engrenages, lorsque les arbres sont **parallèles**.

L'étude du signe est plus délicate dans le cas où les arbres ne sont pas parallèles.

Selon la valeur du rapport de transmission, on appelle :

- $|i| > 1$: **réducteur de vitesse**
- $|i| < 1$: **multiplicateur de vitesse**
- $|i| = 1$: **transmission directe**
- $i < 0$: **inverseur de marche**

$|i|$ peut prendre diverses valeurs discrètes entre $|i_{\min}|$ et $|i_{\max}|$: boîte de vitesse,

$|i|$ peut varier de manière continue entre $|i_{\min}|$ et $|i_{\max}|$: variateur de vitesse,

Dans le cas des variateurs de vitesse, on appelle **marge de réglage**, le rapport

$$R = \frac{|i_{\min}|}{|i_{\max}|} \quad (2)$$

Par intégration et par dérivation du numérateur et du dénominateur de (1), on a aussi :

$$i = \frac{\theta_1}{\theta_2} = \frac{\dot{\omega}_1}{\dot{\omega}_2} \text{ etc ...} \quad (3)$$

θ_1 et θ_2 sont les rotations angulaires.

La valeur $|i|$ est appelée **rapport de vitesse**.

6.1.2 Rendement

Par définition, le rendement est :

$$\eta = \frac{\text{énergie sortie}}{\text{énergie entrée}} = \frac{W_2}{W_1} \quad (1)$$

$$\eta = \frac{\text{puissance de sortie}}{\text{puissance à l'entrée}} = \frac{P_2}{P_1} \quad (2)$$

$$\text{On peut écrire : } \eta = \frac{\omega_2 M_2}{\omega_1 M_1} = \frac{1}{i} \frac{M_2}{M_1}$$

$$\text{D'où : } M_2 = \eta i M_1 \quad (3)$$

Au rendement près, le couple de sortie varie inversement proportionnellement à la vitesse de sortie.

Dans tout mécanisme, il y a une dissipation d'énergie par frottement, désignée par W_{fr} . Ce travail est dissipé en chaleur, soit la perte :

$$W_{fr} = Q \quad (4)$$

Cette chaleur provoque l'échauffement des mécanismes. La perte est formulée comme suit :

$$W_{fr} = Q = W_1 - W_2 = (1 - \eta)W_1 = \frac{1 - \eta}{\eta} W_2 \quad (5)$$

On considérant la puissance, on a de la manière analogue :

$$P_{fr} = \dot{Q} = P_1 - P_2 = (1 - \eta) P_1 = \frac{1 - \eta}{\eta} P_2 \quad (6)$$

$$\text{On appelle } \mathbf{\text{coefficient de perte}} : \varphi = \frac{W_{fr}}{W_1} \quad (7)$$

$$\text{On a alors la relation : } \eta = 1 - \varphi \quad (8)$$

$$\text{Théoriquement on a : } \eta \leq 1 \quad (9)$$

$$\text{et pratiquement toujours : } \eta < 1 \quad (10)$$

A partir de (7) et (8), on voit que le rendement est nul si $W_{fr} = W_1$. Toute l'énergie motrice est dissipée en chaleur, l'énergie de sortie est nulle. On dit que le **mouvement se fait à vide**.

Si $W_1 < W_{fr}$ aucun mouvement d'entraînement par l'élément moteur n'est possible. Le mécanisme est **auto-freinant**.

En résumé :

$$\text{Fonctionnement habituel normal : } 0 \leq \eta < 1 \quad (11)$$

$$\text{Marche à vide : } \eta = 0 \quad (12)$$

$$\text{Autofreinage, blocage : } \eta < 0 \quad (13)$$

Dans le cas des transmissions positives (sans possibilité de glissement : engrenages, courroies dentées), le rapport de transmission est indépendant de la charge, le rendement n'affecte que le couple transmis. Dans les transmissions non positives, le rendement affecte le couple transmis, et aussi le rapport de transmission (glissement).

6.1.3 Changement de marche

L'organe récepteur d'une machine doit parfois pouvoir fonctionner dans les deux sens. Par exemple, une tête d'imprimante balaye de gauche à droite et de droite à gauche la feuille de papier à imprimer ; un film, une bande magnétique, sont mus dans les deux sens. On dit alors qu'il y a changement de marche. Le changement de marche peut s'effectuer de deux manières :

1) Inversion directe du sens de marche du moteur

Le changement de marche de moteurs électriques est particulièrement facile à réaliser par inversion de polarité des moteurs à courant continu, ou par commutation différente des phases des moteurs à commutation électronique.

2) Installation d'un inverseur de marche mécanique dans la chaîne de transmission cinématique

Voici quelques exemples :

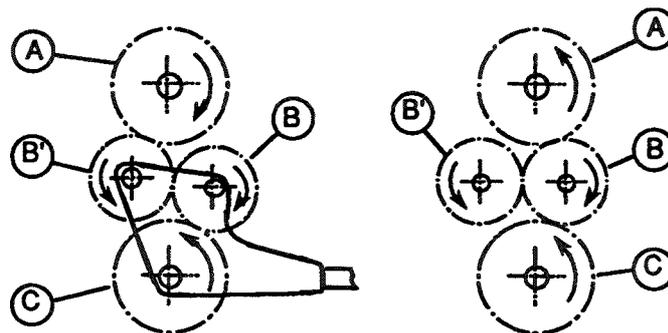


Fig 6.3 Inverseur mécanique.

Les roues intermédiaires B et B' sont montées folles sur le levier de changement de marche.

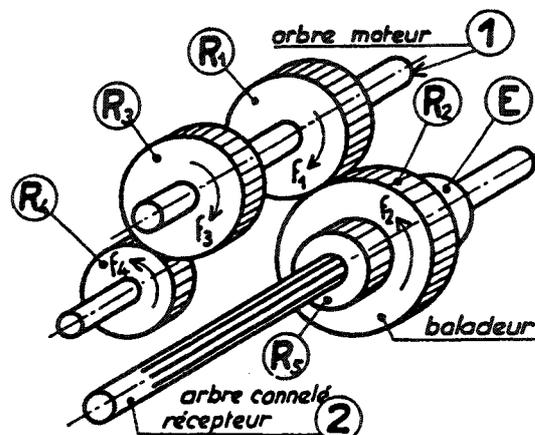
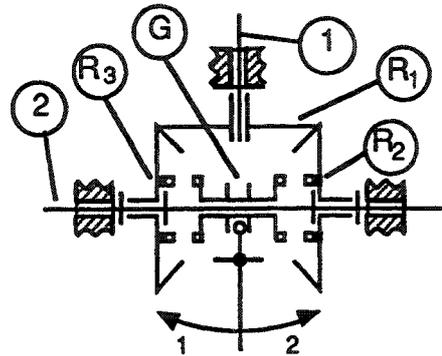


Fig 6.4 Inverseur mécanique à baladeur.

Les arbres sont reliés par R_1 , R_2 , ou en déplaçant le baladeur par R_3 , R_4 , R_5 . Le changement de marche s'accompagne ici d'un changement de vitesse.



L'engrenage moteur R_1 engrène avec les roues coniques R_2 et R_3 qui tournent folles sur l'arbre récepteur (2), en sens inverse. L'embrayage double à crabots G coulisse sur l'arbre (2) et peut être mise en prise avec R_2 ou avec R_3 . G entraîne l'arbre (2).

Fig 6.5 Inverseur mécanique à engrenages coniques.

6.1.4 Réversibilité

Un système est dit **réversible** si l'énergie peut y circuler dans les deux sens.



Fig. 6.6 Système réversible

Dans le cas du plan incliné, le système est réversible si l'application de la force verticale P fait glisser le corps dans le sens de la descente du plan, donc si :

$$P \operatorname{tg}(\theta - \rho) > 0$$

$$\mu = \tan \rho \quad (\text{voir chapitre 3})$$

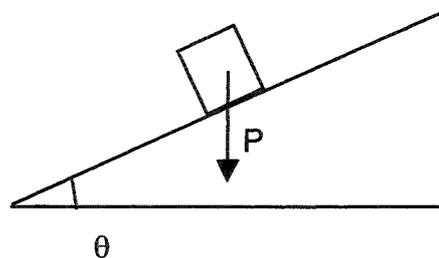


Fig. 6.7 Plan incliné (cas de la descente)

La réversibilité de la circulation d'énergie n'a rien à voir avec le sens du mouvement. Si l'on considère le cas d'une voiture, on voit qu'il y a réversibilité de la circulation d'énergie à la descente en marche avant

(frein - moteur), alors que la voiture circule toujours dans le même sens qu'en gravissant une côte.

Nous allons maintenant montrer qu'un mécanisme non réversible a un rendement inférieur à 0,5 dans le sens de la fourniture d'énergie au récepteur par un moteur. Pour cela, calculons le rendement pour chaque sens de circulation de l'énergie.

Le moteur entraîne le récepteur (fig. 6.8)

Rendement dans le sens 1 vers 2 :

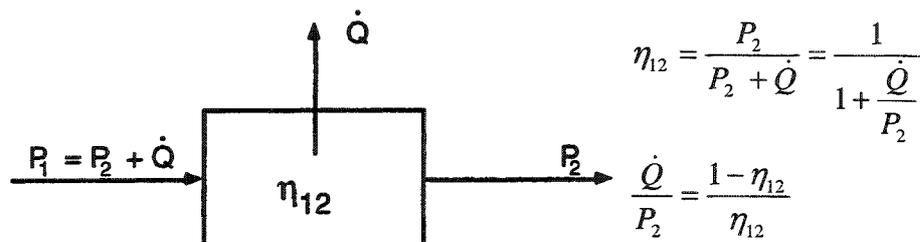


Fig. 6.8 Transmission de 1 vers 2.

Le récepteur entraîne le moteur (fig. 6.9)

Rendement dans le sens 2 vers 1 :

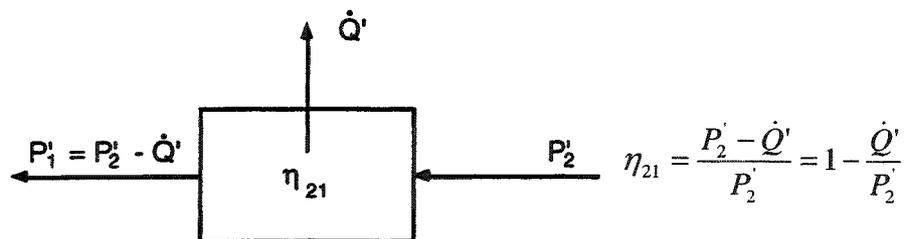


Fig. 6.9 Transmission de 2 vers 1.

On admet que la puissance perdue est une proportion constante de la puissance sur l'élément 2, soit :

$$\frac{\dot{Q}'}{P_2'} = \frac{\dot{Q}}{P_2}$$

$$\eta_{21} = 1 - \frac{\dot{Q}}{P_2} = 1 - \frac{1 - \eta_{12}}{\eta_{12}} = 2 - \frac{1}{\eta_{12}} \quad (1)$$

On a toujours $\eta_{21} < \eta_{12}$. Si $\eta_{21} < 0$, il n'y a pas d'énergie transmise vers 1 ; cela signifie que le mécanisme se bloque par arc-boutement ($P_2' = 0$ car il n'y a plus de mouvement).

De la relation (1) nous tirons la conclusion importante suivante :

Un mécanisme irréversible a un rendement inférieur à 0,5 dans son sens normal d'utilisation. On rencontre des cas d'irréversibilités dans les mécanismes à vis et écrou, vis sans fin, etc...

6.1.5 Blocage par le frottement naturel

Considérons maintenant un mécanisme qui transforme par exemple un mouvement de rotation θ_1 en un autre mouvement de rotation θ_2 (fig. 6.10).

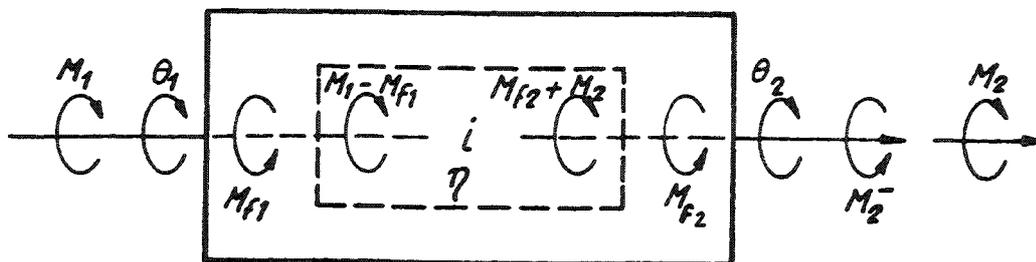


Fig. 6.10 Mécanisme de rotation avec couples de frottement.

Un couple constant M_1 est appliqué à l'arbre d'entrée. Après déduction d'un couple de frottement M_{f1} , le mécanisme reçoit le couple net d'entrée $M_1 - M_{f1}$. Ce couple est ensuite transformé avec un rapport de transmission $|i|$ et un rendement η , M_{f2} étant le couple de frottement de l'arbre de sortie, et M_2 le couple disponible transmis au récepteur, on a :

$$(M_1 - M_{f1}) \eta |i| = M_2 + M_{f2} \quad (1)$$

$$M_2 = (M_1 - M_{f1}) \eta |i| - M_{f2} \quad (2)$$

Le mouvement est impossible et le mécanisme se bloque si $M_2 \leq 0$. Le blocage intervient lorsque

$$|i| \leq \frac{M_{f2}}{(M_1 - M_{f1}) \eta} \quad (3)$$

Ordre de grandeur de $|i|$:

Exemple : $M_1 = 1 \text{ Nm}$
 $M_{f1} = 0.04 \text{ Nm}$
 $M_{f2} = 0.01 \text{ Nm}$
 $\eta = 0.9$
 Rapport de transmission limite $|i| = 0.0116$

Ce résultat et la pratique des transmissions permettent de tirer les conclusions suivantes :

1. Il y a risque de blocage des mécanismes multiplicateurs de vitesse.
2. Les multiplicateurs de vitesse et les amplificateurs de mouvement doivent toujours être construits avec grand soin en réduisant le plus possible les frottements (horlogerie, micromécanique, instruments de mesure).
3. Il n'y a pas de risque de blocage spontané avec les mécanismes réducteurs de vitesse.

On aboutit à des conclusions identiques en généralisant la théorie à des mécanismes effectuant des mouvements quelconques.

6.1.6 Groupement de mécanismes

6.1.6.1 Mise en série de mécanismes

L'énergie motrice traverse souvent une chaîne d'organes de transmission installés en série du point de vue du flux d'énergie (fig. 6.11).



Fig. 6.11 Chaîne cinématique.

Le rendement global de la chaîne est :

$$\eta = \frac{W_n}{W_0} = \frac{W_1}{W_0} \frac{W_2}{W_1} \dots \frac{W_n}{W_{n-1}}$$

$$\eta = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \dots \cdot \eta_n \quad (1)$$

Le rendement global d'une chaîne cinématique constituée d'organes mis en série est égal au produit des rendements de chacun des organes.

Si la chaîne cinématique comprend n organes de transmission tournants (fig. 6.12), on peut calculer le rapport de transmission global :

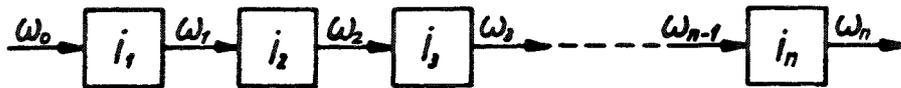


Fig. 6.12 Vitesses dans une chaîne cinématique d'éléments tournants.

$$i = \frac{\omega_0}{\omega_n} = \frac{\omega_0}{\omega_1} \frac{\omega_1}{\omega_2} \dots \frac{\omega_{n-1}}{\omega_n}$$

$$i = i_1 \cdot i_2 \cdot \dots \cdot i_n \quad (2)$$

Le rapport de transmission global est égal au produit du rapport de transmission de chacun des organes de transmission en série.

6.1.6.2 Mise en parallèle de mécanismes

Considérons une chaîne cinématique ramifiée où l'énergie motrice est distribuée en plusieurs sorties (fig. 6.13).

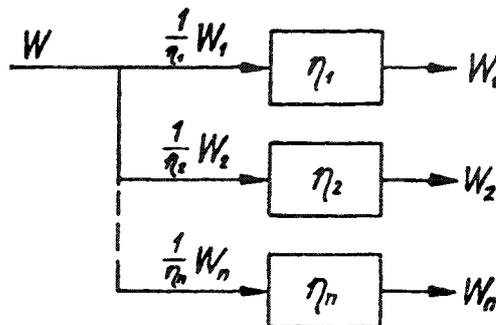


Fig. 6.13 Chaîne cinématique ramifiée.

Energie de sortie : $W_1 + W_2 + \dots + W_n$

Energie d'entrée : $W = \frac{W_1}{\eta_1} + \frac{W_2}{\eta_2} + \dots + \frac{W_n}{\eta_n}$

D'où le rendement global : $\eta = \frac{W_1 + W_2 + \dots + W_n}{\frac{W_1}{\eta_1} + \frac{W_2}{\eta_2} + \dots + \frac{W_n}{\eta_n}}$ (3)

6.1.7 Equilibre statique des transmissions

Considérons une transmission à l'entrée de laquelle est appliqué un moment M_1 , et dont il sort un moment M_2 (fig. 6.14). Pour que le système soit en équilibre statique, il faut que le bâti de l'appareil applique à la transmission un moment M_3 satisfaisant l'équation d'équilibre.

$$\sum \vec{M} = 0 \quad \vec{M}_1 + \vec{M}_2^- + \vec{M}_3 = 0 \quad (1)$$

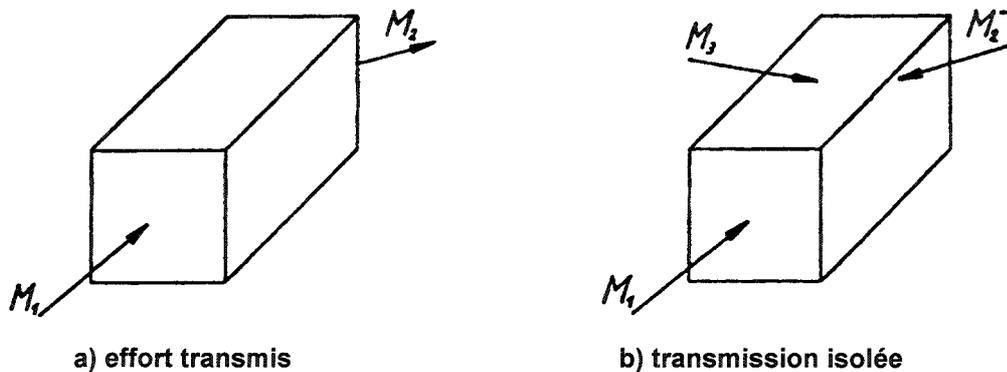


Fig. 6.14 Equilibre statique d'une transmission.

Considérons plus particulièrement l'équilibre des moments d'une transmission à arbres parallèles. Le moment du bâti est :

$$M_3 = M_2 - M_1 \quad (2)$$

En introduisant la relation 6.1.2 (3), on a

$$M_3 = (\eta i - 1) M_1 \quad (3)$$

S'il y a une inversion du sens de marche, $i < 0$, le moment de bâti M_3 est grand, car il y a addition des moments M_1 et M_2 .

Si le sens de marche est le même, $i > 0$, le moment d'équilibre par le bâti est nul si

$$\eta i = 1$$

Dans le cas particulier d'un arbre de transmission $i = 1$ et $\eta = 1$, il n'y a pas besoin de bâti du point de vue de la transmission du moment car $M_3 = 0$.

6.1.8 Rigidité, jeu

La rigidité et le jeu d'une transmission caractérisent les performances d'une transmission tout comme le rapport des transmissions ou le rendement.

Considérons une transmission dont le carter et l'arbre de sortie sont reliés rigidement au bâti de la machine.

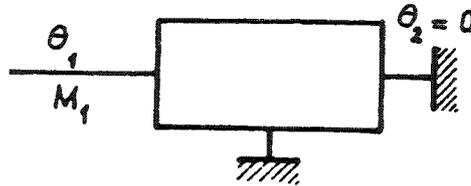


Fig. 6.15 Transmission avec arbre de sortie et carter immobilisés.

L'arbre de sortie est donc immobilisé et ne peut pas tourner, $\theta_2 = 0$. Appliquons un couple M_1 à l'arbre d'entrée. Sous l'effet de cet effort, les pièces de la transmission subissent des déformations, par exemple les arbres se tordent, les dents d'engrenages fléchissent. Il en résulte que l'arbre d'entrée tourne d'un angle θ_1 . La relation entre l'effort appliqué et la déformation peut s'écrire sous la forme générale $M_1(\theta_1)$. La rigidité de la transmission est par définition :

$$K = \frac{dM_1}{d\theta_1} \quad (1)$$

La souplesse est l'inverse de la rigidité.

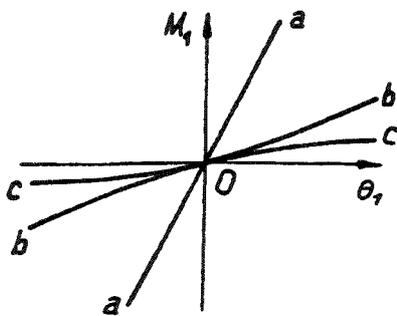


Fig. 6.16a Déformation d'une transmission.

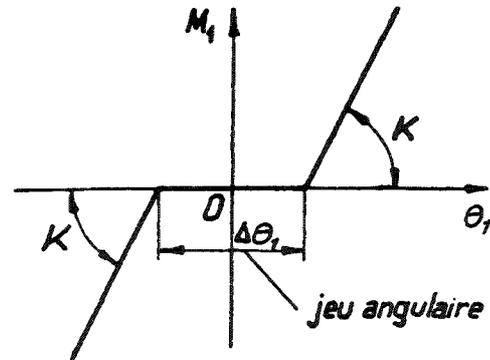


Fig. 6.16b Jeu de transmission.

La figure 6.16 a présente la caractéristique $M_1(\theta_1)$ de transmissions. La relation linéaire a) est typique des transmissions dont toutes les pièces sont métalliques. La rigidité est constante. Les transmissions dotées de pièces déformables en caoutchouc ont une rigidité beaucoup plus petite dont le comportement n'est souvent pas linéaire, courbes b) et c).

Lorsque la transmission présente du jeu, on peut tourner l'arbre d'entrée d'un angle $\Delta\theta_1$, à force nulle ; au-delà le moment croît selon une caractéristique semblable à celle qu'on aurait s'il n'y avait pas de jeu (fig. 6.16 b).

6.1.9 Couple et moment d'inertie réduit

Un moteur, la plupart du temps électrique, actionne l'organe récepteur par l'intermédiaire d'un système de transmission dont les différents éléments tournent à des vitesses différentes. Souvent, il existe aussi des organes en translation.

Pour étudier la dynamique d'un système compliqué, on peut simplifier le problème en écrivant l'équation dynamique pour un organe de masse ou d'inertie fictive dont l'effet est le même que toutes les masses et inerties du système réel. Cette méthode s'appelle la **réduction du système**. L'élément auquel on applique l'équation dynamique est l'**élément de réduction**.

Considérons par exemple un moteur qui entraîne un récepteur par l'intermédiaire d'une transmission. Nous effectuons la réduction en un point quelconque de la transmission (fig. 6.17). Si l'élément de réduction est un arbre, la masse fictive est un volant dont le moment d'inertie réduit est J_r .

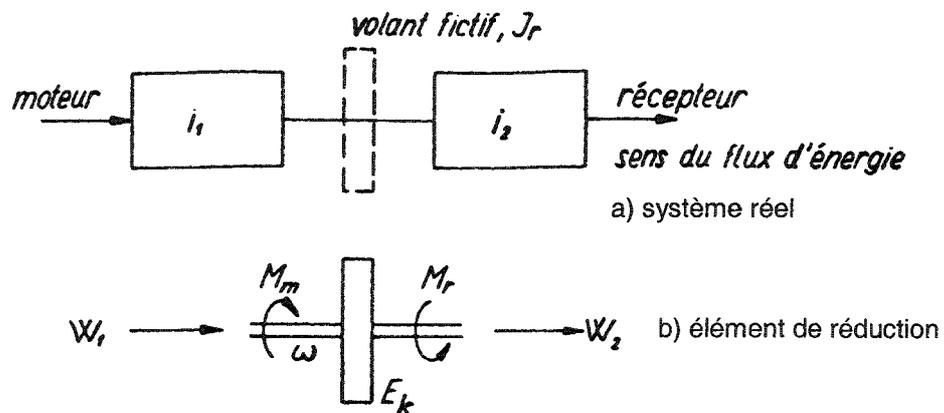


Fig. 6.17 Eléments de réduction.

Réduction des couples statiques

M_m est le couple moteur appliqué par la transmission 1 à l'arbre du volant fictif, et M_r est le couple résistant du récepteur ramené à l'arbre du volant. On calcule M_m et M_r selon 6.1.2, en tenant compte du rendement de la transmission dans le sens du flux d'énergie considéré.

Réduction des inerties

Le calcul du moment d'inertie réduit J_r est basé sur un raisonnement énergétique. La figure 6.18 montre une chaîne cinématique composée de m et n éléments en série. Considérons le flux d'énergie nécessaire pour accélérer le système par le moteur.

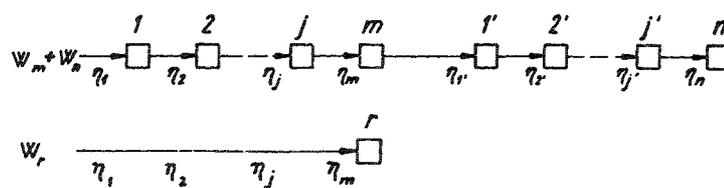


Fig. 6.18 Réduction des inerties.

L'énergie cinétique d'un quelconque élément est fournie par le moteur, mais il faut tenir compte des pertes qui interviennent, entre le moteur et l'élément considéré. Appelons E_{c_j} l'énergie cinétique de l'élément j . L'énergie totale fournie par le moteur pour m premiers éléments est

$$W_m = \frac{E_{c_1}}{\eta_1} + \frac{E_{c_2}}{\eta_1 \cdot \eta_2} + \frac{E_{c_3}}{\eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \dots \cdot \eta_3} + \dots + \frac{E_{c_m}}{\eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \dots \cdot \eta_m} = \sum_{j=1}^m \frac{E_{c_j}}{\prod_{i=1}^j \eta_i}$$

Pour les n éléments suivants (l'énergie traverse les m premiers chaînons)

$$W_n = \frac{1}{\eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \dots \cdot \eta_m} \sum_{j=1}^n \frac{E_{c_j'}}{\prod_{i=1}^j \eta_i'}$$

Pour que la masse réduite ou le moment d'inertie réduit acquièrent l'énergie cinétique E_{cr} , il faut que le moteur fournisse l'énergie

$$W_r = \frac{1}{\eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \dots \cdot \eta_m} E_{cr}$$

On admet

1. La vitesse du volant fictif, ou de la masse fictive, est égale à celle de l'élément de réduction ;
2. L'énergie fournie par le moteur au système fictif est égale à celle qu'il fournit au système réel.

$$W_r = W_m + W_n$$

En introduisant les expressions ci-dessus, on en tire l'énergie cinétique de l'élément réduit

$$E_{cr} = \sum_{j=1}^m \prod_{i=1}^m \eta_i E_{c_j} + \sum_{j=1}^n \frac{E_{c_j'}}{\prod_{i=1}^j \eta_i'} \quad (1)$$

Partant de là, on peut maintenant calculer la valeur du moment d'inertie réduit ou de la masse réduite. On remarque que le rendement des organes de transmission est au numérateur lorsque ces derniers sont en amont de l'élément de réduction, tandis que le rendement est au dénominateur lorsque les organes concernés sont en aval.

Le rendement des organes de transmission est souvent élevé. On peut alors négliger les pertes d'énergie. La formule (1) se simplifie

$$E_{cr} = \sum_1^m E_{c_j} + \sum_{i'}^n E_{c_j'} \quad (2)$$

L'énergie cinétique de l'élément réduit est égale à l'énergie cinétique totale du système.

Exemple : moment d'inertie réduit du chariot d'une imprimante

La figure 6.19 représente le schéma de la chaîne cinématique d'un chariot d'imprimante.

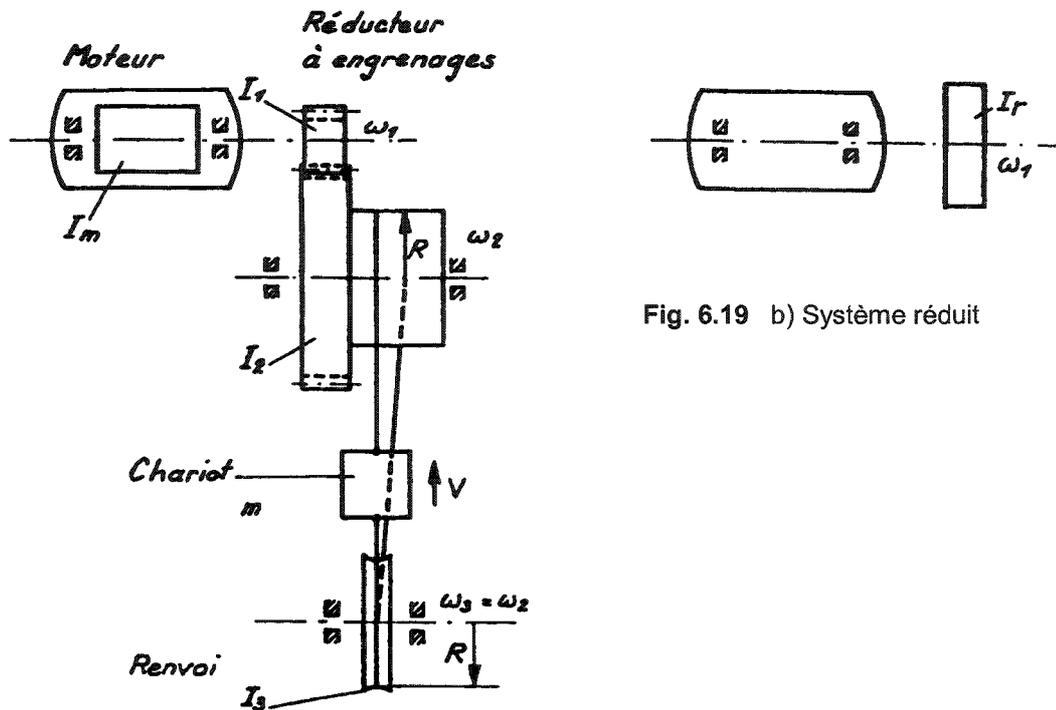


Fig. 6.19 a) Schéma de la chaîne cinématique d'un chariot d'imprimante.

Appliquons la formule (1). η_1 est le rendement du réducteur, η_2 le rendement de l'enroulement du câble sur le tambour et du déplacement du chariot, η_3 le rendement du renvoi.

$$I_r \frac{\omega_1^2}{2} = I_m \frac{\omega_1^2}{2} + I_1 \frac{\omega_1^2}{2} + I_2 \frac{\omega_2^2}{2\eta_1} + m \frac{V^2}{2} \frac{1}{\eta_1 \eta_2} + I_3 \frac{\omega_2^2}{2\eta_1 \eta_2 \eta_3}$$

$$V = \omega_2 R$$

$$\omega_2 = \frac{\omega_1}{i}$$

$$V = \frac{\omega_1}{i} R$$

Après remplacement et division par $\frac{\omega_1^2}{2}$

$$I_r = I_m + I_1 + \frac{1}{\eta_1 i^2} I_2 + \frac{1}{\eta_1 \eta_2 i^2} m R^2 + \frac{1}{\eta_1 \eta_2 \eta_3 i^2} I_3$$

L'effet des inerties en aval du réducteur est réduit dans le rapport $\frac{1}{\eta i^2}$

Lorsque le moteur travaille en freinage (les différentes masses et inerties sont des moteurs)

$$I_3 \frac{\omega_2^2}{2} \eta_3 \eta_2 \eta_1 + \frac{m \omega_2^2 R^2}{2} \eta_1 \eta_2 + \frac{I_2 \omega_2^2}{2} \eta_1 + \frac{(I_m + I_1) \omega_1^2}{2} = I_R \frac{\omega_1^2}{2}$$

En remplaçant ω_2 par $\frac{\omega_1}{i}$ et en divisant par $\frac{\omega_1^2}{2}$, on obtient :

$$I_R = I_m + I_1 + I_2 \frac{\eta_1}{i^2} + mR^2 \frac{\eta_1 \eta_2}{i^2} + I_3 \frac{\eta_1 \eta_2 \eta_3}{i^2}$$

Lorsque les différents rendements $\eta_1 = \eta_2 = \eta_3 = 1$; $I_R = I_r$

6.1.10 Principes

La boîte noire « transmission » peut être réalisée de différentes façons.

Voici les principales :

- Transmission par friction
- Transmission par courroies plates, trapézoïdales, élastiques, crantées*
- Transmission par chaînes*
- Transmission par engrenages* : droits, hélicoïdaux, coniques.

*Transmission dites positives garantissant un rapport i constant (mis à part l'effet polygonal ; voir 6.4).

6.2 Transmission par friction

Un couple relativement faible peut être transmis par des éléments roulants pressés les uns sur les autres.

Les transmissions par friction peuvent être classées de la façon suivante : (fig. 6.20)

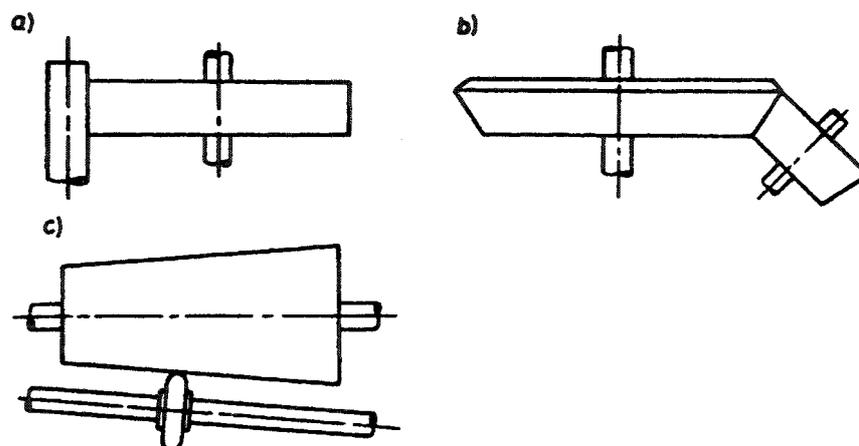


Fig. 6.20 Eléments de transmission par friction

- a) pour axes parallèles
 b) pour axes concourants
 c) pour variateur de vitesse continu.
- } rapport de transmission constant

Dans les transmissions par friction, la puissance entre deux arbres est transmise par le frottement sur les roues lisses pressées les unes contre les autres. Si d_1 et d_2 sont les diamètres de roulement des deux roues, en supposant le glissement négligeable entre les roues, les vitesses circonférencielles sont égales :

$$u_1 = u_2 \quad u_1 = \frac{1}{2} d_1 \omega_1 \text{ pour la roue 1}$$

$$u_2 = \frac{1}{2} d_2 \omega_2 \text{ pour la roue 2}$$

Le rapport de transmission entre les deux roues est :

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_2}{d_1}$$

Il se produit pratiquement toujours du glissement entre les cylindres, de telle sorte que $i \neq d_2/d_1$. Le rapport de transmission i peut atteindre 6 dans les constructions courantes. Le rendement de la transmission dépend des matériaux utilisés et des pertes dans les paliers ; ces dernières deviennent importantes si les effets des appuis sont importants (ordre de grandeur de η : 90...95%). Certaines dispositions particulières des roues permettent de varier le rapport de transmission ; ces variateurs mécaniques conviennent aux faibles puissances et se caractérisent par la simplicité de leur construction.

6.2.1 Transmission des efforts et contrôles

La force de frottement tangentielle est produite par la composante normale N grâce au frottement (fig. 6.21).

1.- Transmission de la force tangentielle

La transmission de la force tangentielle F_t ne doit pas provoquer le glissement entre les deux roues ; cette condition est satisfaite si en chaque instant $F_t \leq F_0$. La sécurité au glissement S_g doit être d'au moins 1.4, mais atteint le plus souvent 2 à 3. La force normale minimale vaut :

$$N_{\min} \geq \frac{1.4 F_t}{\mu}$$

Pour les transmissions à surfaces sèches, il faut prévoir une protection efficace des surfaces contre tout lubrifiant. Le glissement qui se produit inévitablement par suite des déformations des surfaces de contact crée inmanquablement une certaine imprécision dans le rapport de transmission.

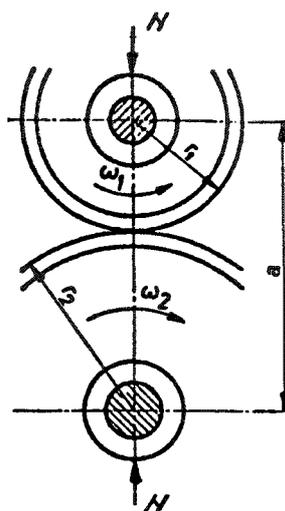


Fig. 6.21 Transmission par 2 roues de rayon r_1 et r_2 .

Différents coefficients de frottement :

Matériaux en contact	Coefficient μ
Caoutchouc sur acier à sec	0.35 à 0.65
Acier trempé sur acier trempé lubrifié	0.03 à 0.10
Acier sur POM (Delrin®) à sec	0.10 à 0.20

2.- Pression spécifique

Cette pression est déterminée selon la même méthode que celle indiquée au paragraphe 4.3.5 (pression herztienne).

Rappel :

$$\text{Courbure réduite : } \frac{1}{r} = \frac{1}{r_1} \pm \frac{1}{r_2}$$

+ : tangence extérieure

- : tangence intérieure

$$\text{Module d'élasticité équivalent : } E = \frac{2 \cdot E_1 \cdot E_2}{E_1 + E_2}$$

Contact sphère contre sphère avec coefficient de Poisson de 0.3 :

$$p_0 = 0.388 \sqrt[3]{N E^2 \frac{1}{r^2}}$$

Contact cylindrique contre cylindre avec axes parallèles :

$$p_0 = 0.418 \sqrt{\frac{N \cdot E}{l r}} \text{ avec } l : \text{ longueur de la génératrice de contact.}$$

p_0 admissible donnée en $[\text{N}/\text{mm}^2]$:

- charge statique : contact le long d'une ligne : $p_0 = 0.7 \dots 0.8 \text{ HB}$
 contact ponctuel : $p_0 = 0.35 \dots 0.4 \text{ HB}$

- charge dynamique : $p_0 = 0.25 \dots 0.3 \text{ HB}$

$p_{0 \text{ adm}} = 0,3 \text{ HB}$ correspond à environ $p_{0 \text{ adm}} = 0,1 \text{ Rm}$.

6.2.2 Dispositions particulières

1) Axes concourants (fig. 6.22)

Pour diminuer au maximum les pertes par frottement, la transmission du couple doit se faire par la génératrice commune aux 2 troncs de cône de sommet identique.

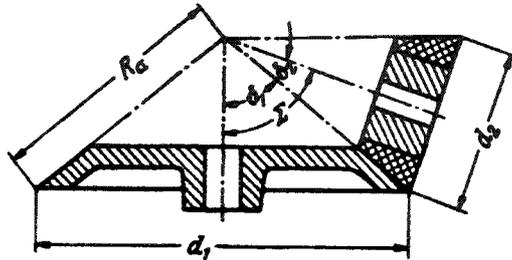


Fig. 6.22 Transmission à rapport constant entre 2 axes concourants.

Le rapport d'une telle transmission vaut :

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{d_2}{d_1} = \frac{\sin \delta_2}{\sin \delta_1}$$

Si Σ est l'angle formé par les 2 axes concourants

$$i = \frac{\sin(\Sigma - \delta_1)}{\sin \delta_1} = \frac{\sin \Sigma \cos \delta_1 - \cos \Sigma \sin \delta_1}{\sin \delta_1} = \frac{\sin \Sigma}{\tan \delta_1} - \cos \Sigma$$

$$\tan \delta_1 = \frac{\sin \Sigma}{i + \cos \Sigma}$$

$$\text{Si } \Sigma = 90^\circ \rightarrow \tan \delta_1 = \frac{1}{i}$$

2) Transmission à rapport variable en continu

a) Axes concourants

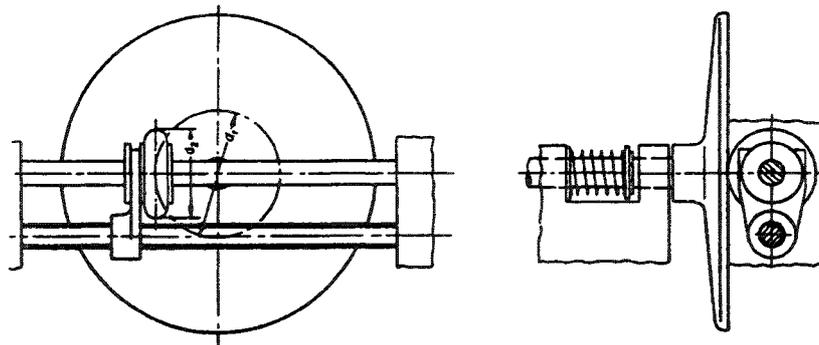


Fig. 6.23 Transmission à rapport variable en continu à axes concourants.

Rapport de transmission

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_1} \quad d_1 \text{ est variable par déplacement de la roue de } \varnothing d_2.$$

b) Axes parallèles

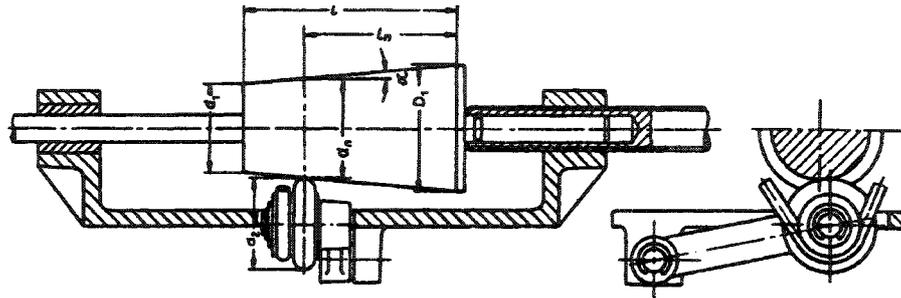


Fig. 6.24 Transmission à rapport variable en continu à axes parallèles.

Rapport de transmission :

$$i = \frac{n_1}{n_2} = \frac{d_2}{d_n} = \frac{d_2}{D_1 - 2l_n \tan \alpha} = \frac{d_2}{D_1 - \frac{l_n(D_1 - d_1)}{l}}$$

6.3 Transmission par courroies

Lorsqu'on doit transmettre de façon continue un couple entre deux arbres tournants éloignés l'un de l'autre, on débouche souvent sur la solution de la courroie, moins lourde et encombrante que l'engrenage ou la chaîne.

En fonction des caractéristiques de la transmission, on envisage l'utilisation de courroies plates, trapézoïdales, dentées ou élastiques.

La courroie **plate** est utilisée pour des transmissions à vitesse élevée, pour lesquelles une synchronisation des arbres n'est pas exigée (glissement).

L'avantage de ce type est un bruit très faible à haute vitesse ; afin d'augmenter le couple transmissible par des courroies lisses, on peut utiliser des courroies **trapézoïdales**.

Si les arbres liés par la courroie doivent être synchrones, on utilise des courroies **crantées** qui, si elles sont correctement dimensionnées, assurent une transmission sans glissement, mais avec une légère variation due à l'effet polygonal (voir 6.4).

6.3.1 Transmission par courroies plates

Dans les anciennes machines, les courroies plates étaient réalisées en cuir ; en petite mécanique, on les rencontrait en tissu de coton. A l'heure actuelle, en microtechnique, les courroies plates sont réalisées en matières synthétiques, généralement avec une bande d'adhérence et une bande de traction renforcée par un câblage de fils nylon, acier, fibres de verre, Kevlar® (fibre aramide de Dupont dont le module d'élasticité est voisin de l'acier ($\approx 70\%$) et la résistance à la traction de l'ordre de $2\,500\text{ MN/m}^2$).

Les courroies plates permettent des vitesses maxima de l'ordre de 80 m/s .

$$\text{Le rapport de transmission } i = \frac{\omega_1}{\omega_2} \approx \frac{D_2}{D_1}$$

avec D : Diamètre sur lequel s'enroule la fibre neutre de la courroie.

6.3.1.1 Couple transmissible

Considérons la transmission à courroie de la figure 6.25.

La courroie est enroulée sur une poulie cylindrique, selon l'arc d'angle au centre α . Deux forces T_1 et T_2 agissent sur la courroie. La poulie motrice (couple M) tourne à vitesse ω . Des forces de frottement F prennent naissance entre la poulie et la courroie. Une force centrifuge tend à décoller la courroie de la poulie.

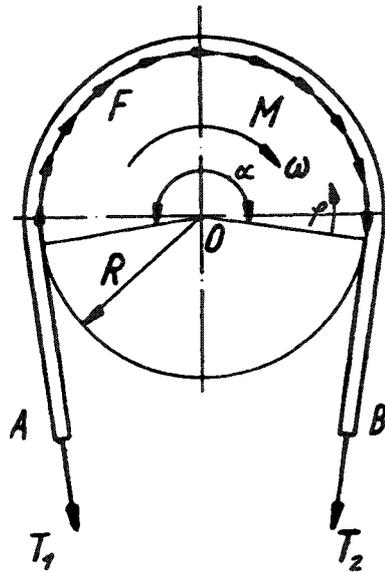


Fig. 6.25 Courroie plate coopérant avec une poulie lisse.

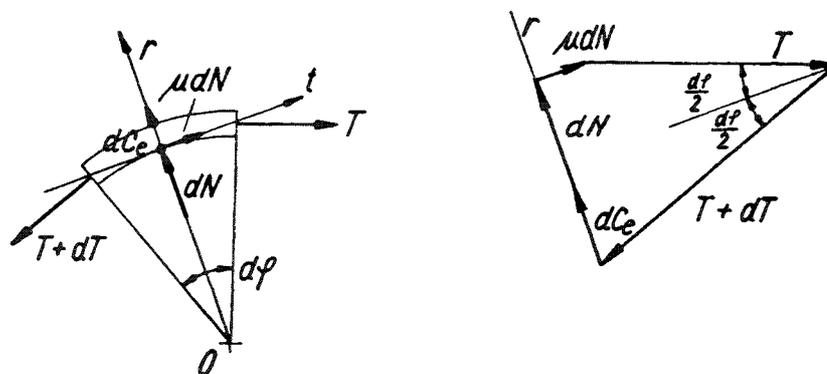


Fig. 6.26 Élément de courroie isolé.

Isolons un élément de courroie d'angle $d\varphi$ (figure 6.26). La traction dans la courroie applique cette dernière sur la jante de la poulie avec la force dP , alors que la force centrifuge dC_e tend à l'effet inverse. La jante de la poulie exerce sur la courroie la réaction dN . Cette force radiale applique à la courroie la force de frottement μdN .

Exprimons l'équilibre en projetant les forces sur le rayon r et sur la tangente t .

$$\text{Projection sur } r : dC_e + dN - T \sin \frac{d\varphi}{2} - (T + dT) \sin \frac{d\varphi}{2} = 0$$

$$dC_e + dN - 2T \sin \frac{d\varphi}{2} - dT \sin \frac{d\varphi}{2} = 0$$

$$\text{Projection sur } t : \mu dN + T \cos \frac{d\varphi}{2} - (T + dT) \cos \frac{d\varphi}{2} = 0$$

$$\mu dN - dT \cos \frac{d\varphi}{2} = 0$$

$$\text{De plus : } \sin \frac{d\varphi}{2} \approx \frac{d\varphi}{2} \quad \cos \frac{d\varphi}{2} \approx 1$$

$$dT \sin \frac{d\varphi}{2} \text{ négligeable vis-à-vis des autres termes}$$

$$\text{d'où : } dC_e + dN - T d\varphi = 0$$

$$\mu dN - dT = 0$$

$$dC_e = -\frac{dT}{\mu} + T d\varphi$$

où : $dC_e =$ effet de la force centrifuge

$$dC_e = dm \omega^2 R$$

Le matériau de la courroie a une densité γ , et s est la section de la courroie

$$dC_e = \gamma s R d\varphi \omega^2 R = \gamma s R^2 \omega^2 d\varphi = \underbrace{\gamma s v^2}_{C} d\varphi$$

$$\frac{dT}{\mu} = (T - C) d\varphi$$

$$\frac{dT}{(T - C)} = \mu d\varphi$$

Intégrons entre les limites.

$$\ln(T - C) \Big|_{T_2}^{T_1} = \mu \varphi \Big|_0^\alpha \quad \varphi = 0 \rightarrow T = T_2$$

$$\varphi = \alpha \rightarrow T = T_1$$

$$\frac{(T_1 - C)}{(T_2 - C)} = e^{\mu\alpha} \quad (1)$$

$$R(T_1 - T_2) = M = F R$$

$$T_1 = T_2 + F \quad (2)$$

(1) et (2) \rightarrow

$$\boxed{\begin{aligned} T_2 &= \frac{F}{e^{\mu\alpha} - 1} + \gamma s v^2 \\ T_1 &= \frac{F e^{\mu\alpha}}{e^{\mu\alpha} - 1} + \gamma s v^2 \end{aligned}}$$

Dans les cas courants en microtechnique, le terme $\gamma s v^2$ est faible vis-à-vis de celui qui le précède. On néglige ce terme lorsque v est inférieur à 10 m/s ; on obtient donc :

$$T_1 = \frac{F e^{\mu\alpha}}{e^{\mu\alpha} - 1}$$

$$T_2 = \frac{F}{e^{\mu\alpha} - 1} \text{ donc } T_1 = T_2 e^{\mu\alpha}$$

$$F = (T_1 - T_2) = T_2 (e^{\mu\alpha} - 1) = T_1 \frac{e^{\mu\alpha} - 1}{e^{\mu\alpha}}$$

C'est la capacité de transmission d'une courroie.

On peut influencer cette capacité en agissant sur :

- α : angle d'enroulement
- μ : coefficient de frottement
- T_2 : tension appliquée à la courroie

On augmente α par l'adjonction d'un galet tendeur sur le brin conduit (force T_2) (fig. 6.27).

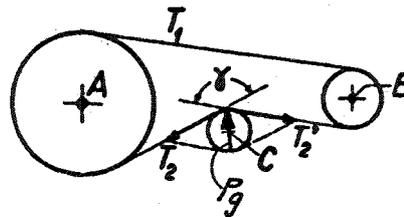


Fig. 6.27 Galet tendeur.

Le coefficient de frottement μ dépend des matériaux en présence. Différents coefficients de frottement :

Nature de la courroie	Matière poulie	Coef. de frottement μ
Coton imprégné	Acier	0,2 ... 0,25
Soie	Acier	0,3
Polyester-Néoprène	Acier	0,5 ... 0,6

Il ne faut pas oublier qu'il est également possible d'augmenter la capacité de transmission (moment, puissance) en augmentant les diamètres des poulies.

6.3.1.2 Calcul des contraintes dans la courroie

Les contraintes dans les courroies ont 2 origines :

a) la traction sous l'effet de T_1 et T_2

$$\sigma_{tr} = \frac{T_1}{s}$$

s : section courroie : a · b
 a : épaisseur de la courroie
 b : largeur de la courroie

b) La contrainte de flexion du fait que la courroie est enroulée sur la poulie

Soit r le rayon de la fibre neutre de la courroie.

Selon le cours de mécanique des structures, au chapitre de la flexion :

$$\frac{1}{r} = \frac{M}{EI}$$

avec M : moment fléchissant
 E : module d'élasticité du matériau plié

I : moment d'inertie $\frac{b a^3}{12}$

$$\sigma_{fl} = \frac{M}{W}$$

avec σ : contrainte max.

W : moment résistant = $\frac{I}{a/2}$

$$M = \frac{EI}{r}$$

$$\sigma_{fl} = \frac{EI}{rW} = \frac{EI a/2}{rI} = \frac{E a}{2r}$$

Pour des raisons de place, on est souvent amené à réaliser des transmissions de faible entraxe, dont une des poulies a un petit diamètre, ce qui impose l'adjonction d'un galet tendeur. Celui-ci provoque une contrainte de flexion alternée très néfaste.

Les ordres de grandeur des contraintes maximum admissibles sont les suivants :

Matière courroie	σ_{adm} (MN/m ²)
Coton imprégné	2
Soie	3.5
Polyester – Néoprène	10
Bande d'acier ressort	≈ 200

Lorsque la flexion est alternée, la contrainte admissible est divisée par 2.

Pour le calcul des courroies renforcées par des câbles, on détermine la contrainte de flexion maximum dans les fils en faisant intervenir leur diamètre.

6.3.1.3 Longueur de la courroie

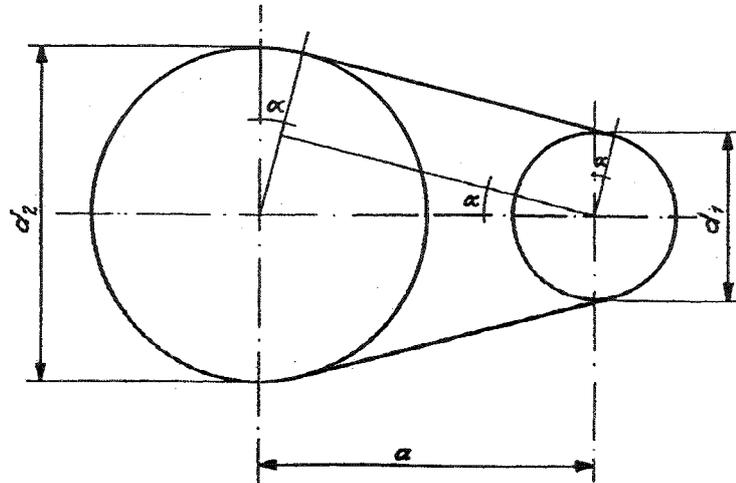


Fig. 6.28 Détermination de la longueur d'une courroie.

d_1 : diamètre de la fibre neutre de la courroie sur la poulie 1

d_2 : diamètre de la fibre neutre de la courroie sur la poulie 2

a : entraxe

L : longueur de la courroie

$$L = \pi \left(\frac{d_1 + d_2}{2} \right) + (d_2 - d_1) \alpha + 2a \cos \alpha \quad (1)$$

$$\sin \alpha = \frac{d_2 - d_1}{2a}$$

Si α peu important : $\sin \alpha \ll 1$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} \approx 1 - \frac{\sin^2 \alpha}{2} = 1 - \frac{(d_2 - d_1)^2}{8a^2}$$

En remplaçant α et $\cos \alpha$ dans (1) :

$$L = \pi \frac{d_1 + d_2}{2} + \frac{(d_2 - d_1)^2}{2a} + 2a \left[1 - \frac{(d_2 - d_1)^2}{8a^2} \right]$$

$$L = \pi \frac{d_1 + d_2}{2} + 2a + \frac{(d_2 - d_1)^2}{4a}$$

6.3.1.4 Liaison d'arbres non parallèles

La transmission entre 2 arbres non parallèles peut être réalisée à l'aide de courroies plates, en effectuant les montages montrés aux figures 6.29 et 6.30.

Chacune des transmissions ne peut tourner que dans un seul sens ; l'inversion entraîne le déraillement de la courroie.

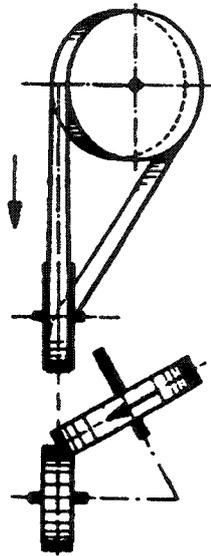


Fig. 6.29a Transmission entre deux arbres quelconques.

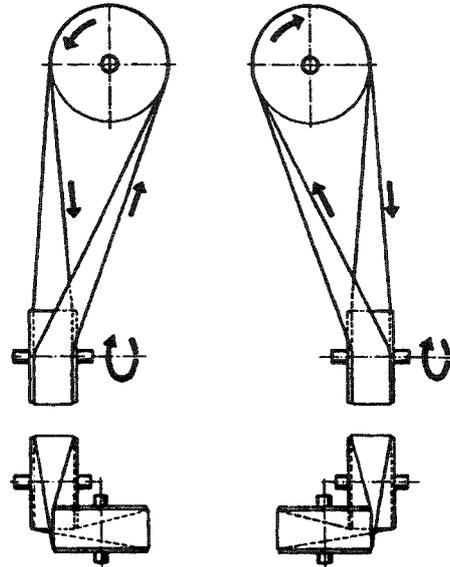


Fig. 6.29b Dispositions des poulies pour transmission par courroie semi-croisée en fonction du sens de rotation.

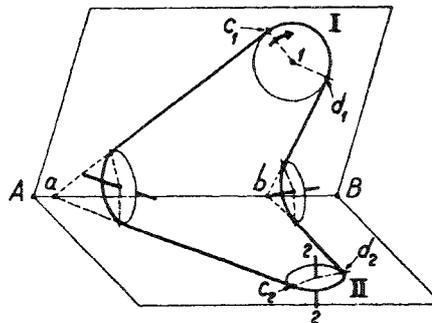


Fig. 6.30 Transmission entre deux arbres quelconques avec poulies guides.

6.3.1.5 Rendement d'une transmission à courroie plate

Le rendement d'une telle transmission, sans les pertes dans les paliers, est de l'ordre de 97% dans de bonnes conditions (peu de glissement). Le rendement des paliers se calcule comme indiqué au chapitre 4, la charge du palier étant donnée par la composition de T_1 et T_2 .

6.3.2 Transmission par courroies trapézoïdales

Un des moyens d'augmenter le couple transmissible par une courroie, est de lui donner une forme trapézoïdale et de la faire travailler dans une gorge.

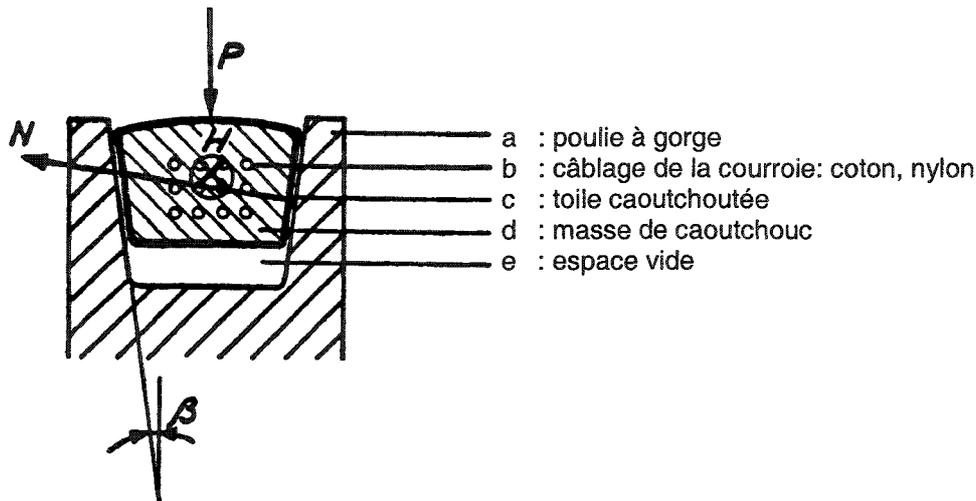


Fig. 6.31 Courroie trapézoïdale sur poulie à gorge.

La force tangentielle H a la valeur suivante (voir paragraphe 3.3.6)

$$H = 2 \mu N = P \frac{\mu}{\sin \beta} = P \mu'$$

$$\beta \text{ est habituellement } = \frac{38^\circ}{2} = 19^\circ \Rightarrow \mu' \approx 3\mu$$

Par rapport à la courroie plate, la courroie trapézoïdale permet, pour la transmission d'un couple donné, de diminuer la tension initiale sur la courroie, donc de diminuer les efforts et le frottement dans les paliers.

Les dimensions des courroies trapézoïdales sont normalisées; le constructeur choisira les courroies d'après les catalogues de fabricants, afin d'éviter une fabrication spéciale et plus coûteuse.

6.3.2.1 Couple transmissible

Les principaux fabricants de courroies trapézoïdales, ont établi des abaques et des tableaux donnant directement en fonction de la puissance à transmettre et de la vitesse linéaire de la courroie, la puissance transmissible par courroie dans des conditions d'emploi précises (rapport de transmission $i = 1$. angle d'enroulement $\alpha = 180^\circ$ contrainte de flexion limitée).

La relation entre les cas pratiques et la valeur théorique donnée par le fabricant, est la suivante :

$$P = P_{th} \frac{C_1}{C_2} C_3$$

P : puissance à transmettre,

P_{th} : puissance transmissible par la courroie dans les conditions normalisées,

C_1 tient compte de la diminution de l'effet du frottement lorsque $\alpha < 180^\circ$:

α	180°	170°	160°	150°	140°	130°	120°	110°	100°	90°
C_1	1	0,98	0,95	0,92	0,89	0,86	0,82	0,78	0,73	0,68

C_2 tient compte du fait que le couple transmis n'est pas constant :

Pointes d'effort de transmission	0	25	50	100	150	% de l'effort de transmission normal
C_2	1	1,1	1,2	1,4	1,6	

C_3 intervient lorsque la contrainte de flexion dépasse celle qui a servi de base au calcul du fabricant :

$$C_3 = 1 \quad \text{lorsque } d > d_{\text{nominal}}$$

$$C_3 = \frac{d}{d_{\text{nom}}} \quad \text{lorsque } d < d_{\text{nominal}}$$

6.3.3 Transmission par courroies élastiques

Pour des transmissions de faibles couples à des vitesses acceptant de petites variations, il peut être intéressant, dans le but de faciliter le montage, d'utiliser des courroies élastiques.

Ce type de transmission est efficace pour écrêter des forces dues à des chocs provenant du mécanisme entraîné ou entraîneur.

Dans les cas où une transmission de faible puissance doit être placée en série avec un limiteur de couple (enroulement d'un ruban encreur sur une bobine, par exemple), la liaison peut être réalisée à l'aide d'une courroie ayant la forme d'un ressort de traction. La figure 6.32 montre 2 principes de jonction des 2 extrémités du ressort. Le couple transmis est moins régulier que dans le cas avec limiteur à ressort vu au chapitre 5.

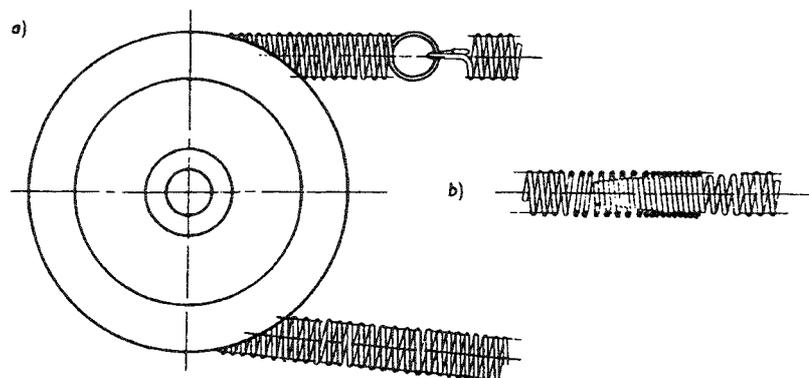


Fig. 6.32 Jonction des 2 extrémités d'un ressort utilisé comme courroie.

6.3.4 Transmission par courroies crantées

Lorsqu'un couple doit être transmis de façon **synchrone** entre deux arbres éloignés, il est judicieux et économique de réaliser cette transmission à l'aide d'une courroie crantée. De par un entraînement positif, une courroie crantée combinée avec des roues à denture correspondante permet une transmission à rapport constant.

Il existe plusieurs types de courroies crantées :

- 1) L'âme de la courroie est une nappe hélicoïdale de câbles métalliques exécutés avec des fils d'un diamètre de 0,05 à 0,1 mm, en acier d'une résistance de l'ordre de 2000 MN/m². L'enrobage est réalisé en polyuréthane. Les câbles peuvent également être réalisés en Kevlar®.

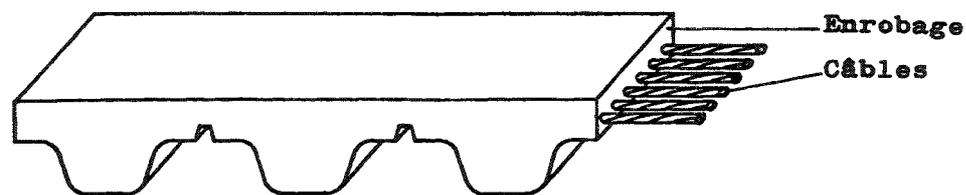


Fig. 6.33 Courroie à âme métallique.

- 2) L'âme de la courroie est une nappe de fibres de verre enrobée de néoprène; une bande de tissu nylon recouvre la surface de la denture, augmentant ainsi sa résistance à l'usure et au cisaillement. De plus, les dents sont renforcées par des fibres de verre.

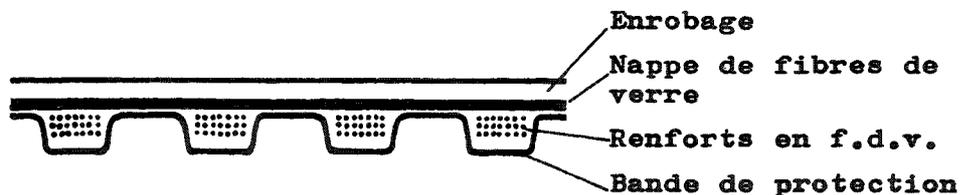


Fig. 6.34 Courroie à âme en fibres de verre.

Remarques:

- a. de par le procédé de fabrication, la fibre neutre des courroies à âme fibres de verre, est positionnée de façon moins précise par rapport au fond des dents que celle des courroies à âme métallique;
- b. ces différents types de courroies peuvent être munis de dents sur un ou deux côtés.

Les poulies sont réalisées soit en aluminium avec une denture fraisée soit en alliage d'aluminium injecté, soit en thermoplastique injecté.

Le guidage de la courroie sur les poulies est réalisé en général par deux flasques sur la roue la plus petite; lorsque les deux roues sont de même diamètre, ou pour faciliter leur fabrication, on guide la courroie avec une flasque sur chaque roue.

Le rendement d'une transmission à courroie crantée peut atteindre 99%. Les vitesses linéaires maximum sont de l'ordre de 50 m/s.

6.3.4.1 Détermination de l'entraxe et de la longueur de la courroie

Soit z_1 : nombre de dents du petit pignon
 z_2 : nombre de dents du grand pignon
 z_B : nombre de dents de la courroie
 a : entre-axe
 d_{01} : diamètre primitif du petit pignon } diamètre sur lequel s'enroule la
 d_{02} : diamètre primitif du grand pignon } fibre neutre de la courroie
 L_B : longueur de la courroie (fibre neutre)
 t : pas des dents

La longueur approximative d'une courroie se détermine selon la formule suivante (idem courroie plate)

$$L_B = \frac{\pi}{2}(d_{01} + d_{02}) + 2a + \frac{(d_{02} - d_{01})^2}{4a}$$

$$Z_B = \frac{1}{2}(z_1 + z_2) + 2a' + \frac{(z_2 - z_1)^2}{4\pi^2 a'} \quad \text{avec } a' = a / t$$

Afin de faciliter la détermination de la longueur d'une courroie, les fabricants ont établi des tables donnant la valeur de l'entraxe en pas de la courroie, fonction de $(z_2 - z_1)$ et $(z_B - z_1)$. Les tableaux des pages 6.30 à 6.33 sont extraits du catalogue Synchroflex®.

Un exemple de leur utilisation est montré dans la suite.

Z ₁ -Z ₂	Z _B -z ₁														
	52	53	54	55	56	57	58	59	60	61	62	63	64	65	66
1	25.750	26.250	26.750	27.250	27.750	28.250	28.750	29.250	29.750	30.250	30.750	31.250	31.750	32.250	32.750
2	25.498	25.999	26.499	26.999	27.499	27.999	28.499	28.999	29.499	29.999	30.499	30.999	31.499	31.999	32.499
3	25.246	25.746	26.246	26.746	27.246	27.746	28.246	28.746	29.247	29.747	30.247	30.747	31.247	31.747	32.247
4	24.992	25.493	25.993	26.493	26.993	27.493	27.993	28.493	28.993	29.494	29.994	30.494	30.994	31.494	31.994
5	24.738	25.238	25.738	26.238	26.739	27.239	27.739	28.239	28.739	29.240	29.740	30.240	30.740	31.240	31.740
6	24.482	24.982	25.483	25.983	26.483	26.984	27.484	27.984	28.484	28.985	29.485	29.985	30.486	30.986	31.486
7	24.225	24.725	25.226	25.726	26.227	26.727	27.228	27.728	28.228	28.729	29.229	29.730	30.230	30.730	31.231
8	23.967	24.467	24.968	25.469	25.969	26.470	26.970	27.471	27.971	28.472	28.972	29.473	29.973	30.474	30.974
9	23.707	24.208	24.709	25.210	25.711	26.211	26.712	27.213	27.713	28.214	28.715	29.215	29.716	30.217	30.717
10	23.446	23.948	24.449	24.950	25.451	45.952	26.453	26.953	27.454	27.955	28.456	28.957	29.457	29.958	30.459
11	23.184	23.686	24.187	24.688	25.190	25.691	26.192	26.693	27.194	27.695	28.196	28.697	29.198	26.699	30.200
12	22.921	23.423	23.924	24.426	24.927	25.429	25.930	26.431	26.933	27.434	27.935	28.436	28.937	29.438	29.940
13	22.656	23.158	23.660	24.162	24.664	25.165	25.667	26.169	26.670	27.172	27.673	28.174	28.676	29.177	29.678
14	22.389	22.892	23.394	23.896	24.399	24.901	25.403	25.905	26.406	26.908	27.410	27.911	28.413	28.915	29.416
15	22.122	22.624	23.127	23.630	24.132	24.635	25.137	25.639	26.141	26.643	27.145	27.647	28.149	28.651	29.153
16	21.852	22.355	22.858	23.362	23.864	24.367	24.870	25.373	25.875	26.377	26.880	27.382	27.884	28.386	28.888
17	21.581	22.085	22.588	23.092	23.595	24.098	24.602	25.105	25.607	26.110	26.613	27.115	27.618	28.120	28.622
18	21.308	21.812	22.316	22.820	23.324	23.828	24.332	24.835	25.338	25.842	26.345	26.847	27.350	27.853	28.356
19	21.033	21.538	22.043	22.547	23.052	23.556	24.060	24.564	25.068	25.571	26.075	26.578	27.081	27.585	28.088
20	20.756	21.262	21.767	22.273	22.778	23.283	23.787	24.292	24.796	25.300	25.804	26.308	26.811	27.315	27.818
21	20.477	20.984	21.490	21.996	22.502	23.007	23.512	24.018	24.522	25.027	25.531	26.036	26.540	27.044	27.547
22	20.196	20.704	21.211	21.718	22.224	22.730	23.236	23.742	24.247	24.752	25.257	25.762	26.267	26.771	27.275
23	19.913	20.421	20.930	21.437	21.944	22.451	22.958	23.464	23.970	24.476	24.982	25.487	25.992	26.497	27.002
24	19.628	20.137	20.646	21.155	21.663	22.171	22.678	23.185	23.692	24.198	24.705	25.211	25.716	26.222	26.727
25	19.340	19.850	20.360	20.870	21.379	21.888	22.396	22.904	23.412	23.919	24.426	24.932	25.439	25.945	26.451
26	19.049	19.561	20.072	20.583	21.093	21.603	22.112	22.621	23.129	23.637	24.145	24.652	25.159	25.666	26.173
27	18.756	19.269	19.782	20.294	20.805	21.316	21.826	22.336	22.845	23.354	23.862	24.371	24.878	25.386	25.893
28	18.460	18.975	19.489	20.002	20.514	21.026	21.538	22.049	22.559	23.069	23.578	24.087	24.596	25.104	25.612
29	18.161	18.677	19.193	19.707	20.221	20.735	21.247	21.759	22.270	22.781	23.292	23.802	24.311	24.820	25.329
30	17.858	18.377	18.894	19.410	19.926	20.440	20.954	21.467	21.980	22.492	23.003	23.514	24.024	24.534	25.044
31	17.552	18.073	18.592	19.110	19.627	20.143	20.658	21.173	21.687	22.200	22.712	23.224	23.736	24.247	24.757
32	17.243	17.765	18.287	18.807	19.325	19.843	20.360	20.876	21.391	21.906	22.419	22.933	23.445	23.957	24.468
33	16.929	17.454	17.978	18.500	19.021	19.540	20.059	20.576	21.093	21.609	22.124	22.638	23.152	23.665	24.178
34	16.611	17.139	17.665	18.189	18.712	19.234	19.755	20.274	20.792	21.310	21.826	22.342	22.857	23.371	23.885
35	16.288	16.819	17.348	17.875	18.401	18.925	19.447	19.968	20.488	21.007	21.526	22.043	22.559	23.075	23.590
36	15.961	16.495	17.027	17.557	18.085	18.611	19.136	19.659	20.182	20.702	21.222	21.741	22.259	22.776	23.292
37	15.627	16.166	16.701	17.234	17.765	18.294	18.821	19.347	19.871	20.394	20.916	21.436	21.956	22.474	22.992
38	15.288	15.830	16.370	16.907	17.441	17.973	18.503	19.031	19.558	20.083	20.606	21.129	21.650	22.170	22.690
39	14.942	15.489	16.033	16.574	17.112	17.647	18.180	18.711	19.240	19.768	20.294	20.818	21.341	21.863	22.384
40	14.588	15.141	15.690	16.236	16.777	17.316	17.853	18.387	18.919	19.449	19.977	20.504	21.029	21.553	22.076
41	14.226	14.786	15.340	15.891	16.437	16.980	17.521	18.058	18.593	19.126	19.657	20.186	20.714	21.240	21.765
42	13.854	14.422	14.983	15.539	16.091	16.639	17.183	17.724	18.263	18.799	19.333	19.865	20.395	20.923	21.450
43	13.471	14.048	14.617	15.180	15.737	16.291	16.840	17.385	17.928	18.467	19.004	19.539	20.072	20.603	21.132
44	13.076	13.663	14.241	14.812	15.376	15.935	16.490	17.040	17.587	18.130	18.671	19.209	19.745	20.279	20.811
45	12.665	13.265	13.854	14.434	15.006	15.572	16.133	16.689	17.240	17.788	18.333	18.875	19.414	19.951	20.485
46	12.237	12.852	13.454	14.045	14.627	15.201	15.768	16.330	16.887	17.440	17.989	18.535	19.078	19.618	20.156
47	11.784	12.420	13.039	13.642	14.235	14.818	15.394	15.963	16.527	17.085	17.639	18.189	18.736	19.280	19.821
48	11.303	11.966	12.605	13.225	13.831	14.425	15.010	15.587	16.158	16.723	17.283	17.838	18.390	18.938	19.482
49		11.482	12.148	12.789	13.411	14.019	14.615	15.202	15.781	16.353	16.919	17.480	18.037	18.589	19.138
50			11.660	12.329	12.972	13.597	14.207	14.805	15.394	15.974	16.547	17.115	17.677	18.235	18.788
51			11.131	11.839	12.510	13.155	13.782	14.394	14.994	15.584	16.166	16.741	17.310	17.874	18.432
52				11.307	12.017	12.691	13.339	13.967	14.582	15.183	15.775	16.358	16.935	17.505	18.070
53					11.482	12.195	12.871	13.521	14.153	14.768	15.372	15.965	16.550	17.128	17.699
54						11.656	12.372	13.051	13.704	14.337	14.955	15.560	16.155	16.742	17.321
55							11.831	12.550	13.232	13.887	14.522	15.141	15.748	16.345	16.933
56								12.006	12.728	13.412	14.069	14.706	15.327	15.936	16.534
57									12.180	12.905	13.591	14.251	14.890	15.513	16.123
58										12.355	13.082	13.771	14.432	15.073	15.699
59											12.529	13.259	13.950	14.614	15.257
60												12.702	13.435	14.129	14.795

Z_2-Z_1	Z_8-Z_1														
	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80	81
1	33.250	33.750	34.250	34.750	35.250	35.750	36.250	36.750	37.250	37.750	38.250	38.750	39.250	39.750	40.250
2	32.999	33.499	33.999	34.499	34.999	35.499	35.999	36.499	36.999	37.499	37.999	38.499	38.999	39.499	39.999
3	32.747	33.247	33.747	34.247	34.747	35.247	35.747	36.247	36.747	37.247	37.747	38.247	38.748	39.248	39.748
4	32.494	32.994	33.494	33.994	34.495	34.995	35.495	35.995	36.495	36.995	37.495	37.995	38.495	38.995	39.495
5	32.241	32.741	33.241	33.741	34.241	34.741	35.241	35.742	36.242	36.742	37.242	37.742	38.242	38.742	39.242
6	31.986	32.486	32.987	33.487	33.987	34.487	34.987	35.488	35.988	36.488	36.988	37.488	37.988	38.489	38.989
7	31.731	32.231	32.732	33.232	33.732	34.232	34.733	35.233	35.733	36.233	36.734	37.234	37.734	38.234	38.734
8	31.475	31.975	32.475	32.976	33.476	33.977	34.477	34.977	35.478	35.978	36.478	36.979	37.479	37.979	38.479
9	31.218	31.718	32.219	32.719	33.220	33.720	34.220	34.721	35.221	35.722	36.222	36.723	37.223	37.723	38.224
10	30.960	31.460	31.961	32.461	32.962	33.463	33.963	34.464	34.964	35.465	35.965	36.466	36.966	37.467	37.967
11	30.701	31.201	31.702	32.203	32.704	33.204	33.705	34.206	34.706	35.207	35.708	36.208	36.709	37.209	37.710
12	30.441	30.941	31.442	31.943	32.444	32.945	33.446	33.947	34.448	34.948	35.449	35.950	36.450	36.951	37.452
13	30.179	30.681	31.182	31.683	32.184	32.685	33.186	33.687	34.188	34.689	35.190	35.690	36.191	36.692	37.193
14	29.917	30.419	30.920	31.421	31.923	32.424	32.925	33.426	33.927	34.428	34.929	35.430	35.931	36.432	36.933
15	29.654	30.156	30.657	31.159	31.660	32.162	32.663	33.165	33.666	34.167	34.668	35.169	35.671	36.172	36.673
16	29.390	29.892	30.394	30.895	31.397	31.899	32.400	32.902	33.403	33.905	34.406	34.908	35.409	35.910	36.411
17	29.125	29.627	30.129	30.631	31.133	31.635	32.136	32.638	33.140	33.642	34.143	34.645	35.146	35.648	36.149
18	28.858	29.361	29.863	30.365	30.867	31.370	31.872	32.374	32.876	33.377	33.879	34.381	34.883	35.384	35.886
19	28.590	29.093	29.596	30.098	30.601	31.103	31.606	32.108	32.610	33.112	33.614	34.116	34.618	35.120	35.622
20	28.321	28.825	29.328	29.830	30.333	30.836	31.339	31.841	32.344	32.846	33.348	33.851	34.353	34.855	35.357
21	28.051	28.555	29.058	29.561	30.064	30.568	31.071	31.573	32.076	32.579	33.081	33.584	34.086	34.589	35.091
22	27.779	28.283	28.787	29.291	29.794	30.298	30.801	31.304	31.808	32.311	32.813	33.316	33.819	34.322	34.824
23	27.507	28.011	28.515	29.019	29.523	30.027	30.531	31.034	31.538	32.041	32.544	33.048	33.551	34.054	34.556
24	27.232	27.737	28.242	28.746	29.251	29.755	30.259	30.763	31.267	31.771	32.274	32.778	33.281	33.784	34.287
25	26.956	27.462	27.967	28.472	28.977	29.482	29.986	30.490	30.995	31.499	32.003	32.507	33.010	33.514	34.017
26	26.679	27.185	27.691	28.196	28.702	29.207	29.712	30.217	30.721	31.226	31.730	32.234	32.739	33.243	33.746
27	26.400	26.907	27.413	27.919	28.425	28.931	29.436	29.942	30.447	30.952	31.456	31.961	32.466	32.970	33.474
28	26.119	26.627	27.134	27.640	28.147	28.653	29.159	29.665	30.171	30.676	31.181	31.687	32.191	32.696	33.201
29	25.837	26.345	26.853	27.360	27.867	28.374	28.881	29.387	29.893	30.399	30.905	31.411	31.916	32.421	32.926
30	25.553	26.062	26.570	27.078	27.586	28.094	28.601	29.108	29.615	30.121	30.628	31.134	31.639	32.145	32.651
31	25.267	25.777	26.286	26.795	27.303	27.812	28.320	28.827	29.335	29.842	30.349	30.855	31.362	31.868	32.374
32	24.979	25.490	26.000	26.510	27.019	27.528	28.037	28.545	29.053	29.561	30.068	30.575	31.082	31.589	32.096
33	24.690	25.201	25.712	26.223	26.733	27.243	27.752	28.261	28.770	29.278	29.786	30.294	30.802	31.309	31.816
34	24.398	24.910	25.422	25.934	26.445	26.955	27.466	27.975	28.485	28.994	29.503	30.011	30.519	31.027	31.535
35	24.104	24.617	25.131	25.643	26.155	26.666	27.178	27.688	28.198	28.708	29.218	29.727	30.236	30.744	31.253
36	23.808	24.322	24.837	25.350	25.863	26.376	26.888	27.399	27.910	28.421	28.931	29.441	29.951	30.460	30.969
37	23.509	24.025	24.540	25.055	25.569	26.083	26.596	27.108	27.620	28.132	28.643	29.154	29.664	30.174	30.684
38	23.208	23.725	24.242	24.758	25.273	25.788	26.302	26.816	27.328	27.841	28.353	28.865	29.376	29.886	30.397
39	22.904	23.423	23.941	24.459	24.975	25.491	26.006	26.521	27.035	27.548	28.061	28.574	29.086	29.597	30.108
40	22.598	23.118	23.638	24.157	24.675	25.192	25.708	26.224	26.739	27.253	27.767	28.281	28.794	29.306	29.818
41	22.288	22.811	23.332	23.852	24.372	24.890	25.408	25.925	26.441	26.957	27.472	27.986	28.500	29.014	29.526
42	21.976	22.500	23.023	23.545	24.066	24.586	25.105	25.624	26.141	26.658	27.174	27.690	28.205	28.719	29.233
43	21.660	22.186	22.711	23.235	23.758	24.279	24.800	25.320	25.839	26.357	26.874	27.391	27.907	28.422	28.937
44	21.341	21.869	22.396	22.922	23.447	23.970	24.492	25.014	25.534	26.054	26.572	27.090	27.607	28.124	28.640
45	21.018	21.549	22.078	22.606	23.133	23.658	24.182	24.705	25.227	25.748	26.268	26.787	27.306	27.823	28.341
46	20.691	21.225	21.757	22.287	22.815	23.343	23.869	24.393	24.917	25.440	25.961	26.482	27.002	27.521	28.039
47	20.360	20.897	21.431	21.964	22.495	23.024	23.552	24.079	24.604	25.129	25.652	26.174	26.695	27.216	27.735
48	20.025	20.564	21.102	21.637	22.171	22.703	23.233	23.761	24.289	24.815	25.340	25.864	26.387	26.909	27.430
49	19.684	20.228	20.768	21.307	21.843	22.377	22.910	23.441	23.970	24.498	25.025	25.551	26.075	26.599	27.121
50	19.339	19.886	20.430	20.972	21.511	22.048	22.583	23.117	23.648	24.179	24.707	25.235	25.761	26.286	26.811
51	18.987	19.539	20.087	20.632	21.175	21.715	22.253	22.789	23.323	23.856	24.387	24.916	25.444	25.971	26.497
52	18.630	19.186	19.739	20.288	20.834	21.377	21.919	22.457	22.994	23.529	24.063	24.594	25.125	25.654	26.181
53	18.266	18.827	19.384	19.938	20.488	21.035	21.580	22.122	22.662	23.199	23.735	24.269	24.802	25.333	25.862
54	17.894	18.461	19.024	19.582	20.137	20.688	21.236	21.782	22.325	22.865	23.404	23.941	24.475	25.009	25.540
55	17.513	18.088	18.656	19.220	19.780	20.336	20.888	21.437	21.983	22.527	23.069	23.608	24.146	24.681	25.215
56	17.124	17.706	18.281	18.851	19.416	19.977	20.534	21.087	21.637	22.185	22.730	23.272	23.812	24.350	24.887
57	16.723	17.314	17.898	18.475	19.046	19.612	20.174	20.732	21.286	21.837	22.386	22.931	23.475	24.016	24.555
58	16.311	16.912	17.505	18.089	18.668	19.240	19.808	20.371	20.930	21.485	22.037	22.586	23.133	23.677	24.219
59	15.884	16.498	17.101	17.695	18.281	18.860	19.434	20.003	20.567	21.127	21.683	22.237	22.787	23.334	23.879
60	15.440	16.069	16.684	17.289	17.884	18.472	19.053	19.628	20.198	20.763	21.324	21.882	22.436	22.987	23.535

6.3.4.2 Dimensionnement de la courroie

Les courroies crantées sont soumises aux contraintes suivantes :

- cisaillement des dents,
- traction dans l'âme,
- flexion due à l'enroulement sur une poulie.

Le fabricant de courroies donne pour chaque type de courroie la puissance transmissible pour une largeur unitaire et pour une dent en prise.

Le coefficient de sécurité à prendre par rapport aux données de base du fabricant varie de 1,2 à 2,5 :

- 1,2 lorsque les masses à accélérer sont très petites et la marche régulière,
- 2,5 lorsque les masses à accélérer sont importantes et qu'il se produit en marche des à-coups importants.

Au cas où le montage de la courroie risque d'être effectué par des personnes peu compétentes (courroie montée en force), il y a lieu d'ajouter 1 au facteur de sécurité ci-dessus.

Une fois le type de courroie choisi (matière, pas, fournisseur on calcule la largeur nécessaire à la transmission de puissance demandée.

Les pages 6.34 à 6.44 présentent la suite des opérations à effectuer pour déterminer une largeur de courroie, ainsi que les différents graphiques et tableaux nécessaires à la détermination du type de courroie à câbles Synchronflex®. Il faut garder à l'esprit que la méthode de dimensionnement peut varier suivant le type de courroie et suivant le fabricant.

Détermination de la largeur de la courroie

La détermination de la largeur de la courroie s'effectue au moyen des tableaux de puissance, pour les types de courroies choisies.

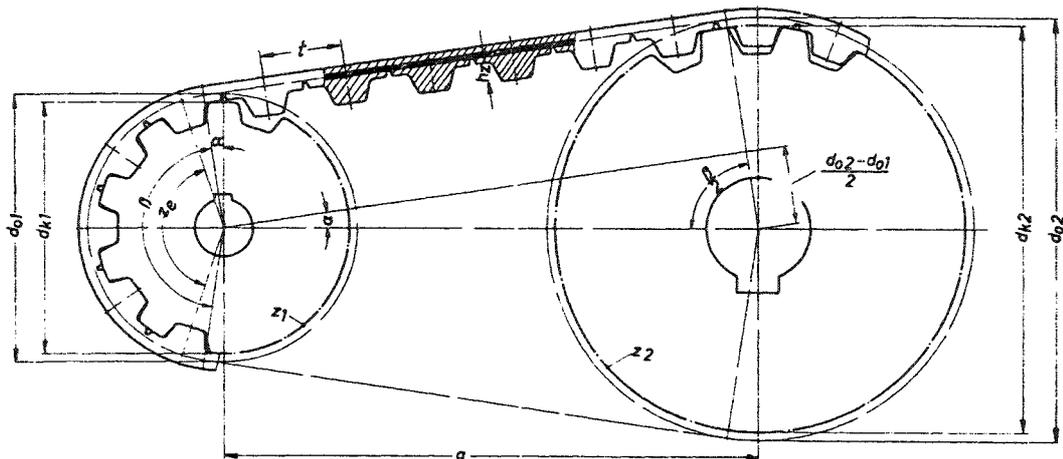


Fig. 6.36 Transmission à courroie crantée.

L_B = longueur de courroie (de sa fibre neutre)	z_e = nombre de dents en prise
Z_B = nombre de dents de la courroie	a = entre-axe
t = pas	α = angle d'inclinaison du brin
h_z = hauteur de la dent	β = angle d'enveloppement
m = module = t/π	P = puissance
d_{k1} = diamètre extérieur du petit pignon	P_{sp} = puissance spécifique
d_{k2} = diamètre extérieur du grand pignon	n_1 = vitesse de rotation du petit pignon
z_1 = nombre de dents du petit pignon	M_d = couple
z_2 = nombre de dents du grand pignon	U = effort tangentiel
d_{01} = $z_1 \cdot m$ diamètre primitif du petit pignon	S = coefficient de sécurité
d_{02} = $z_2 \cdot m$ diamètre primitif du grand pignon	$T_{2,5}$ = pas de 2,5 mm
	T_5 = pas de 5 mm

Détermination du nombre de dents en prise

Pour l'emploi des tableaux de puissance, il convient de déterminer d'abord le nombre de dents en prise sur le petit pignon, en utilisant les courbes des pages 6.37 et 6.38. En page 6.37 est d'abord déterminé l'angle d'enveloppement β . Il est obtenu au point d'intersection des valeurs $z_2 - z_1$ en ordonnée et a' en abscisse (a' = entraxe en pas t).

$$\beta = \pi - 2\alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{d_{02} - d_{01}}{2a}$$

$$\sin \alpha = \frac{z_2 t - z_1 t}{2\pi a' t} = \frac{z_2 - z_1}{2\pi a'} \quad (a' \text{ en pas } t)$$

si α petit : $\sin \alpha \approx \alpha$

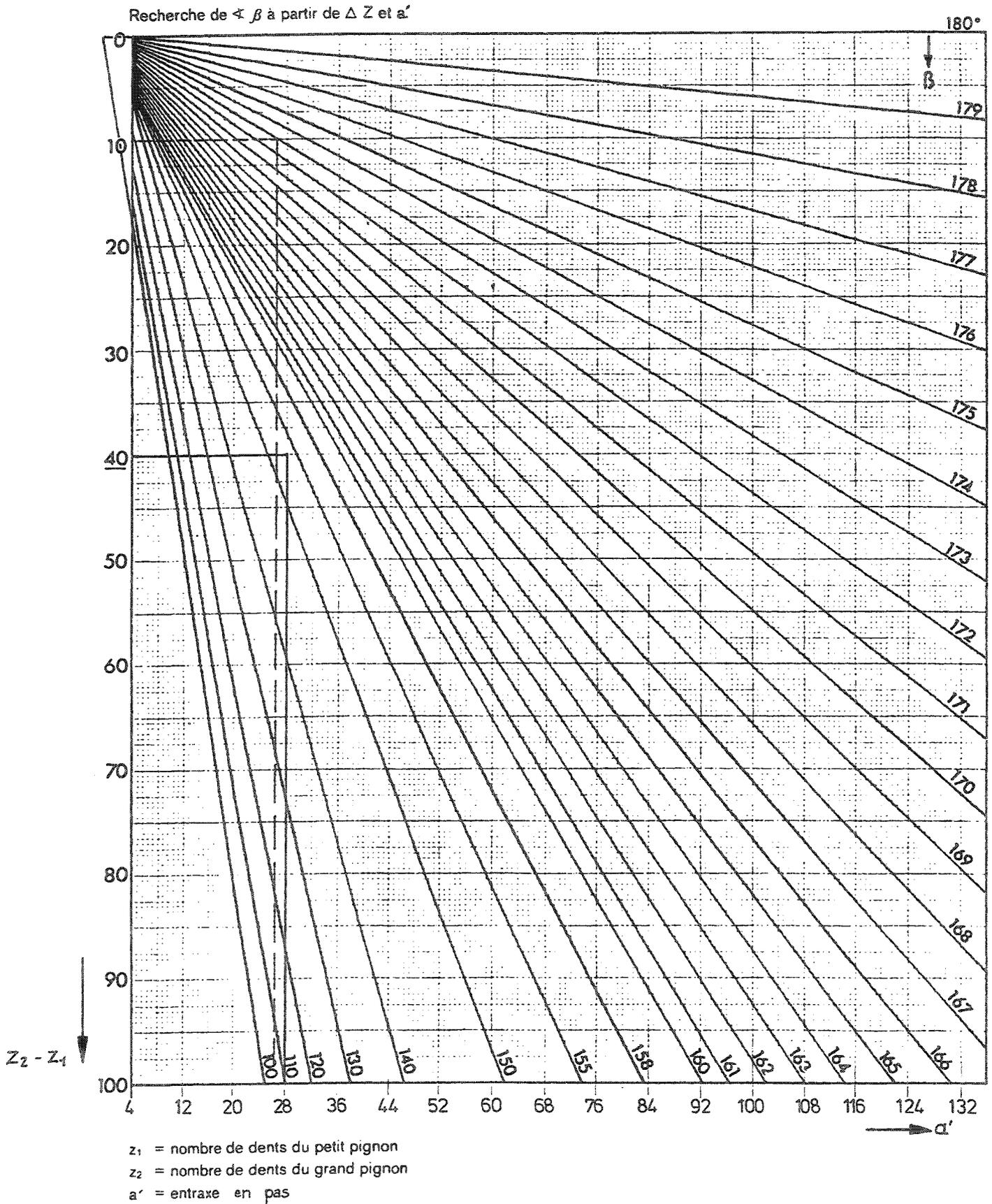
$$\beta = \pi - \frac{z_2 - z_1}{\pi a'}$$

En page 6.38 est obtenu le nombre de dents en prise au point d'intersection de z_1 et de β . La courbe située immédiatement au-dessous du point d'intersection donne le nombre de dents en prise.

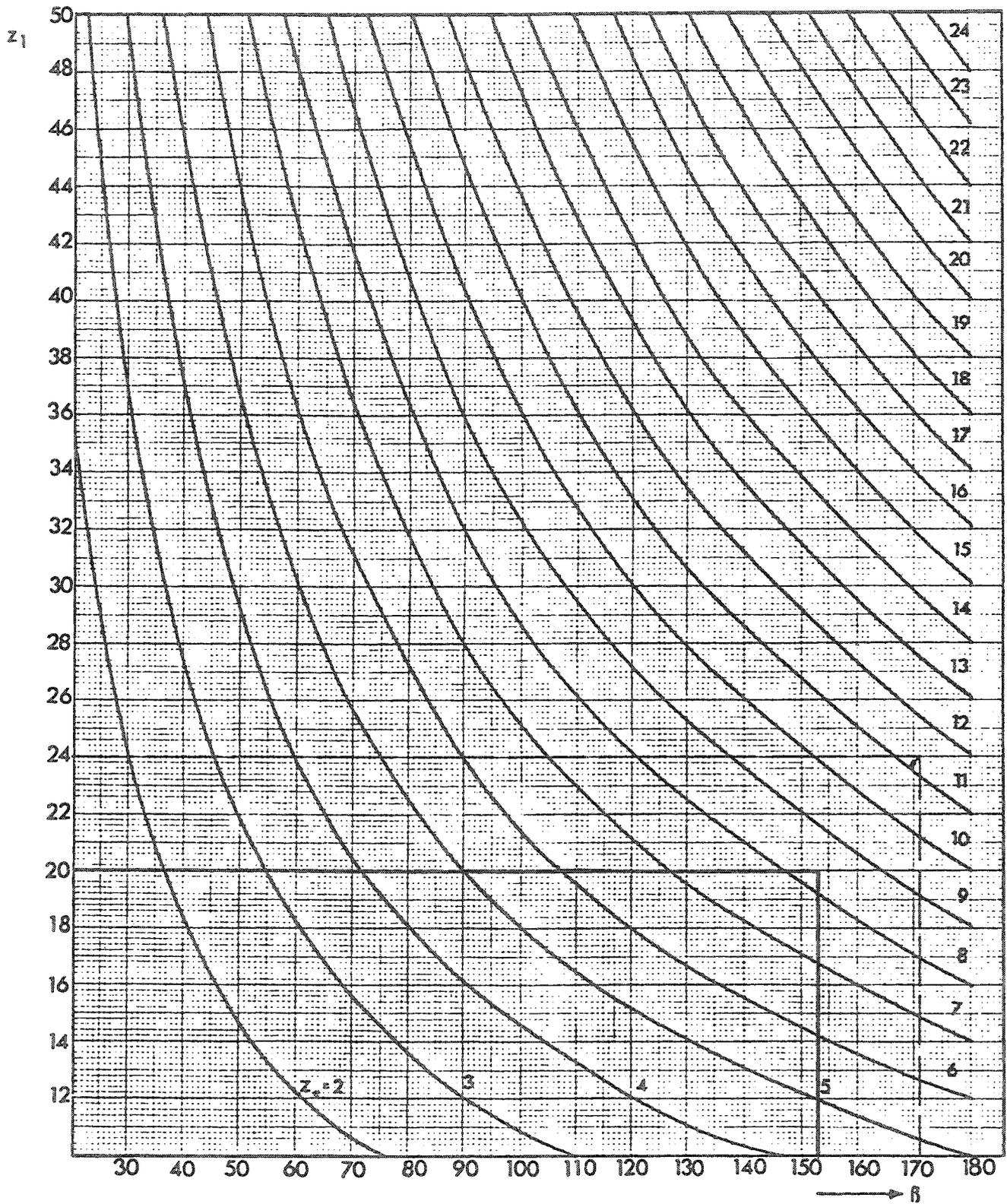
$$z_e = \text{partie entière de } z_1 \frac{\beta}{2\pi}$$

Recherche de la puissance spécifique

Dans les tableaux de puissance, il est indiqué la puissance transmissible en W (ou en kW) par cm de largeur de courroie et par dent en prise à l'intersection des nombres respectifs de la vitesse n du petit pignon et du nombre de dent z_1 du petit pignon. La valeur ainsi donnée sera multipliée par le nombre de dents en prise z_e pour obtenir la puissance en W par cm de largeur de courroie, en considérant toutefois un maximum de 15 dents en prise pour le calcul. Cette valeur de 15 est spécifique à Synchronflex ; elle peut varier selon les fabricants.

Détermination du nombre de dents en prise Z_e 

La ligne située sous le point d'intersection de z_1 avec β donne z_e



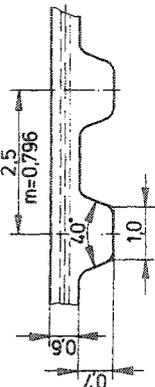
z_e = nombre de dents en prise

Pour des forces à transmettre importantes, il convient de contrôler la charge de l'armature de la courroie au moyen du tableau ci-dessous et, en particulier, lorsque z_e est supérieur ou égal à 15 dents.

Type	Effort tangentiel maximal admissible par 10mm de largeur de courroie (N)
T 2,5	100
T 5	360
T 10	720
T20	1'600

Nombre minimal de dents				
Type de transmission	T 2,5	T 5	T 10	T 20
Sans contre-piage	12	10	12	15
Avec contre-piage	18	15	20	25
Rouleau tendeur cranté sur l'intérieur de la courroie	12	10	12	15

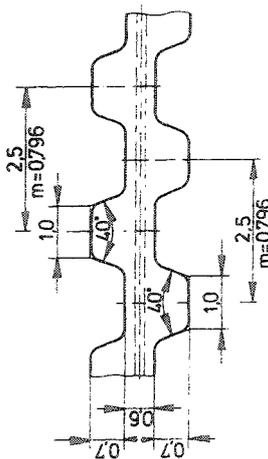
Diamètre minimal du galet tendeur (mm)				
Type de transmission	T 2,5	T 5	T 10	T 20
Rouleau tendeur lisse en contact avec la denture de la courroie	18	30	60	150
Rouleau tendeur lisse sur l'extérieur de la courroie	15	30	60	120



Exemple de commande

10	T 2,5/380
Largeur (mm)	Type/Longueur (mm)

DL



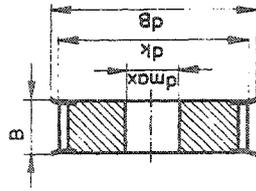
Exemple de commande

10	T 2,5/457,5 - DL
Largeur	Type/Longueur (mm) - double denture

Largeurs standard de courroie	b (mm)	4	6	10
Largeurs intermédiaires et plus grandes possibles				

Longueur de courroie	Longueur de courroie	Nombre de dents z_g
T 2,5/120		48
T 2,5/145		58
T 2,5/160		64
T 2,5/177,5		71
T 2,5/180		72
T 2,5/182,5		73
T 2,5/200		80
T 2,5/230		92
T 2,5/245		98
T 2,5/265		106
T 2,5/285		114
T 2,5/290		116
T 2,5/305		122
T 2,5/317,5		127
T 2,5/330		132
T 2,5/380		152
T 2,5/420		168
T 2,5/480		183
T 2,5/500		192
T 2,5/540		200
T 2,5/600		216
T 2,5/620		248
T 2,5/650		260
T 2,5/780		312
T 2,5/850		380

T 2,5/457,5 - DL



Largeurs standard de courroie	b (mm)	4	6	10
Largeurs de pignon	B (mm)	8	10	14

Largeurs intermédiaires et plus grandes possibles

z	dk mm	d _{max} mm	db mm
10	7,45	3	10
11	8,25	3	11
12	9,00	3	12
13	9,80	3,5	13
14	10,60	4	14
15	11,40	5	15
16	12,20	6	16
17	13,00	7	16
18	13,80	7	17
19	14,60	8	18
20	15,40	9	19
21	16,20	10	20
22	17,00	10	20
23	17,80	11	21
24	18,55	11	22
25	19,35	12	23
26	20,15	13	23
27	20,95	13	24
28	21,75	13	25
29	22,55	14	26
30	23,35	15	27
31	24,15	16	27
32	24,95	16	28
33	25,75	17	29
34	26,55	17	30
35	27,35	20	31
36	28,10	20	31
37	28,90	21	32
38	29,70	21	33
39	30,50	22	34
40	31,30	23	35
41	32,10	24	36
42	32,90	24	36
43	33,70	24	37
44	34,50	25	38

* ---

d_{max} = diamètre maxi d'alésage sans rainure de clavette pour pignons avec flasques

e --- Nombre mini de dents en cas de contre-courbure
Diamètre mini du galet tendeur en contact avec la denture Ø 18 mm
en contact avec le dos de courroie Ø 15 mm

Tableau de puissance T 2,5
pour courroies Synchroflex

Puissance transmissible en W par cm de largeur de courroie et par dent en prise

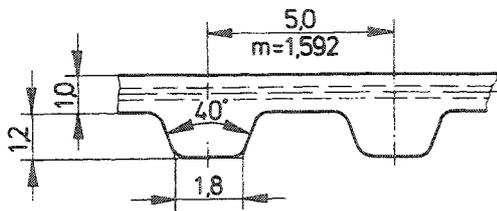
n_1 (t/min)	z_1	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	22	24	26	28	30	32	34	36	38	40
600		2,0	2,1	2,3	2,5	2,7	2,9	3,1	3,3	3,5	3,8	4,1	4,4	4,8	5,2	5,6	6,0	6,4	6,8	7,2	7,6	8,0
800		2,5	2,8	3,0	3,3	3,6	3,9	4,2	4,4	4,7	5,0	5,4	5,8	6,3	6,8	7,4	8,0	8,5	9,0	9,5	10,0	10,5
1.000		2,9	3,2	3,5	3,8	4,2	4,5	4,8	5,2	5,5	5,8	6,2	6,7	7,3	7,8	8,4	9,0	9,6	10,2	11,0	11,7	12,5
1.200		3,5	3,8	4,3	4,7	5,0	5,4	5,8	6,2	6,6	7,1	7,6	8,1	8,8	9,6	10,4	11,0	11,8	12,6	13,4	14,2	15,0
1.400		4,1	4,5	5,0	5,4	5,9	6,4	6,9	7,3	7,7	8,2	8,9	9,5	10,4	11,3	12,2	13,0	13,8	14,7	15,6	16,6	17,5
1.600		4,7	5,1	5,6	6,1	6,7	7,2	7,7	8,2	8,8	9,4	10,1	10,8	11,8	12,9	14,0	15,0	16,0	17,0	18,0	19,0	20,0
1.800		5,3	5,8	6,4	7,0	7,6	8,0	8,5	9,0	9,5	10,4	11,3	12,2	13,2	14,5	15,6	16,8	17,9	19,0	20,2	21,3	22,5
2.000		5,9	6,4	7,0	7,7	8,4	8,9	9,5	10,0	10,5	11,5	12,5	13,5	14,8	16,1	17,3	18,6	19,9	21,2	22,5	23,8	25,0
2.200		6,0	6,5	7,2	7,9	8,7	9,2	9,8	10,4	11,0	11,9	12,8	13,8	15,2	16,6	18,0	19,5	21,1	22,6	24,1	25,2	26,3
2.400		6,3	7,0	7,7	8,5	9,3	9,9	10,7	11,3	12,0	12,8	13,5	14,3	15,8	17,3	18,9	20,5	21,9	23,4	24,8	26,3	27,5
2.600		6,5	7,2	8,0	8,8	9,7	10,2	11,0	11,7	12,4	13,2	14,0	14,7	16,1	17,8	19,5	21,2	22,8	24,5	26,3	28,1	29,9
2.800		6,9	7,6	8,4	9,2	10,1	10,6	11,4	12,1	12,8	13,7	14,6	15,6	17,1	18,6	20,2	21,8	23,3	24,7	26,3	28,1	29,9
3.000		7,2	7,9	8,8	9,7	10,6	11,4	12,1	12,9	13,7	14,6	15,5	16,3	18,0	19,9	21,7	23,3	24,6	26,0	27,4	28,7	30,0
3.200		7,4	8,1	9,0	9,9	10,9	11,5	12,2	13,1	14,1	15,0	15,8	16,7	18,5	20,3	22,2	24,0	25,6	27,2	28,8	30,0	31,0
3.400		7,7	8,4	9,3	10,2	11,1	11,8	12,7	13,6	14,5	15,4	16,3	17,3	19,1	20,9	22,7	24,6	26,1	27,6	29,1	30,5	32,0
3.600		8,0	8,8	9,6	10,5	11,4	12,1	13,0	13,9	14,8	15,9	16,9	18,3	20,0	21,8	23,6	25,2	27,0	28,8	30,6	31,9	33,5
3.800		8,4	9,2	10,1	11,1	12,1	12,8	13,7	14,6	15,5	16,7	18,1	19,3	21,1	23,0	24,8	26,6	28,4	30,2	32,0	33,8	35,5
4.000		8,9	9,8	10,7	11,7	12,7	13,6	14,5	15,5	16,5	17,7	19,0	20,3	22,2	24,1	26,0	28,0	29,9	31,8	33,8	35,6	37,5
4.200		9,3	10,3	11,3	12,3	13,3	14,3	15,3	16,3	17,3	18,7	20,1	21,4	23,4	25,4	27,4	29,4	31,4	33,4	35,4	37,4	39,4
4.400		9,6	10,7	11,8	12,9	14,0	15,0	16,0	17,1	18,2	19,4	20,6	21,8	23,9	26,0	28,1	30,2	32,4	34,7	37,0	39,1	41,3
4.600		9,9	10,9	12,0	13,1	14,2	15,2	16,2	17,3	18,4	19,8	21,0	22,2	24,2	26,3	28,4	30,5	32,7	35,0	37,3	39,5	41,7
4.800		10,2	11,2	12,2	13,1	14,4	15,4	16,4	17,5	18,6	20,0	21,3	22,7	24,6	26,6	28,7	30,8	33,0	35,3	37,6	39,8	42,2
5.000		10,5	11,5	12,5	13,5	14,5	15,5	16,6	17,7	18,8	20,3	21,8	23,2	25,2	27,2	29,2	31,1	33,5	35,8	38,2	40,4	42,8
5.200		10,8	11,7	12,7	13,7	14,7	15,7	16,8	17,9	19,1	20,6	22,1	23,5	25,6	27,8	30,0	32,3	34,5	36,7	38,9	41,1	43,3
5.400		11,1	12,0	12,9	13,8	14,8	15,9	17,1	18,2	19,4	20,9	22,5	23,9	26,0	28,2	30,4	32,7	35,3	37,9	40,5	43,0	45,5
5.600		11,4	12,3	13,2	14,1	15,0	16,2	17,4	18,6	19,8	21,5	23,1	24,7	26,3	28,5	30,8	33,1	35,8	38,6	41,4	44,0	46,7
5.800		11,7	12,6	13,5	14,3	15,2	16,4	17,7	18,9	20,1	21,8	23,5	25,1	26,7	28,9	31,2	33,5	36,5	39,4	42,4	45,4	48,4
6.000		11,9	12,8	13,7	14,5	15,4	16,6	17,9	19,1	20,4	22,1	23,9	25,5	27,1	29,3	31,7	34,0	37,2	40,4	43,6	46,8	50,0
6.200		12,0	12,9	13,8	14,7	15,6	16,8	18,1	19,4	20,8	22,5	24,3	25,8	27,4	29,6	32,1	34,4	37,6	40,9	44,1	47,3	50,7
6.400		12,1	13,0	13,9	14,8	15,8	17,1	18,5	19,9	21,3	22,9	24,7	26,2	27,7	30,0	32,4	34,9	38,2	41,5	44,7	48,0	51,5
6.600		12,2	13,1	14,0	15,0	16,0	17,3	18,8	20,2	21,7	23,3	25,0	26,6	28,0	30,4	32,8	35,3	38,7	42,2	45,5	48,9	52,2
6.800		12,3	13,2	14,2	15,2	16,2	17,5	19,1	20,5	22,1	23,7	25,4	27,0	28,4	30,9	33,3	35,8	39,2	42,6	46,0	49,5	53,0
7.000		12,4	13,4	14,5	15,5	16,5	17,8	19,4	20,9	22,5	24,1	25,8	27,4	28,8	31,3	33,7	36,2	39,7	43,2	46,6	50,1	53,7
7.500		12,5	13,5	14,6	15,7	16,7	18,0	19,7	21,3	22,9	24,5	26,2	27,8	29,2	31,8	34,1	36,8	40,3	43,9	47,5	51,0	54,5
8.000		12,6	13,7	14,8	15,9	17,0	18,3	20,1	21,7	23,4	25,0	26,7	28,3	29,7	32,3	34,6	37,3	40,9	44,5	48,1	51,7	55,3
8.500		12,8	14,1	15,4	16,7	18,0	19,4	20,9	22,4	23,8	25,4	27,2	28,9	30,5	33,2	35,6	38,3	41,8	45,4	48,9	52,5	56,0
9.000		13,0	14,5	16,0	17,5	19,1	20,4	21,7	23,1	24,3	26,0	27,9	29,6	31,3	34,1	36,8	39,4	43,0	46,6	50,2	53,8	57,3
9.500		13,2	14,7	16,3	17,8	19,4	20,7	22,1	23,4	24,8	26,6	28,6	30,3	32,1	35,0	37,7	40,4	43,9	47,5	51,1	54,6	58,0
10.000		13,4	15,0	16,6	18,2	19,8	21,1	22,6	23,8	25,3	27,4	29,6	31,7	33,9	36,4	38,9	41,4	44,3	48,0	51,6	55,1	58,6
11.000		13,6	15,3	17,0	18,6	20,2	21,6	23,1	24,3	25,8	28,0	30,2	32,4	34,7	37,3	39,5	42,4	45,8	49,2	52,6	55,8	59,1
12.000		13,9	15,5	17,1	18,8	20,5	21,9	23,5	24,8	26,3	28,6	30,8	33,1	35,5	38,5	40,7	43,5	46,8	50,1	53,3	56,5	59,8
13.000		14,2	15,8	17,4	19,1	20,7	22,1	23,8	25,2	26,7	29,1	31,3	33,8	36,1	39,2	41,9	44,5	47,8	51,0	54,2	57,4	60,7
14.000		14,5	16,1	17,7	19,3	20,9	22,3	24,1	25,4	27,2	29,6	31,8	34,7	36,5	39,5	42,5	45,5	48,8	52,0	55,2	58,4	61,6
15.000		14,8	16,4	18,0	19,6	21,2	22,8	24,3	26,0	27,6	30,0	32,3	35,1	37,1	40,2	43,3	46,6	49,8	53,1	56,2	59,3	62,5

Pour des vitesses inférieures à 600t/min⁻¹, les valeurs de puissance peuvent être extrapolées.

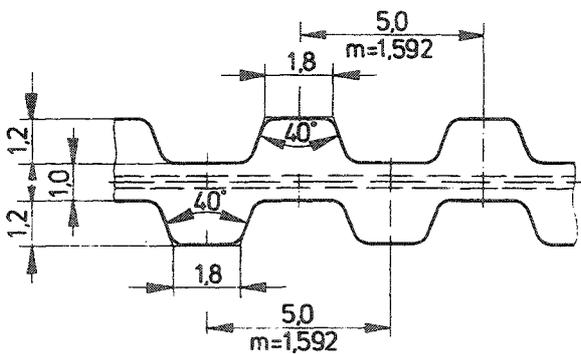
z_0 max. = 15 dents pour le calcul

T5

DIN 7721

Courroies crantées Synchronflex®**Exemple de commande**

10	T 5/455
Largeur (mm)	Type/Longueur (mm)

DL**Exemple de commande**

10	T 5/460 - DL
Largeur (mm)	Type/Longueur (mm) - double denture

Largeurs standard de courroie	b (mm)	6	10	16	25
-------------------------------	--------	---	----	----	----

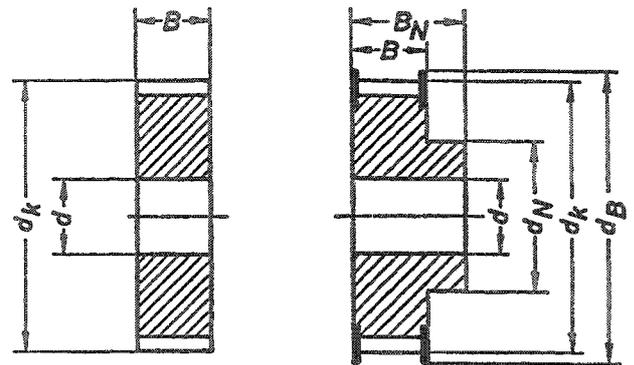
Largeurs intermédiaires et plus grandes possibles

Longueur de courroie	Longueur de courroie	Nombre de dents z_a
T 5/ 100		20
T 5/ 150		30
T 5/ 165		33
T 5/ 180		36
T 5/ 185		37
T 5/ 200		40
T 5/ 210		42
T 5/ 215		43
T 5/ 220		44
T 5/ 225		45
T 5/ 245		49
T 5/ 255		51
T 5/ 260		52
T 5/ 270		54
T 5/ 280		56
T 5/ 295		59
T 5/ 305		61
T 5/ 330		66
T 5/ 340		68
T 5/ 355		71
T 5/ 365		73
T 5/ 390		78
T 5/ 400		80
T 5/ 410	T 5/ 410 - DL	82
T 5/ 420		84
T 5/ 455		91
	T 5/ 460 - DL	92
T 5/ 480		96
T 5/ 500		100
T 5/ 510		102
T 5/ 525		105
T 5/ 545		109
T 5/ 550		110
T 5/ 560		112
T 5/ 575		115
	T 5/ 590 - DL	118
T 5/ 610		122
T 5/ 620	T 5/ 620 - DL	124
T 5/ 630		126
T 5/ 690		138
T 5/ 700		140
T 5/ 720		144
T 5/ 725		145
T 5/ 750	T 5/ 750 - DL	150
T 5/ 780		156
T 5/ 815	T 5/ 815 - DL	163
T 5/ 840		168
	T 5/ 860 - DL	172
T 5/ 900		180
T 5/ 925		185
T 5/ 940	T 5/ 940 - DL	188
T 5/ 990		198
T 5/1075		215
T 5/1100	T 5/1100 - DL	220
T 5/1160		232
T 5/1215		243
T 5/1315		263
	T 5/1325 - DL	265
T 5/1380		276

Pignons crantés Synchronflex

Exemple de commande

15	T 5/21	0
Largeur	Type/Nombre de dents	Flasques



z	d _k mm	d _{max} mm	d _B mm	z	d _k mm	d _{max} mm	d _B mm	z	d _k mm	d _{max} mm	d _B mm
10	15,05	6	20	45	70,80	54	75	80	126,50	106	131
11	16,65	6	22	46	72,40	56	77	81	128,10	108	133
12	18,25	6	23	47	73,95	58	78	82	129,70	110	134
13	19,85	8	25	48	75,55	60	80	83	131,30	110	136
14	21,45	8	26	49	77,15	60	82	84	132,85	112	137
15	23,05	10	28	50	78,75	60	83	85	134,45	114	139
16	24,60	12	30	51	80,35	62	85	86	136,05	116	140
17	26,20	14	31	52	81,95	64	86	87	137,65	119	142
18	27,80	16	33	53	83,50	66	88	88	139,25	119	144
19	29,40	16	34	54	85,10	66	90	89	140,85	120	145
20	31,00	18	36	55	86,70	68	91	90	142,45	120	147
21	32,70	20	37	56	88,30	70	93	91	144,00	122	148
22	34,25	22	39	57	89,90	72	94	92	145,60	124	150
23	35,85	24	40	58	91,50	74	96	93	147,20	126	152
24	37,40	24	42	59	93,05	74	97	94	148,80	126	153
25	39,00	25	43	60	94,65	76	99	95	150,40	129	155
26	40,60	25	45	61	96,25	79	101	96	152,00	130	156
27	42,20	27	47	62	97,85	80	102	97	153,55	130	158
28	43,75	29	48	63	99,45	82	104	98	155,15	132	160
29	45,35	31	50	64	101,05	82	105	99	156,75	132	161
30	46,95	33	51	65	102,65	84	107	100	158,35	134	163
31	48,55	35	53	66	104,20	86	109	101	159,95	136	164
32	50,10	37	55	67	105,80	88	110	102	161,55	139	166
33	51,70	39	56	68	107,40	90	112	103	163,10	140	168
34	53,25	39	58	69	109,00	90	113	104	164,70	140	169
35	54,85	40	59	70	110,60	90	115	105	166,30	140	171
36	56,45	42	61	71	112,20	92	117	106	167,90	142	172
37	58,05	43	62	72	113,75	94	118	107	169,50	146	174
38	59,65	45	64	73	115,35	96	120	108	171,10	146	176
39	61,25	45	66	74	116,95	96	121	109	172,65	148	177
40	62,85	47	67	75	118,55	98	123	110	174,25	150	179
41	64,40	48	69	76	120,15	100	125	111	175,85	150	180
42	66,00	50	70	77	121,75	102	126	112	177,45	152	182
43	67,60	52	72	78	123,30	104	128	113	179,05	152	184
44	69,20	52	74	79	124,90	104	129	114	180,65	152	185

d_{max} = alésage maximal pour pignons à flasques.

Largeur de courroie	b mm	6	10	16	25
Largeur de pignon	B mm	10	15	21	30

Tableau de puissance

pour courroies Synchroflex

Puissance transmissible en kW par cm de largeur de courroie et par dent en prise

n_1 (t/min) \ z_1	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
100	0.001	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.002	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003	0.003
200	0.003	0.003	0.003	0.004	0.004	0.004	0.005	0.005	0.005	0.006	0.006	0.006	0.007
300	0.004	0.005	0.005	0.005	0.006	0.006	0.007	0.007	0.008	0.008	0.009	0.009	0.009
400	0.005	0.006	0.007	0.007	0.008	0.008	0.009	0.010	0.010	0.011	0.011	0.012	0.012
500	0.007	0.007	0.008	0.009	0.010	0.010	0.011	0.012	0.012	0.013	0.014	0.015	0.015
600	0.008	0.009	0.010	0.010	0.011	0.012	0.013	0.014	0.015	0.016	0.016	0.017	0.018
700	0.009	0.010	0.011	0.012	0.013	0.014	0.015	0.016	0.017	0.018	0.019	0.020	0.021
800	0.010	0.011	0.012	0.013	0.015	0.016	0.017	0.018	0.019	0.020	0.021	0.022	0.023
900	0.011	0.013	0.014	0.015	0.016	0.017	0.019	0.020	0.021	0.022	0.023	0.025	0.026
1.000	0.012	0.014	0.015	0.016	0.018	0.019	0.020	0.022	0.023	0.024	0.026	0.027	0.028
1.100	0.013	0.015	0.016	0.018	0.019	0.021	0.022	0.023	0.025	0.026	0.028	0.029	0.031
1.200	0.015	0.016	0.018	0.019	0.021	0.022	0.024	0.025	0.027	0.028	0.030	0.032	0.033
1.300	0.016	0.017	0.019	0.021	0.022	0.024	0.026	0.027	0.029	0.031	0.032	0.034	0.036
1.400	0.017	0.019	0.020	0.022	0.024	0.026	0.027	0.029	0.031	0.033	0.034	0.036	0.038
1.500	0.018	0.020	0.022	0.023	0.025	0.027	0.029	0.031	0.033	0.035	0.037	0.039	0.040
1.700	0.020	0.022	0.024	0.026	0.028	0.030	0.032	0.034	0.036	0.038	0.041	0.043	0.045
1.800	0.021	0.023	0.025	0.027	0.029	0.031	0.034	0.036	0.038	0.040	0.042	0.045	0.047
1.900	0.021	0.024	0.026	0.028	0.031	0.033	0.035	0.037	0.040	0.042	0.044	0.047	0.049
2.000	0.022	0.025	0.027	0.030	0.032	0.034	0.037	0.039	0.041	0.044	0.046	0.049	0.051
2.200	0.024	0.027	0.030	0.032	0.035	0.037	0.040	0.043	0.045	0.048	0.050	0.053	0.056
2.400	0.026	0.029	0.032	0.035	0.037	0.040	0.043	0.046	0.048	0.051	0.054	0.057	0.060
2.600	0.028	0.031	0.034	0.037	0.040	0.043	0.046	0.049	0.052	0.055	0.058	0.061	0.064
2.800	0.030	0.033	0.036	0.039	0.042	0.045	0.048	0.051	0.055	0.058	0.061	0.064	0.067
3.000	0.031	0.034	0.038	0.041	0.044	0.048	0.051	0.054	0.057	0.061	0.064	0.068	0.071
3.200	0.033	0.036	0.040	0.043	0.046	0.050	0.053	0.057	0.060	0.064	0.067	0.071	0.074
3.400	0.034	0.038	0.041	0.045	0.048	0.052	0.056	0.059	0.063	0.066	0.070	0.074	0.077
3.600	0.035	0.039	0.043	0.047	0.050	0.054	0.058	0.062	0.065	0.069	0.073	0.077	0.080
3.800	0.037	0.041	0.045	0.049	0.053	0.057	0.060	0.064	0.068	0.072	0.076	0.080	0.084
4.000	0.039	0.043	0.047	0.051	0.055	0.059	0.063	0.067	0.071	0.075	0.079	0.084	0.088
4.200	0.040	0.044	0.048	0.052	0.057	0.061	0.065	0.069	0.073	0.078	0.082	0.086	0.090
4.400	0.041	0.045	0.049	0.054	0.058	0.062	0.067	0.071	0.075	0.080	0.084	0.089	0.093
4.600	0.042	0.046	0.051	0.055	0.060	0.064	0.068	0.073	0.077	0.082	0.086	0.091	0.095
4.800	0.043	0.048	0.052	0.057	0.061	0.066	0.070	0.075	0.080	0.084	0.089	0.094	0.098
5.000	0.044	0.049	0.054	0.059	0.063	0.068	0.073	0.077	0.082	0.087	0.092	0.097	0.101
5.200	0.046	0.051	0.055	0.060	0.065	0.070	0.075	0.080	0.085	0.089	0.094	0.099	0.104
5.400	0.047	0.052	0.057	0.062	0.067	0.072	0.077	0.082	0.087	0.092	0.097	0.102	0.107
5.600	0.049	0.054	0.059	0.064	0.069	0.075	0.080	0.085	0.090	0.095	0.100	0.106	0.111
5.800	0.050	0.055	0.061	0.066	0.071	0.077	0.082	0.087	0.092	0.098	0.103	0.109	0.114
6.000	0.051	0.057	0.062	0.067	0.073	0.078	0.084	0.089	0.094	0.100	0.105	0.111	0.116
6.200	0.052	0.058	0.063	0.069	0.074	0.080	0.085	0.091	0.097	0.102	0.108	0.114	0.119
6.400	0.053	0.059	0.065	0.070	0.076	0.082	0.087	0.093	0.099	0.104	0.110	0.116	0.121
6.600	0.054	0.060	0.066	0.072	0.078	0.083	0.089	0.095	0.100	0.106	0.112	0.118	0.124
6.800	0.055	0.061	0.067	0.073	0.079	0.085	0.091	0.096	0.102	0.108	0.114	0.120	0.126
7.000	0.057	0.063	0.069	0.075	0.081	0.087	0.093	0.099	0.105	0.111	0.118	0.124	0.130
7.500	0.060	0.066	0.072	0.079	0.085	0.091	0.098	0.104	0.110	0.117	0.123	0.130	0.136
8.000	0.063	0.070	0.076	0.083	0.090	0.096	0.103	0.110	0.116	0.123	0.130	0.137	0.143
8.500	0.065	0.072	0.079	0.086	0.093	0.100	0.107	0.114	0.121	0.128	0.135	0.142	0.149
9.000	0.068	0.076	0.083	0.090	0.097	0.105	0.112	0.119	0.126	0.134	0.141	0.149	0.156
9.500	0.071	0.079	0.086	0.094	0.102	0.109	0.116	0.124	0.132	0.139	0.147	0.155	0.162
10.000	0.074	0.082	0.090	0.098	0.106	0.113	0.121	0.129	0.137	0.145	0.153	0.161	0.169
11.000	0.079	0.088	0.096	0.105	0.113	0.122	0.130	0.138	0.147	0.155	0.164	0.173	0.181
12.000	0.083	0.092	0.101	0.110	0.119	0.128	0.136	0.145	0.154	0.163	0.172	0.181	0.190
13.000	0.087	0.096	0.105	0.114	0.124	0.133	0.142	0.151	0.160	0.169	0.179	0.188	0.197
14.000	0.091	0.100	0.110	0.120	0.129	0.139	0.148	0.158	0.168	0.177	0.187	0.197	0.207
15.000	0.094	0.105	0.115	0.125	0.135	0.145	0.154	0.164	0.174	0.185	0.195	0.205	0.215

 z_1 max. = 15 dents pour le calcul

Pour des vitesses inférieures à 100 t/min., les valeurs de puissance peuvent être extrapolées.

Exemple de calcul

Transmission entre un moteur de machine à coudre industrielle et l'arbre supérieur.

Puissance mécanique : $P = 300 \text{ W}$
 Vitesse du moteur: $n = 3'000 \text{ t/min}$
 Entraxe : 200 mm environ
 Vitesse de l'arbre entraîné : $1000 \text{ t/min} \rightarrow i = 3:1$
 \varnothing maximal du grand pignon : $d = 70 \text{ mm}$

Le fonctionnement de la machine est irrégulier avec à-coups importants.

Choix d'une courroie type T 5 : $t = 5 \text{ mm}$

Pignons

$$d_{\max} = 70 \rightarrow z_2 = 3z_1$$

$$z_1 = 14 \quad d_{01} = \frac{14 \cdot 5}{\pi} = 22.28$$

$$z_2 = 42 \quad d_{01} = \frac{42 \cdot 5}{\pi} = 66.85$$

Le petit pignon (z_1) sera exécuté avec 2 flasques.

Longueur de courroie et entraxe

D'après le tableau page 6.33 où l'entraxe est indiqué en nombre de pas de la courroie.

$$\frac{200}{5} = 40 \quad a' \approx 40 \text{ pas} \rightarrow \text{hors tableau disponible}$$

$$z_2 - z_1 = 28$$

$$z_B = \frac{z_2 + z_1}{2} + 2a' + \frac{(z_2 - z_1)^2}{4\pi^2 a'}$$

$$z_B = \frac{42 + 14}{2} + 80 + \frac{(42 - 14)^2}{4\pi^2 40} = 108.5$$

Dans le catalogue Synchroflex (voir page 6.42), les courroies disponibles T5 dont le nombre de dents approche le mieux ces valeurs sont les suivantes : T5/525, T5/545, T5/550 et T5/560 avec respectivement $Z_B = 105, 109, 110$ et 112 .

$$1^{\text{er}} \text{ choix : } z_B = 109 \Rightarrow a' = 40,2533 \Rightarrow a = 201,25 \text{ mm}$$

Au cas où la valeur d'entraxe obtenue ne convient pas, d'autres nombres de dents doivent être choisis pour les pignons. Lorsque l'entraxe n'est pas réglable à la dimension calculée, un rouleau tendeur doit être utilisé (et doit travailler sur le brin non tendu lorsque le système tourne toujours dans le même sens).

Largeur de la courroie

L'abaque de la page 6.37 fournit l'angle β :

$$\left. \begin{array}{l} z_2 - z_1 = 28 \\ a' = 40.2533 \end{array} \right\} \beta = 167^\circ$$

L'abaque de la page 6.38 indique le nombre de dents en prise:

$$\left. \begin{array}{l} \beta = 167^\circ \\ z_1 = 14 \end{array} \right\} z_e = 6$$

La puissance transmissible par cm de largeur de courroie est donnée au tableau page 6.44 avec :

$$\left. \begin{array}{l} n_1 = 3000 \text{ tr/min} \\ z_1 = 14 \end{array} \right\} P = 44 \cdot z_e = 264 \text{ W}$$

$$\rightarrow \text{largeur courroie} : \frac{300}{264} = 1.136 \text{ cm sans coefficient de sécurité.}$$

Coefficient de sécurité

Les conditions de fonctionnement sont moyennes et la courroie peut être montée sans forcer, vu que le moteur est sur une plaque réglable en position.

Nous choisissons le coefficient $S = 1.6$.

La largeur de la courroie devrait donc être de $1.136 \cdot 1.6 = 1.818 \text{ cm}$.

Choix : 25 mm ; si $b = 16 \text{ mm}$, le coefficient de sécurité $S = 1.4$.

Avec la largeur de 25 mm, $S = 2.2$

On peut donc utiliser la courroie :

25	T 5 / 545
Largeur	Type / longueur

6.3.4.3 Montage

La pré-tension donnée au montage est de l'ordre de 80% de l'effort tangentiel. En microtechnique, dans les cas de transmission de faible puissance, sans risque de décrantage de la courroie, on prescrit une pré-tension plus faible, qui peut être très voisine de 0, dans le cas où l'on désire un minimum de charge sur les paliers.

La pré-tension est réalisée par réglage de l'entraxe ou par un rouleau tendeur qui peut être monté soit à l'extérieur, soit à l'intérieur de la courroie, mais toujours sur le brin mou si le système ne fonctionne pas de façon symétrique.

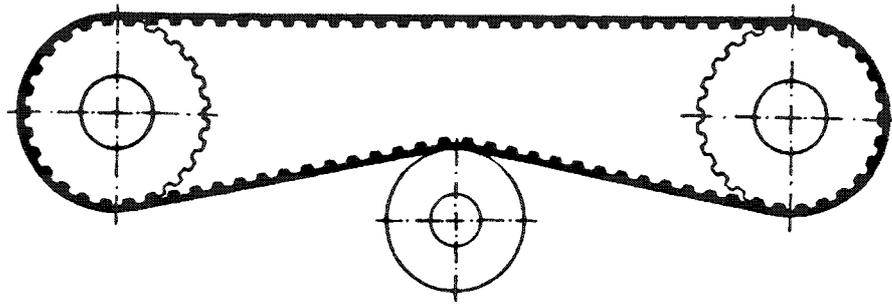


Fig. 6.37 Courroie crantée avec galet tendeur sur le brin mou.

Les courroies à double denture facilitent la transmission entre plusieurs axes.

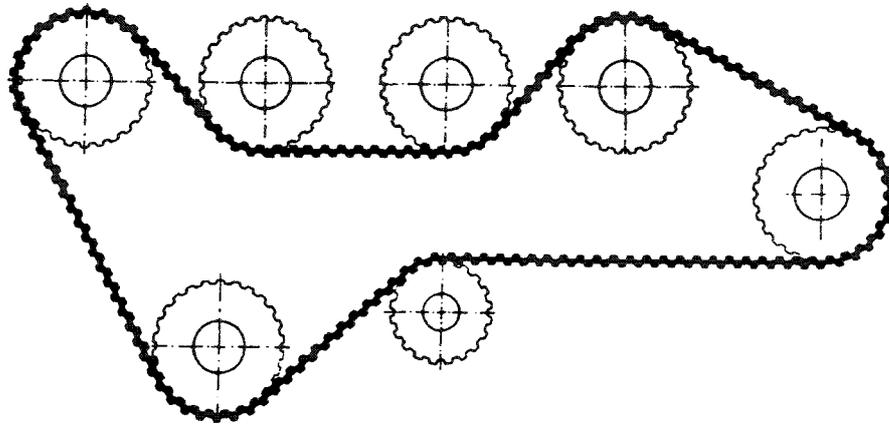


Fig. 6.38 Transmission à courroie par double denture.

Il est également possible, à l'aide de courroie crantées, d'effectuer des renvois d'angle pour la liaison de 2 axes non parallèles. Les entraxes doivent être d'au moins 20 fois la largeur de la courroie. Ce type de transmission ne peut transmettre qu'une puissance réduite ($\sim 1/3$).

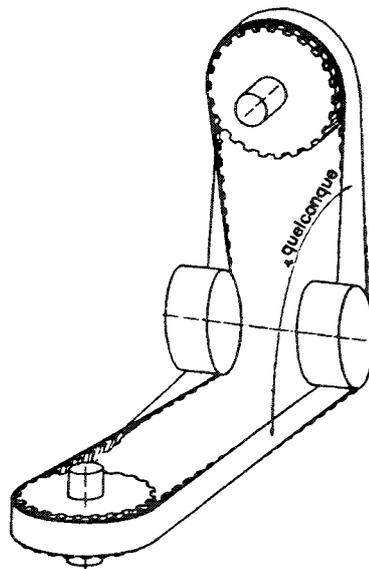


Fig. 6.39 Renvoi d'angle.

6.4 Transmission par chaînes

En microtechnique, l'utilisation de chaînes pour transmettre un couple entre deux arbres doit être réservée aux cas où l'on demande une grande raideur et lorsqu'on ne peut pas utiliser des engrenages.

La plupart des problèmes, qui autrefois étaient résolus par l'adoption de chaînes, le sont actuellement avantageusement à l'aide de courroies crantées.

Les principales chaînes utilisées sont les chaînes à rouleaux comme celle représentée à la figure 6.40.

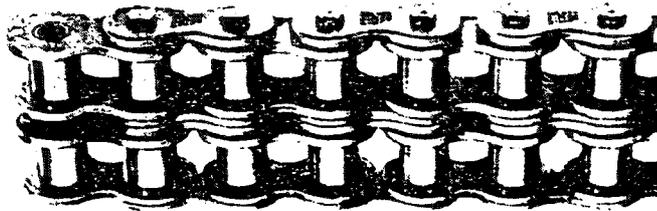


Fig. 6.40 Chaîne à rouleaux.

Par rapport à une transmission à courroie crantée, les avantages et inconvénients des chaînes sont les suivants :

Avantages

- peu de force sur les paliers des roues (très peu de pré-tension)
- grande rigidité

Inconvénients

- demande une lubrification
- bruyante
- lourde
- vitesse légèrement variable due à l'effet polygonal.
-

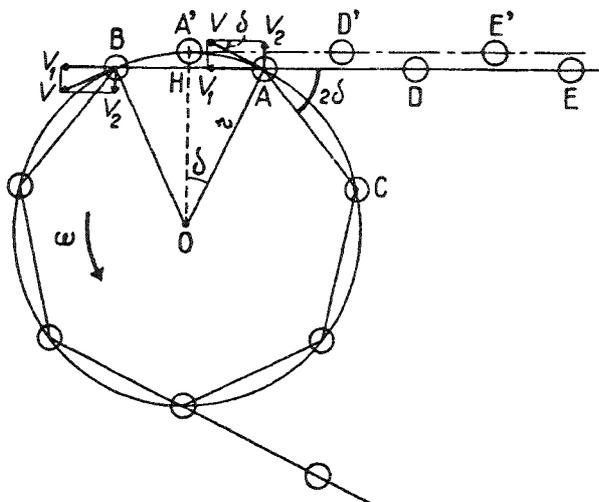


Fig. 6.41 Effet polygonal.

Lorsque le pignon tourne dans le sens de la flèche d'un angle égal à l'arc AOB correspondant à une dent, l'articulation A de la chaîne vient en B en décrivant l'arc AA'B, et l'articulation D vient en A.

Si nous considérons le cercle primitif du pignon représenté sur la figure 6.41, le pignon est animé d'une vitesse circonférentielle uniforme V , et l'on a :

$$V = \frac{D_0}{2} \omega$$

en désignant par D_0 le diamètre primitif du pignon.

On peut décomposer cette vitesse V suivant deux composantes :

V_1 étant dirigée suivant la direction de la chaîne

V_2 étant dirigée suivant une perpendiculaire à la direction de la chaîne.

$$V_1 = V \cos \delta = \frac{D_0}{2} \omega \cos \frac{\pi}{z}$$

$$V_2 = V \sin \delta = \frac{D_0}{2} \omega \sin \frac{\pi}{z}$$

en désignant par z le nombre de dents du pignon.

Lorsque A est en A' :

$$V_1 = \frac{D_0}{2} \omega = V \text{ et } V_2 = 0$$

Le passage de V à V_1 explique la variation de vitesse linéaire de la chaîne, et la variation de 0 à V_2 l'oscillation de la chaîne et la source de bruit. Ce phénomène est d'autant plus prononcé que le nombre de dents du pignon est bas. Pour des vitesses de transmission < 0.5 m/s, on peut admettre un nombre de dents minimal $z = 8$.

La détermination de la longueur de la chaîne et de l'entraxe s'effectue selon la même méthode que celle employée pour les courroies crantées.

6.5 Transmission par engrenages

L'engrenage est un mécanisme élémentaire constitué de deux organes dentés, mobiles autour d'axes de position relative invariable et dont l'un entraîne l'autre par l'action de dents successivement en contact. Dans une telle transmission aucun glissement n'est possible; le rapport de transmission est égal à :

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = -\frac{d_2}{d_1} = -\frac{z_2}{z_1}$$

avec ω_1 et ω_2 : vitesse angulaire des roues 1 et 2,
 d_1 et d_2 : diamètre primitif des roues 1 et 2,
 z_1 et z_2 : nombre de dents des roues 1 et 2.

Le diamètre primitif est le diamètre d'une roue lisse d'une transmission par friction équivalente à la transmission par engrenages.

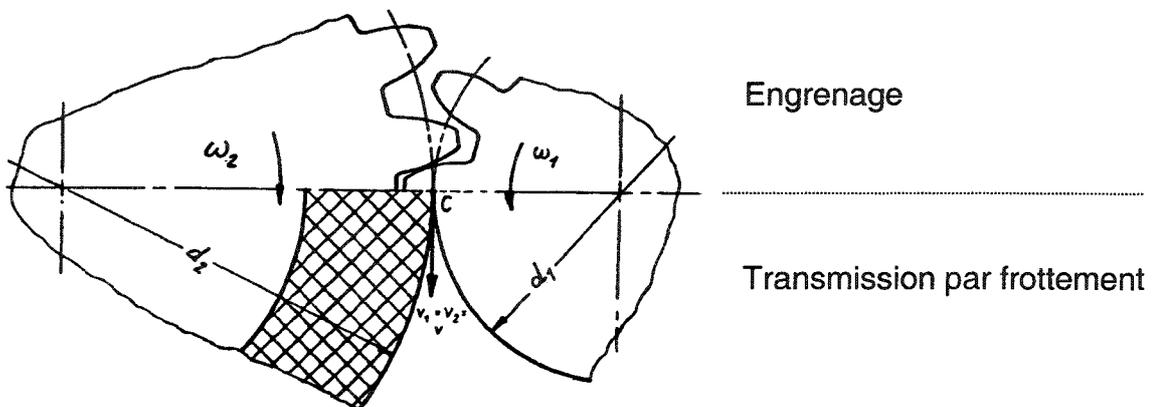


Fig. 6.42 Comparaison d'une transmission par engrenage et par frottement.

La transmission par engrenages permet de lier des arbres dont les positions relatives sont les suivantes :

arbres parallèles :

- engrenages cylindriques à dents - droites
- hélicoïdales
- en chevron

arbres concourants :

- engrenages coniques

arbres gauches :

- perpendiculaires : vis tangente et couronne
- non perpendiculaires : engrenages cylindriques à denture hélicoïdale.

La figure 6.43 montre ces différentes formes d'engrenages :

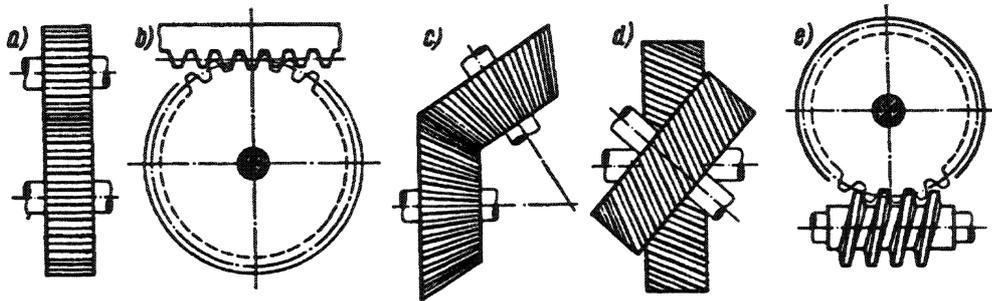


Fig. 6.43 Différentes formes d'engrenages :

- a) engrenage cylindrique à dents droites (possibilité de denture hélicoïdale)
- b) roue et crémaillère (cas particulier de (a))
- c) engrenage conique
- d) engrenage cylindrique gauche à denture hélicoïdale
- e) vis tangente et couronne

6.5.1 Conditions de fonctionnement d'un engrenage

Pour des raisons de simplification, nous étudierons ces conditions de fonctionnement dans le cas de transmission par engrenages cylindriques à dents droites.

Condition 1: les dentures doivent avoir le même pas.

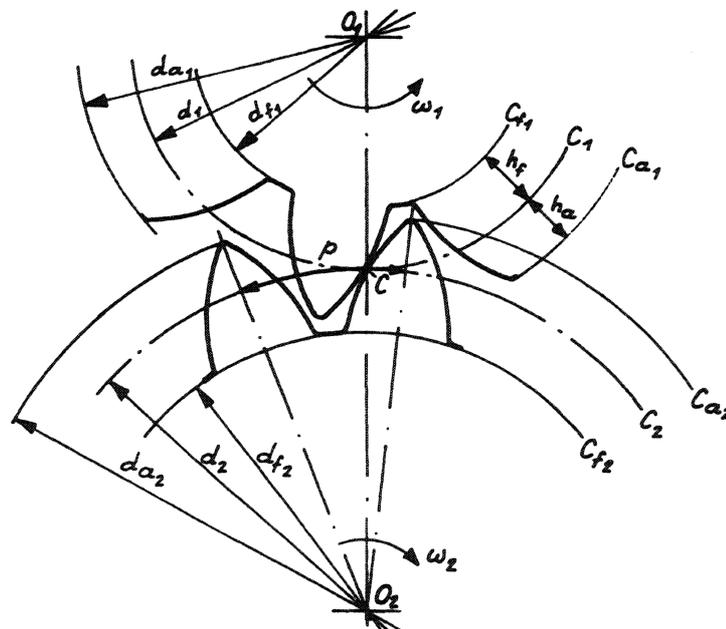


Fig. 6.44 Dimensions caractéristiques d'un engrenage.

- C : surface primitive
- C_a : surface de tête
- C_f : surface de pied
- d : diamètre primitif
- d_a : diamètre de tête
- d_f : diamètre de pied

La denture de la roue 1 a le même pas p que celle de la roue 2; le pas est mesuré sur la surface primitive.

Circonférence de la surface primitive (cylindre) :

$$\pi \cdot d = p \cdot z \quad z \text{ est le nombre de dents}$$

$$d = \frac{p}{\pi} z$$

$$\frac{p}{\pi} = m \quad \text{est le module de l'engrenage}$$

$$d = mz$$

Les dimensions des dents sont rapportées au module :

$$h_a = 1 \cdot m$$

$$h_f = 1,25 \cdot m \quad (*)$$

$$h = 2,25 \cdot m$$

(*) valeur recommandée par ISO/R 53-1957 et VSM 15 520 ; voir également VSM 15 524.

La première condition peut s'exprimer de la façon suivante :

Les roues de l'engrenage doivent avoir le **même module** $m = \frac{p}{\pi}$

Modules normaux recommandés: (VSM 15 521)

0,1	0,12	0,16	0,2	0,25	0,3	0,4
0,5	0,6	0,75	1	1,25	1,5	2
2,5	3	4	5	6	8	

Condition 2 : les profils de dents sont des profils conjugués (la normale aux profils au point de contact passe par un point fixe).

Considérons la transmission par engrenage de la figure 6.45 :

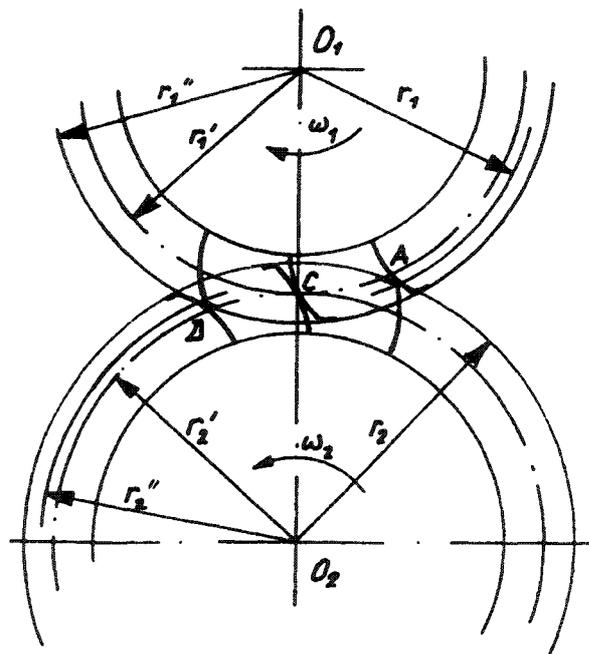


Fig. 6.45 Engrenement de deux roues dentées.

Lors de l'engrènement le point de contact passe de :

- A : rayon r_1 et r_2
- à C : rayon r'_1 et r'_2
- à D : rayon r''_1 et r''_2

Pour un mouvement homocinétique on doit avoir :

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \text{constant alors que } r_1 \neq r'_1 \neq r''_1 \quad \text{et} \quad r_2 \neq r'_2 \neq r''_2$$

Il est possible de répondre à cette condition en agissant sur la forme des dents. Les profils des dents de deux roues répondant à cette condition sont des profils conjugués. Ils sont tels que les normales aux profils en chaque point de contact sont communes et passent par un point fixe.

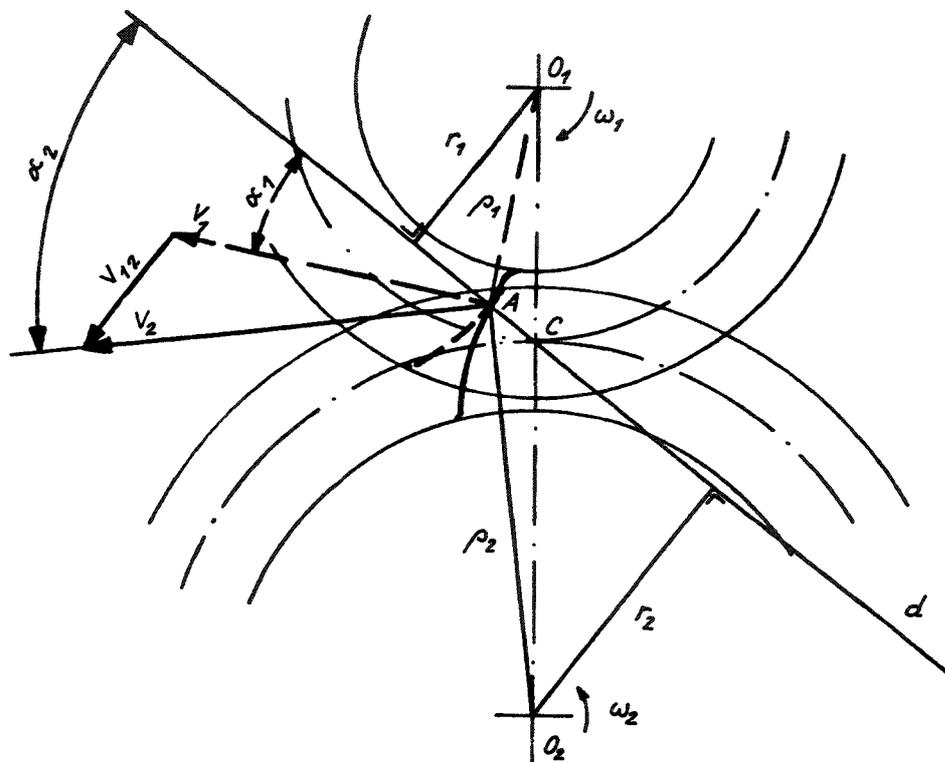


Fig. 6.46 Profils conjugués: la normale commune passe par C; point de contact A.

Pour que les roues restent en contact, il faut que V_{12} soit parallèle à la tangente aux profils, au point A.

Il faut donc que :

$$V_1 \cos \alpha_1 = V_2 \cos \alpha_2$$

$$\omega_1 \rho_1 \cos \alpha_1 = \omega_2 \rho_2 \cos \alpha_2$$

$$\omega_1 r_1 = \omega_2 r_2$$

$$\frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{r_2}{r_1} = i$$

$\frac{r_2}{r_1}$ est constant si d passe toujours par C

$\frac{\omega_1}{\omega_2}$ est constant si d passe toujours par C.

Les profils des dents sont conjugués.

Condition 3 : l'arc d'engrènement doit être supérieur à p (au moins p + 10%) pour assurer la continuité de l'engrènement.

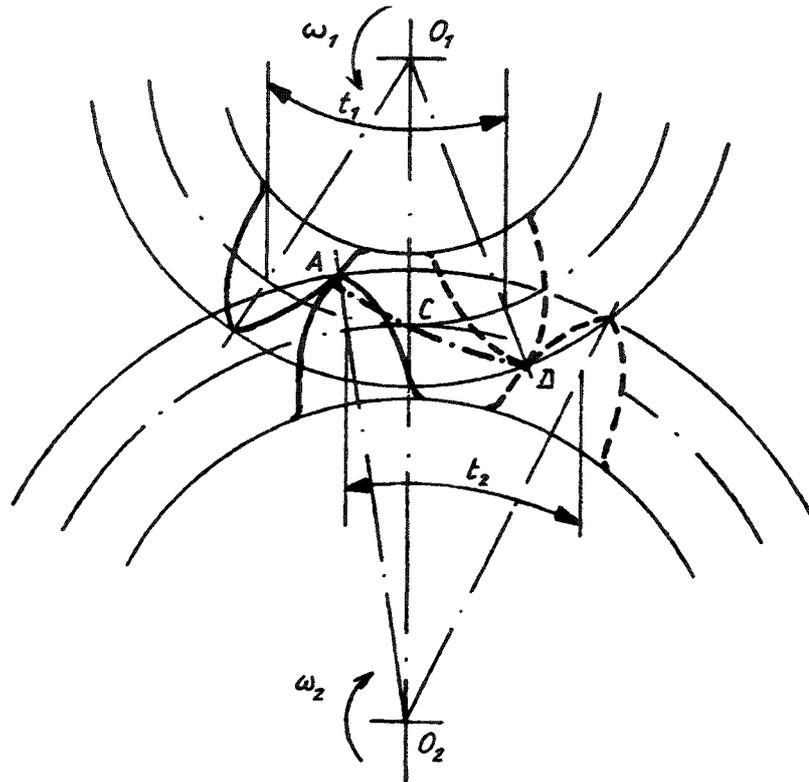


Fig. 6.47 Arc d'engrènement.

Début d'engrènement : contact en A

Fin d'engrènement : contact en D

Longueur d'arc : $t_1 = t_2 = t$

Condition 3 : $t > p$ ($t \geq 1.1p$)

Condition 4: Les profils doivent être tels qu'il n'y ait pas d'interférence; c'est à dire que le contact entre dents doit toujours s'effectuer tangentiellement et que les profils ne doivent pas pénétrer l'un dans l'autre.

6.5.1.1 Quelques définitions liées à l'engrènement

Cercle primitif : section du cylindre primitif par un plan perpendiculaire à l'axe de la roue (C_1 pour le pignon et C_2 pour la roue).

Cercle de tête (ou de pied) : section du cylindre de tête (ou de pied) par un plan perpendiculaire à l'axe de la roue.

Point primitif : point de contact des 2 cercles primitifs.

Point d'action : point de contact de 2 profils conjugués.

Ligne d'action : normale commune à 2 profils conjugués, en leur point de contact

Ligne de conduite : Lieu des points d'action successifs de 2 profils conjugués. (ligne A-D fig. 6.47)

Période d'approche : période comprise depuis le début d'engrènement jusqu'au moment où le point d'action est au point primitif C.

Période de retraite : période comprise depuis le moment où le point d'action est au point primitif C, jusqu'à la fin de l'engrènement.

Longueur d'approche g_f : longueur de la ligne de conduite parcourue par le point d'action pendant la période d'approche.
 g_f = longueur AC (fig. 6.47)

Longueur de retraite g_a : longueur de la ligne d'engrènement parcourue par le point d'action pendant la période de retraite.
 g_a = longueur CD (fig. 6.47)

Longueur de conduite g_α : longueur utile de la ligne de conduite.
 $g_\alpha = g_f + g_a$ = longueur AD (fig. 6.47)

La ligne de conduite met en évidence l'interférence : il y a interférence chaque fois que la ligne de conduite, sur la longueur AD (longueur de conduite), est coupée en plus d'un point par un cercle de rayon quelconque de centre O_1 ou O_2 .

Glissement :

Soit A_1 le point de début d'engrènement de la roue 1 ;

Soit A_2 le point de début d'engrènement de la roue 2 ;

Ces 2 points correspondent au point A de la ligne de conduite de la figure 6.47.

Soit C le point primitif.

On appelle rapport de glissement le rapport

$$\gamma_2 = \frac{\text{arc } CA_2 - \text{arc } CA_1}{\text{arc } CA_2} \text{ pour la roue 2}$$

$$\gamma_1 = \frac{\text{arc } CA_2 - \text{arc } CA_1}{\text{arc } CA_1} \text{ pour la roue 1}$$

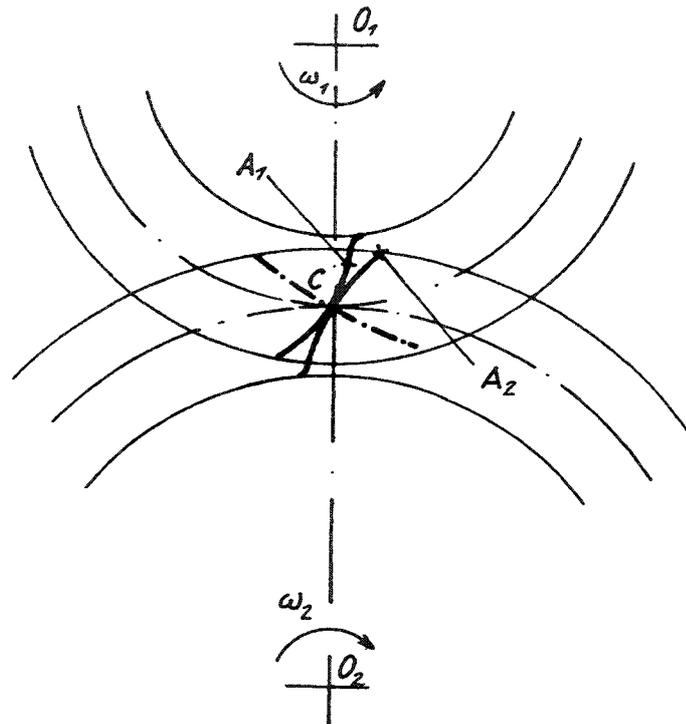


Fig. 6.48 Glissement.

La figure 6.49 permet de mettre en évidence le phénomène du glissement dans les engrenages.

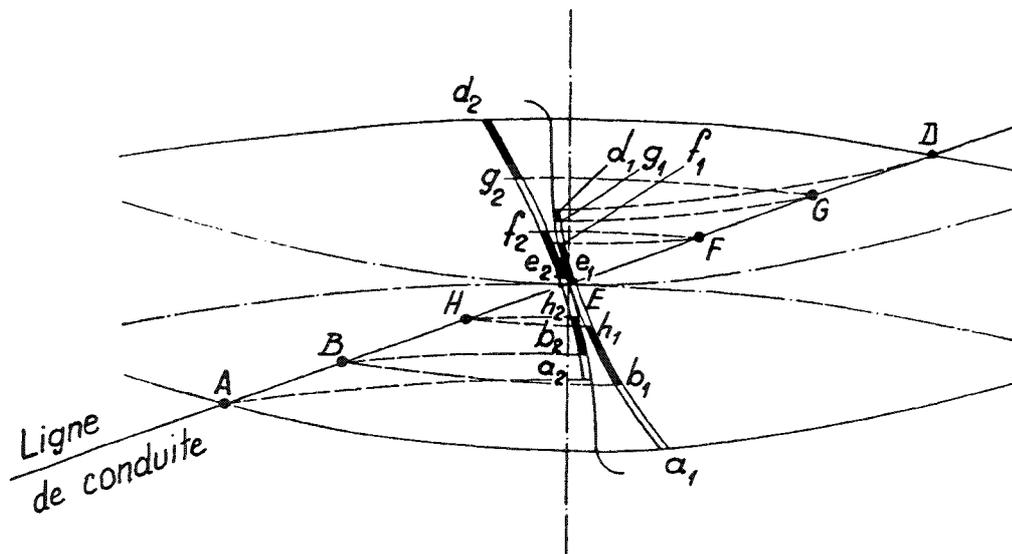


Fig. 6.49 Etude du glissement sur les engrenages à axes parallèles.

La longueur d'action AD est divisée en 6 intervalles égaux. Les points A, B, H, E, F, G, D sont rabattus sur les profils des roues, de manière à montrer les arcs correspondants des profils durant l'engrènement. Ainsi :

$$\widehat{a_1 b_1} \text{ correspond à } \widehat{a_2 b_2} \text{ d'où glissement} = \widehat{a_1 b_1} - \widehat{a_2 b_2}$$

$$\widehat{b_1 h_1} \text{ correspond à } \widehat{b_2 h_2} \text{ d'où glissement} = \widehat{b_1 h_1} - \widehat{b_2 h_2}$$

$$\dots$$

$$\widehat{g_1 d_1} \text{ correspond à } \widehat{g_2 d_2} \text{ d'où glissement} = \widehat{g_1 d_1} - \widehat{g_2 d_2}$$

6.5.2 Assortiment de roues

On appelle assortiment de roues un ensemble tel que n'importe quelle roue puisse engrener avec chacune des autres.

Pour qu'il y ait assortiment de roues, les lignes de conduite doivent être symétriques dans leur forme (et pas dans leur longueur) par rapport au point primitif C.

Parmi la multitude de profils conjugués possibles, seuls quelques-uns présentent un intérêt suffisant.

6.5.2.1 Profils cycloïdaux

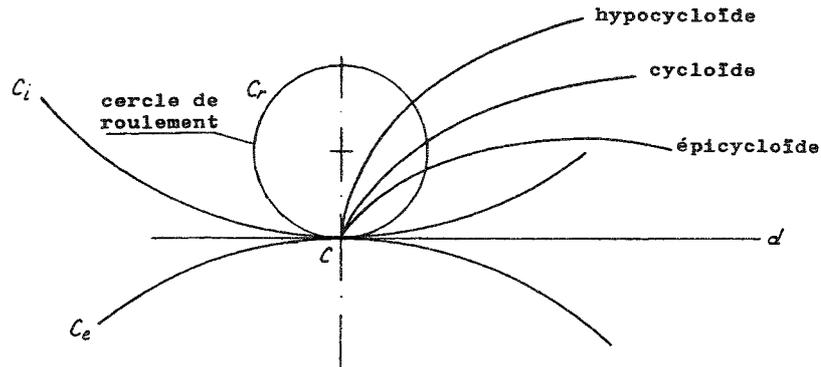


Fig. 6.50 Profils cycloïdaux.

C_r roule sur la droite d , le point C décrit une cycloïde

C_r roule sur le cercle C_o , le point C décrit une épicycloïde

C_r roule sur le cercle C_i , le point C décrit une hypocycloïde

Un profil épicycloïde a pour conjugué un profil hypocycloïde et réciproquement

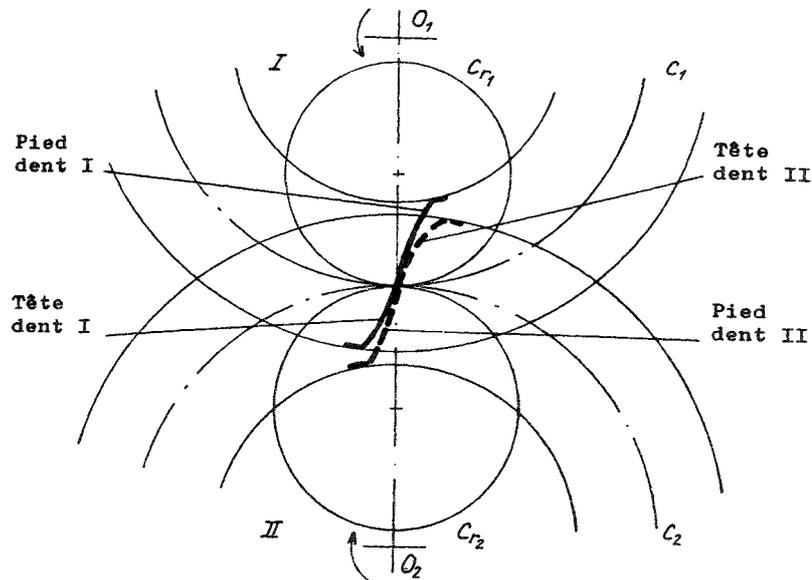


Fig. 6.51 Dents de profils cycloïdaux

- Pied dent I : hypocycloïde :
Roulement de C_{r1} dans C_1
- Tête dent I : épicycloïde :
Roulement de C_{r2} dans C_1
- Tête dent II : épicycloïde :
Roulement de C_{r1} dans C_2
- Pied dent II : hypocycloïde :
Roulement de C_{r2} dans C_2

On démontre que la ligne de conduite est formée par les fractions de cercles C_{r1} et C_{r2} limitées par les cercles de tête C_{a1} et C_{a2} .

Avantages des profils cycloïdaux

- 1) Pratiquement, ces profils ne donnent pas lieu à interférence ; ils permettent donc de réaliser des engrenages à petits nombres de dents.
- 2) Le glissement est très faible.
- 3) Les rayons de courbure des surfaces en contact sont du même côté des profils, ce qui conduit à une plus faible pression de contact (voir loi de Herz, chapitre 4, et fig. 6.51).

Désavantages des profils cycloïdaux

- 1) Le pied de la dent est étroit (résistance plus faible)
- 2) Le taillage doit être effectué au moyen d'une fraise de forme (une fraise pour un module et un nombre de dents donnés).
- 3) Grande sensibilité à une variation (inexactitude) d'entraxe.

Comment fixer le diamètre du cercle de roulement ?

Lorsque le diamètre de C_r est petit, l'épicycloïde est fortement incurvée et la dent devient pointue.



Fig. 6.52 Tête de dent épicycloïde avec C_r trop petit.

Lorsque le diamètre de $C_r > d / 2$, l'hypocycloïde définit un pied de dent dont le flanc est convexe (grande pression superficielle et base de dent très faible). Cette disposition est à rejeter.

Lorsque \emptyset de $C_r = d / 2$, l'hypocycloïde définit un pied de dent dont le flanc est rectiligne et confondu avec un rayon de la roue.

Pour obtenir un assortiment de roues, il faut que tous les profils aient été déterminés avec le même cercle de roulement C_r .

On adopte généralement pour \emptyset de C_r la valeur $0.4 \cdot d$ de la roue la plus petite. On utilise parfois la valeur $0.5 \cdot d$ de la plus petite roue de l'assortiment (dans ce cas, cette dernière a des pieds dont le profil est rectiligne).

6.5.2.2 Profils développante de cercle

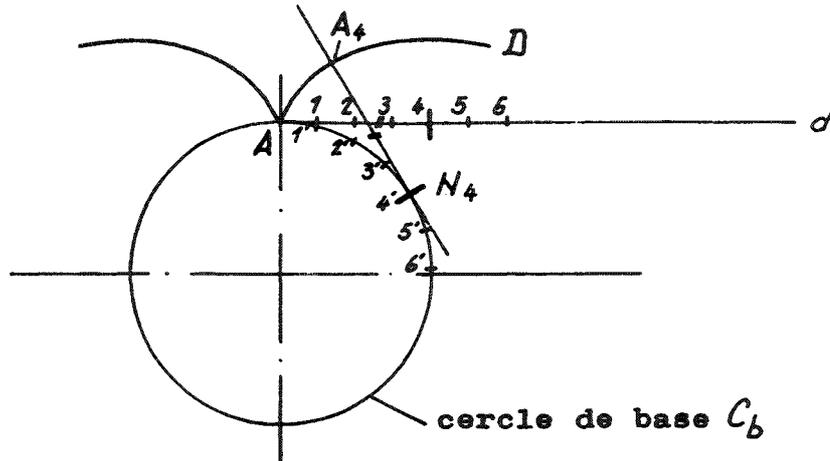


Fig. 6.53 Développante de cercle.

La développante de cercle est le lieu des points A lorsque la droite d roule sans glisser sur le cercle de base C_b . On a donc $A_4N_4 = A_4N_4$

Le point N_4 est le centre de courbure de la développante D en A_4 . Cela revient à dire que nous pouvons, au voisinage immédiat de A_4 , remplacer D par un arc de cercle de centre N_4 (ceci est bien entendu valable pour tout point de C_b et son correspondant de D). En chaque point de D , la droite roulante est normale à D .

Choix du cercle de base C_b pour déterminer le profil :

Si l'on choisit le cercle primitif comme cercle de base, le profil n'est défini que pour la tête de la dent. Il faut donc utiliser un cercle de base de diamètre inférieur à celui du cercle primitif.

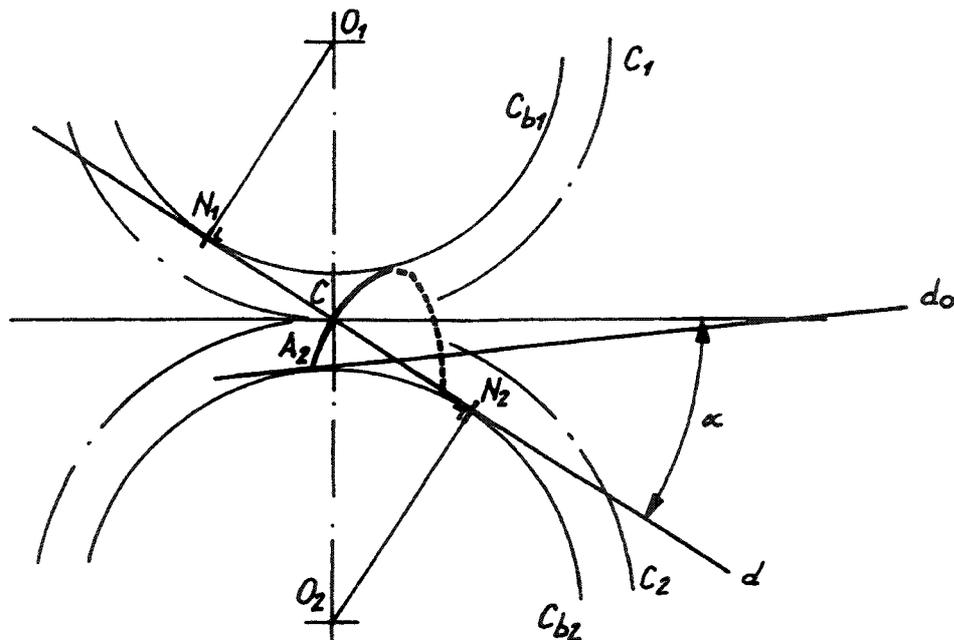


Fig. 6.54 Profil développante de cercle.

La position du point A_2 est telle que $CN_2 = \widehat{A_2N_2}$. La droite d roule sur C_{b1} pour le profil des dents de la roue 1, et sur C_{b2} pour le profil des dents de la roue 2.

Pour que les profils des deux roues soient conjugués (normales communes en chaque point de contact et passant par un point fixe (point primitif C)), il faut que la droite d , passant par C , soit tangente aux deux cercles de base C_{b1} et C_{b2} .

Lors de la rotation de l'engrenage, la transmission sera effectuée par une force normale aux profils; cette force aura donc la direction de d ; d est appelé la ligne d'action. L'angle α que d forme avec la tangente commune aux deux cercles primitifs est appelé angle de pression.

Pour un profil en développante, cet angle reste constant tout au long de l'engrènement. Les profils les plus couramment utilisés sont définis avec un angle $\alpha = 20^\circ$. Dans certains engrenages dits à contact roulant, $\alpha = 40^\circ$ à 50° .

On peut considérer, de façon imagée, que la transmission de couple entre deux roues d'un engrenage à profil développante est réalisée par un ruban, travaillant en compression et infiniment mince, enroulé sur chaque cercle de base et passant d'une roue à l'autre en suivant d (fig. 6.55).

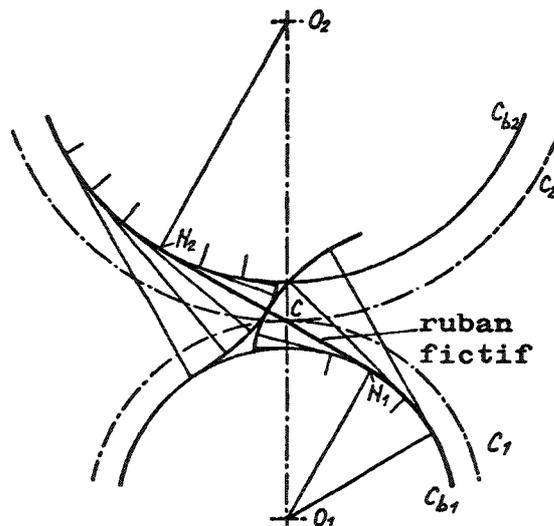


Fig. 6.55 Représentation d'une transmission par engrenage à profil développante.

Remarque: La développante de cercle ne définit qu'une fraction du profil du pied de la dent; la zone en dehors du profil développante n'entre pas en contact avec la tête de la dent conjuguée.

Avantages des profils à développante de cercle :

- 1) La base de la dent développante est plus large que celle de la dent cycloïde.
- 2) Possibilité de réaliser le profil exact par génération. La figure 6.56 donne la description d'un taillage par génération à l'aide d'une crémaillère à profil rectiligne, animée d'un mouvement alternatif, travaillant par rabotage.

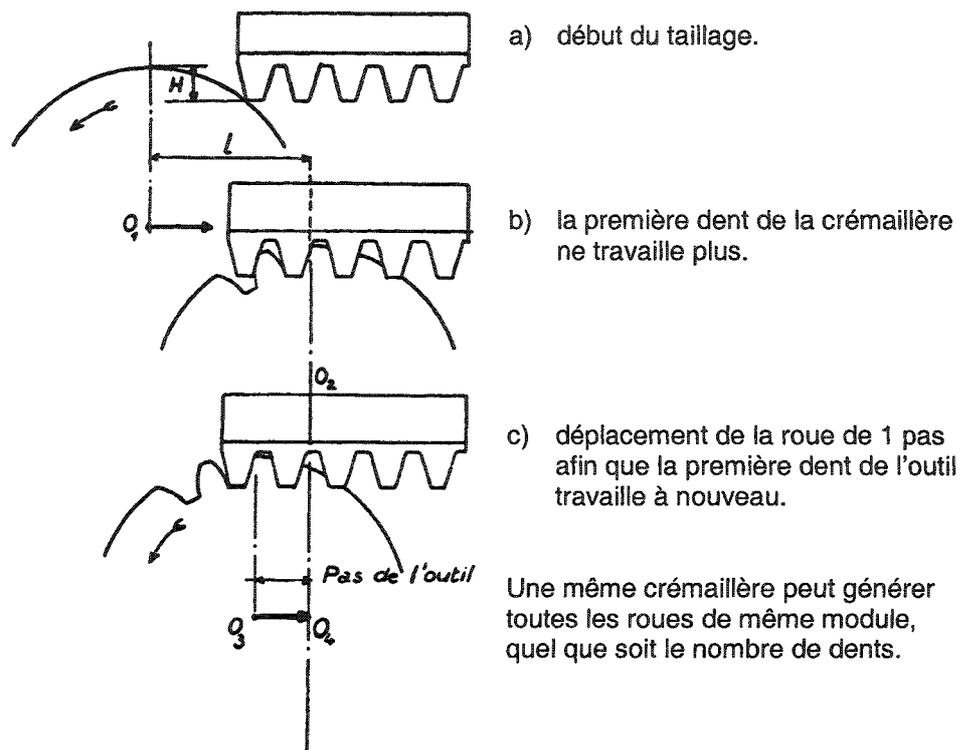


Fig. 6.56 Taillage par génération.

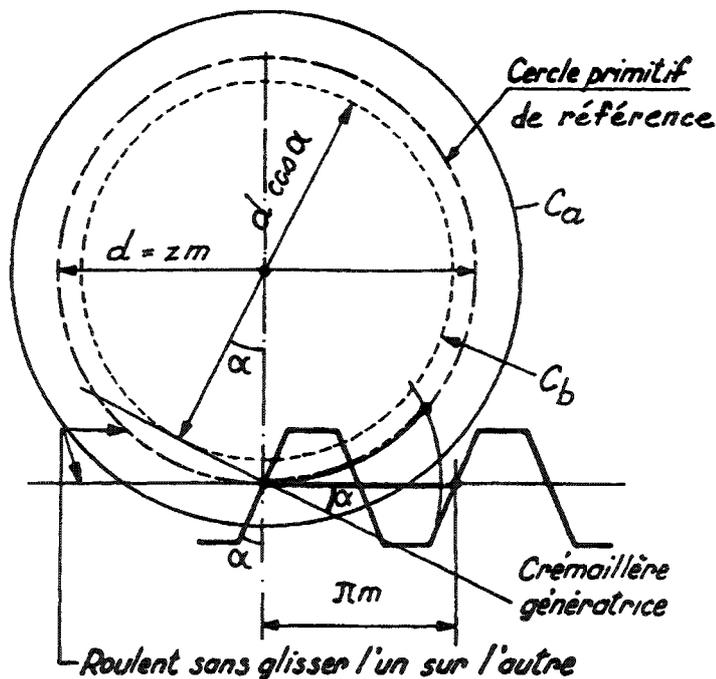


Fig. 6.57 Génération de la roue à partir de la crémaillère génératrice.

La **crémaillère génératrice** est définie par rapport à une crémaillère de référence. La crémaillère génératrice s'emboîte dans la crémaillère de référence, de façon que les dents de l'une remplissent exactement les entre-dents de l'autre.

La **crémaillère de référence** est une crémaillère fictive ayant le profil de référence pour section droite.

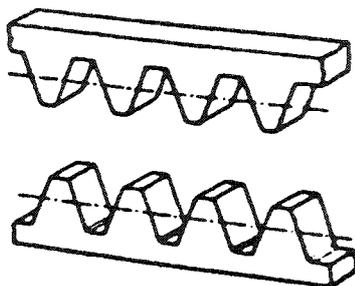


Fig. 6.58 Crémaillère génératrice et crémaillère de référence.

Le profil de référence est un tracé utilisé pour définir les dimensions de denture normalisées d'un système de roues à développante.

Ce profil est défini par VSM 15 520 (1973) pour les modules de 1 à 50mm, et par VSM 15 524 (1973) pour les modules de 0.1 à 1.25 mm. Ces normes sont basées sur la recommandation ISO/R 53 – 1957.

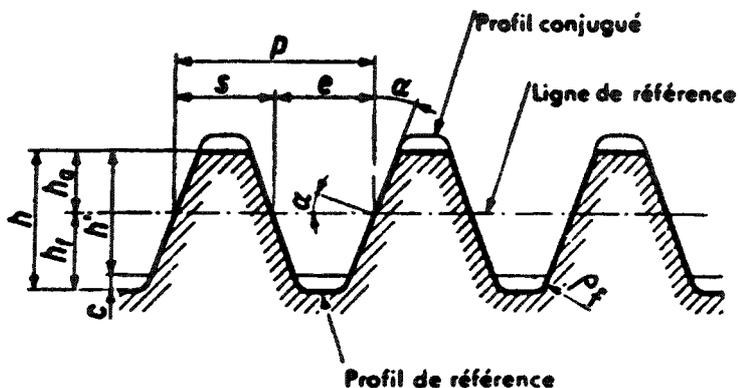


Fig. 6.59 Profil de référence.

Rayon à fond de dent admissible	$\rho_f = 0.25 \text{ m} \dots 0.38 \text{ m}$	Pour $m \geq 1 \text{ mm}$; $\leq 0.25 \text{ m}$ pour $m < 1 \text{ mm}$
Valeur recommandée par VSM	$\rho_f = 0.30 \text{ m}$	
Hauteur de dent	$h = 2.25 \text{ m}$	$= 2.4 \text{ m}^*$
Saillie	$h_a = m$	
Creux	$h_f = 1.25 \text{ m}$	$= 1.4 \text{ m}^*$
Angle de pression	$\alpha = 20^\circ$	
Pas	$p = \pi \cdot m$	
Module	$m = p/\pi$	
Épaisseur	$s = p/2 = 1.5708 \text{ m}$	$= 1.41 \text{ m}^*$
Intervalle	$e = p/2 = 1.5708 \text{ m}$	$= 1.7316 \text{ m}^*$
Hauteur utile	$h' = 2 \text{ m}$	
Vide à fond de dent	$c = 0.25 \text{ m}$	0.4 m^*
* pour module $\leq 1.25 \text{ m}$ avec grand jeu entre dents et épaisseur de dent plus petite que le demi-pas (VSM 15 524 profil de référence B).		

Dans le profil de référence, la ligne de référence est la droite sur laquelle le rapport :

$$\frac{\text{épaisseur } e}{\text{pas } p}$$

a la valeur normalisée donnée : 0.5 pour profil à jeu normal et $1.41/\pi = 0.45$ pour profil pour grand jeu entre dents et épaisseur de dent plus petite que le $\frac{1}{2}$ pas.

3) Le fonctionnement n'est pas altéré par une modification de l'entraxe ; celui-ci n'a pas besoin d'être réalisé avec une grande précision.

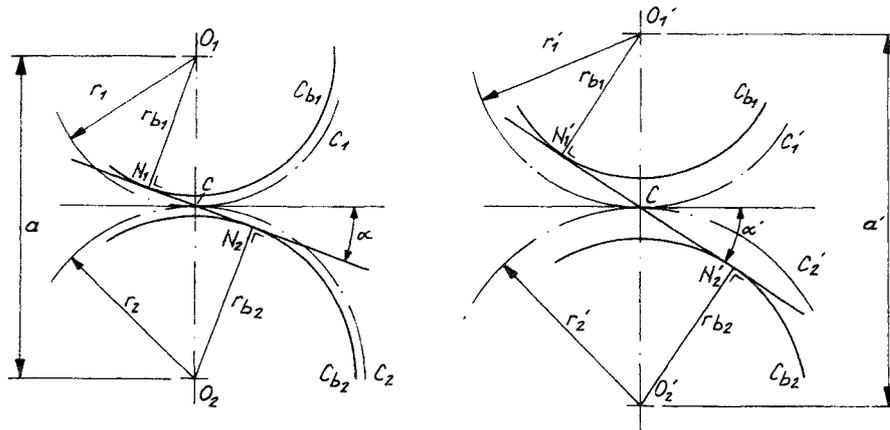


Fig. 6.60 Influence de la variation d'entraxe pour une denture développante.

D'après la figure 6.60 on peut écrire :

$$\frac{r_1}{r_2} = \frac{r_{b1}}{r_{b2}} = \text{const.} = \frac{1}{i}$$

$$\frac{r_1'}{r_2'} = \frac{r_{b1}}{r_{b2}} = \text{const.} = \frac{1}{i}$$

Le rapport de transmission reste le même, et est défini par les 2 cercles de base.

La fonction cinématique n'est en rien modifiée lorsque la distance d'entraxe passe de a à a' ; on travaille sur un autre secteur du profil, α devient α' et l'arc d'engrènement est raccourci (attention à la condition de continuité).

Inconvénients des profils à développante de cercle :

- 1) Les rayons de courbure de 2 dents en prise sont opposés, ce qui entraîne une grande pression de contact ($>$ à profil cycloïdal).
- 2) Les engrenages à petit nombre de dents risquent l'interférence.

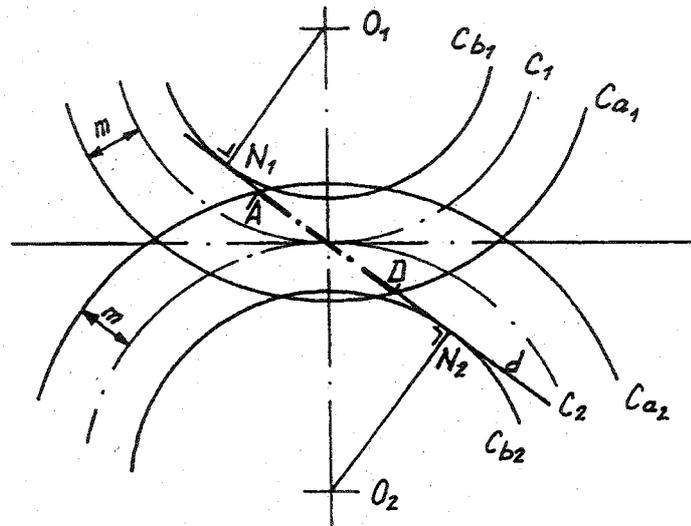


Fig. 6.61 Ligne de conduite des engrenages à profil développante.

La ligne de conduite est le segment de la droite d limité par les cercles de tête des roues. Il y a interférence lorsque la ligne de conduite peut être coupée en plus d'un point par un cercle de centre O_1 et O_2 .

Afin qu'il n'y ait pas d'interférence pour un angle de pression α , il faut que les cercles de tête des roues coupent la droite d à l'intérieur du segment N_1N_2 . Pour un angle α de 20° , les interférences apparaissent pour $z \leq 17$ dents.

Pour éviter l'interférence, on peut :

- Augmenter l'angle de pression α de :

- 17 à 14 dents : $\alpha = 22^\circ 30'$
- 13 à 10 dents : $\alpha = 25^\circ$
- moins de 10 dents : $\alpha = 25^\circ$ à 30° et plus pour les engrenages à contact roulant.

- Corriger la denture (voir 6.5.3.2)

3) Les dents à profil développante de cercle présentent un glissement relativement important.

Assortiment :

Pour faire partie d'un assortiment il est nécessaire que les profils développante de cercle dérivent tous d'une même ligne de conduite inclinée du même angle α .

6.5.2.3 Denture à profil ogival

Ce profil est formé d'un arc de cercle et d'une droite visant le centre de la roue.

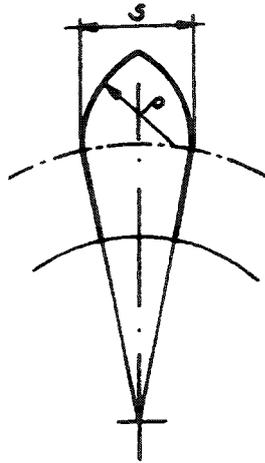


Fig. 6.62 Denture à profil ogival

$\rho = s$: pleine ogive

$\rho = \frac{5}{6} s$: $\frac{2}{3}$ ogive

$\rho = \frac{2}{3} s$: $\frac{1}{3}$ ogive

$\rho = \frac{1}{2} s$: $\frac{1}{2}$ cercle

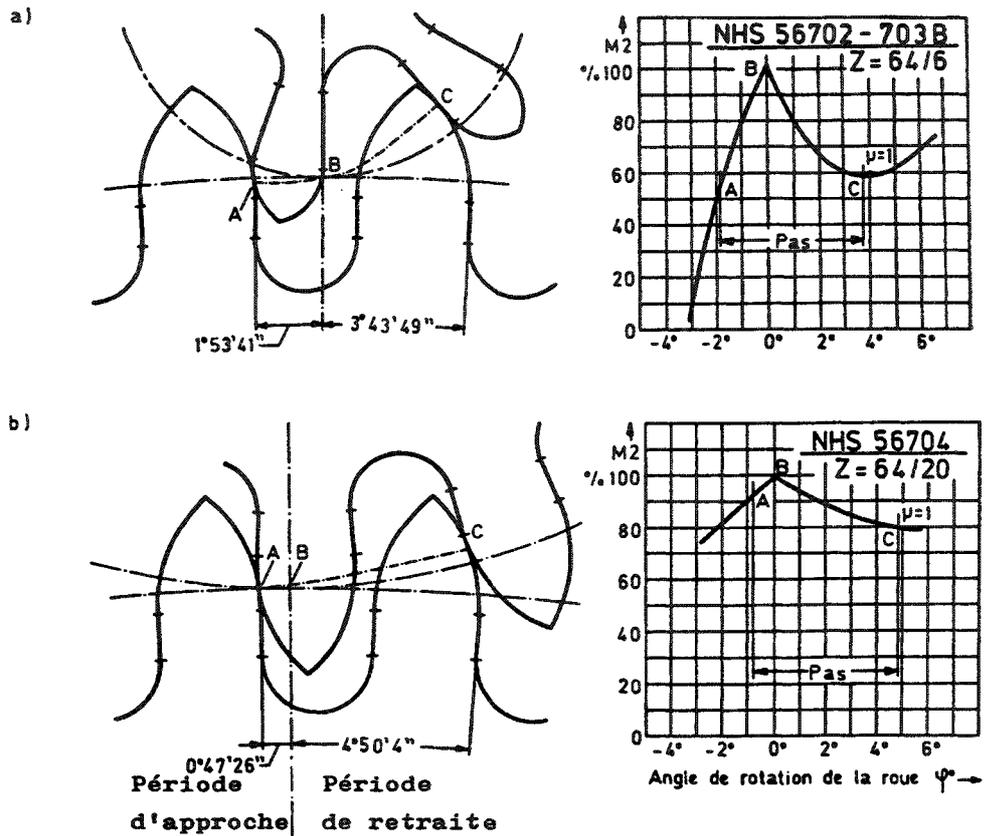
Pour chaque nombre de dents du pignon et pour chaque rapport de transmission, la hauteur de tête est différente.

La denture ogivale a été normalisée en Suisse dans le but de se rapprocher le plus possible de l'épicycloïde. Ce type de denture a été normalisé par NHS (Norme Horlogerie Suisse), et par l'Ecole d'Horlogerie de la Vallée de Joux.

La transmission du moment fonction de la rotation des roues est montrée à la figure 6.63. Il est à remarquer la différence entre a) où l'on a engrènement entre une roue de 64 dents et un pignon de 6 dents, et b) où les deux éléments en travail comptent 64 et 20 dents : dans le cas b), couple transmis plus constant et dents du pignon plus solides.

Le taillage des dentures est effectué, comme pour les engrenages cycloïdaux, par des fraises de formes ; le profil est plus simple à réaliser que pour ces derniers.

Plusieurs entreprises horlogères utilisent des dentures en forme de développante, soit avec des très petits modules (attention à la sensibilité aux impuretés), soit avec des fortes corrections de denture et des pieds de dents dégagés pour éviter les interférences.



Les avantages de ce type de denture sont les suivants :

- Insensibilité aux variations d'entraxe
- Peu de pression sur les paliers
- Profils relativement simples à effectuer

Les inconvénients :

- Taillage par fraisage de forme : une fraise par module et par nombre de dents.

Mis à part l'horlogerie, la plupart des transmissions utilisant des engrenages sont réalisées par des roues à développante de cercle.

Dans la suite de ce cours nous étudierons et utiliserons uniquement de tels engrenages.

6.5.3 Engrenages cylindriques à dents droites

Cas (a) et (b) de la figure 6.43

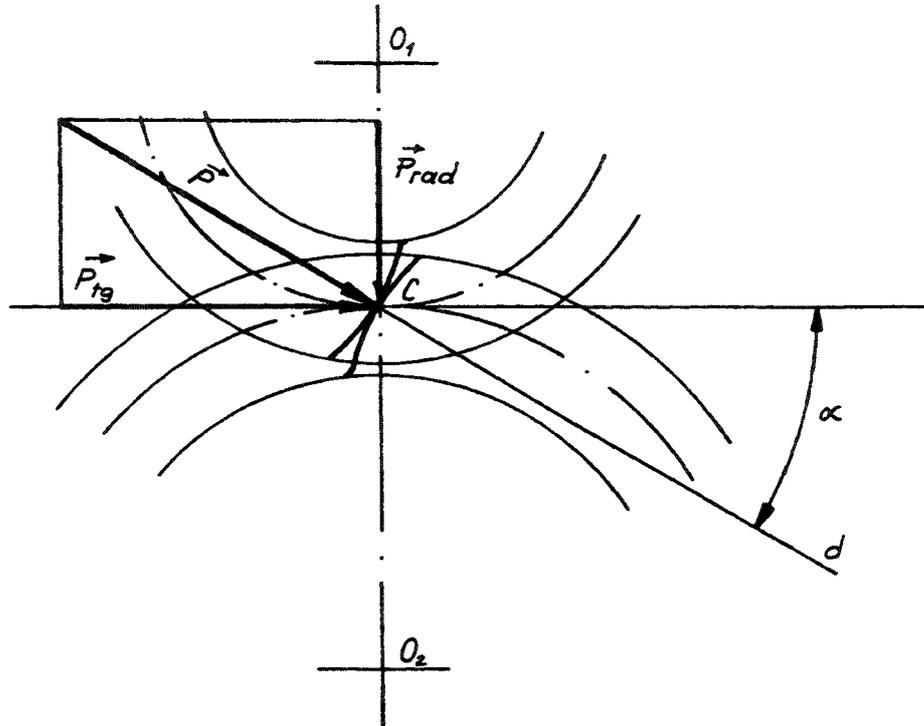


Fig. 6.64 Forces dans un engrenage cylindrique à dents droites (développante de cercle).

La force P transmettant le couple est inclinée d'un angle α qui reste invariable du début à la fin de l'engrènement.

$$\text{Force tangentielle : } P_{tg} = P \cos \alpha$$

$$\text{Force radiale : } P_{rad} = P \sin \alpha$$

Le couple transmis est donc :

$$M = P_{tg} \cdot \frac{d}{2}$$

L'action sur les paliers guidant l'engrenage dépend directement de P_{tg} et P_{rad} .

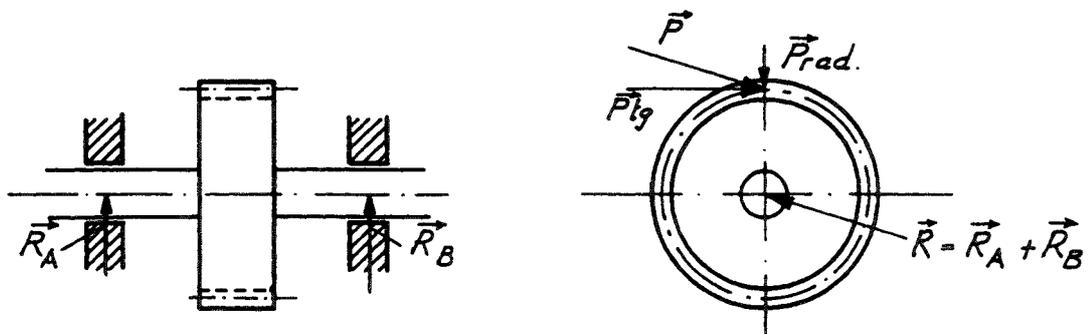


Fig. 6.65 Forces sur les paliers.

Nous avons vu que l'arc d'engrènement doit être plus grand que le pas circonférenciel.

Pour les engrenages à profil développante, cette condition s'exprime de la façon suivante :

le **rapport de conduite** ε doit être supérieur à 1 (au moins $> 1,1$).

Le **rapport de conduite** est le quotient de la longueur de conduite (longueur utile de la ligne de conduite) par le pas de base.

Le **pas de base** est la longueur, mesurée sur le cercle de base, entre deux points correspondants de deux dents consécutives d'une roue cylindrique.

Les pages suivantes résument les différentes grandeurs liées aux engrenages cylindriques à dents droites, ainsi que les corrections de denture et les tolérances admissibles.

6.5.3.1 Engrenages - Dentures droites : désignations et calcul

Désignation	Symbole	Valeurs normalisées Formules de calcul	
Entr'axe	a	$a = \frac{d_1 + d_2}{2} = m \frac{z_1 + z_2^*)}{2}$	
Rapport de transmission	i	$i = \frac{z_2}{z_1} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{\omega_1}{\omega_2}$	
Nombre de dents	z	$z = \frac{d}{m}$	
Module	m	$m = \frac{p}{\pi} = \frac{d}{z}$	
Pas primitif	p	$p = m \pi = \frac{\pi d}{z}$	
Angle de pression	α	20° (valeur la plus courante)	
Diamètre primitif	théorique	d	$d = m z$
	de taillage	d taill.	$d_{\text{taill.}} = d + 2x.m$
Diamètre de tête	théorique	d _a	$d_a = d + 2m$
	de taillage	d _a taill.	$d_{a \text{ taill.}} = d_a + 2x.m$ *)
Diamètre de pied	théorique	d _f	$d_f = d - 2,5m$
	de taillage	d _f taill.	$d_{f \text{ taill.}} = d_f + 2x.m$
Saillie	h _a	h _a = m *)	
Creux	h _f	h _f = 1,25m (cas le plus courant)	
Diamètre de base	d _b	$d_b = d \cdot \cos \alpha$	

*) valable pour des dentures V-zéro

Désignation	Symbole	Valeurs normalisées Formules de calcul
Hauteur de dent	h	$h = h_a + h_f = 2,25m$ *)
Vide à fond de dent	c	$c = 0,25m + \frac{j_r}{2}$
Jeu entre dents (perpend. aux flancs)	j_n	$j_n = j_r \sin \alpha$
Jeu radial	j_r	$j_r = \frac{j_n}{\sin \alpha}$

Le battement B est égal à la moitié du jeu radial j_r .

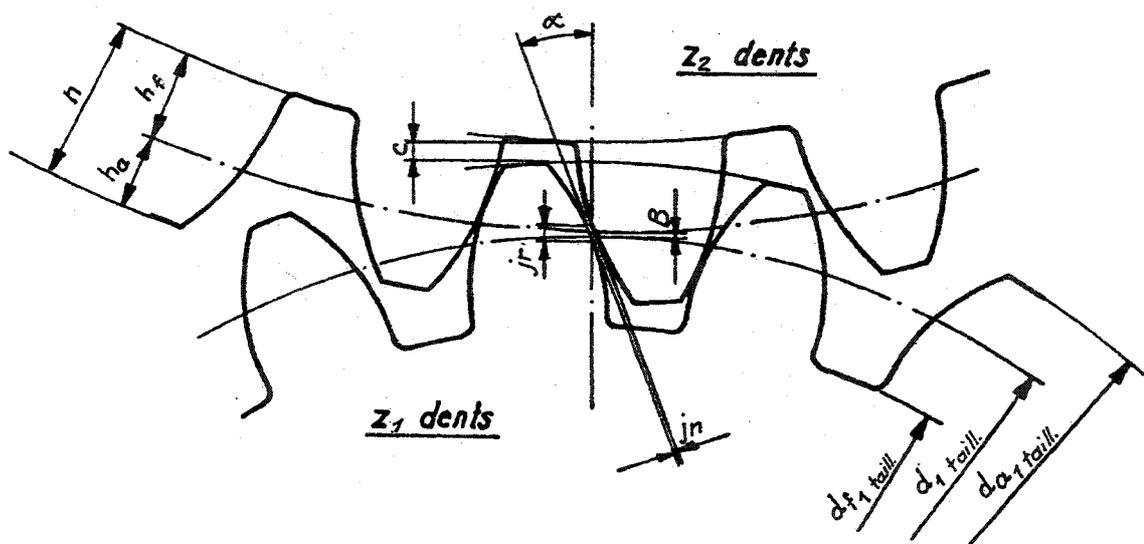


Fig. 6.66 Engrenage à denture droite

Lorsque le pignon compte plus de ≈ 25 dents, le jeu nécessaire au bon fonctionnement de l'engrenage est obtenu en effectuant un déport négatif du profil de chacune des deux roues (voir paragraphe 6.5.3.2). Dans ce cas, le déport :

$$x \cdot m = -\frac{j_r}{4}$$

Dans les autres cas, le jeu est pris totalement sur la roue .

6.5.3.2 Denture déportée

La denture obtenue à partir de la crémaillère génératrice dont la ligne de référence roule sans glisser sur le cercle primitif, est appelée denture zéro (fig. 6.67).

Un des principaux défauts de la denture développante apparaît sous forme d'interférence lorsque le nombre de dents est petit (≤ 17 pour $\alpha = 20^\circ$). Son élimination a amené le constructeur à concevoir le déport de denture.

Cette technique, qui permet également de donner le jeu nécessaire au bon fonctionnement de la denture, apporte les avantages suivants :

- élargissement du pied de la dent (déport positif),
- diminution du glissement (déport positif),
- possibilité de réaliser, dans la plupart des cas, un rapport de transmission déterminé avec un entraxe donné sans utiliser d'outils spéciaux.

Déport : distance mesurée suivant leur perpendiculaire commune, entre le cercle primitif de référence d'une roue et la ligne de référence de sa crémaillère de référence.

Par convention, le déport est positif si la ligne de référence est extérieure au cercle primitif de référence; il est négatif si elle le coupe. La figure 6.67 montre une denture sans déport (a) et une denture avec déport $x \cdot m$ (b).

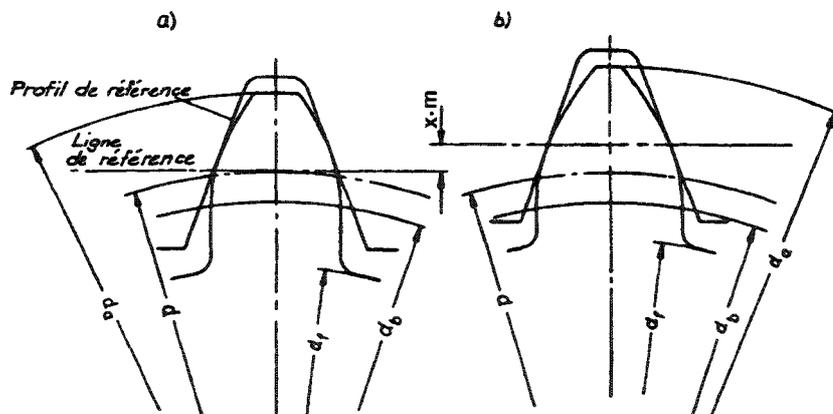


Fig. 6.67 Déport de profil

- a) denture sans déport (denture zéro)
b) denture avec déport (positif)

Coefficient de déport : quotient du déport, exprimé en mm, par le module

$$x = \frac{x \cdot m}{m}$$

Effet produit par le déport du profil sur la denture

La figure 6.68 montre l'effet du déport sur le profil de la dent.

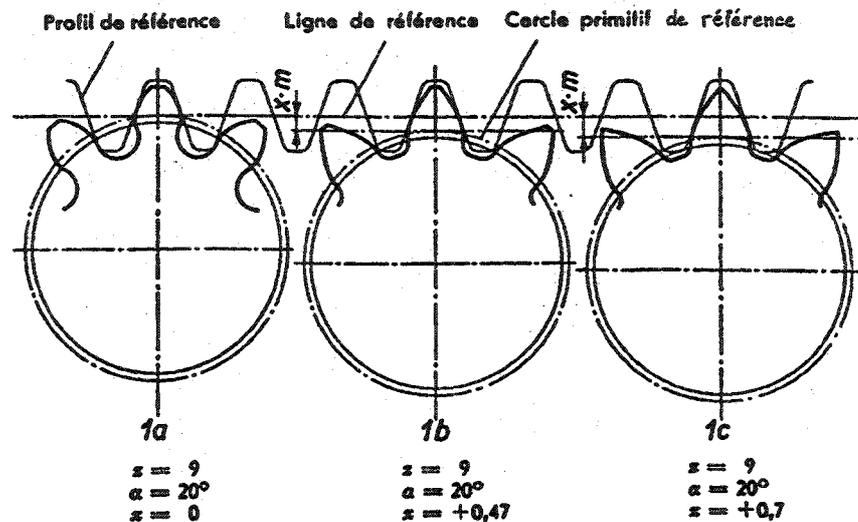


Fig. 6.68 Différents déports de profil.

L'épaisseur de la dent, mesurée sur le cercle primitif de référence, augmente lors d'un déport positif et diminue lors d'un déport négatif. A ce niveau, la variation d'épaisseur de la dent $= 2 \times m \tan \alpha$.

Pour les roues à petit nombre de dents, un déport de profil (positif) trop important conduit à des dents trop pointues (fig. 6.68-c)

Type d'engrenages à dentures déportée :

Il en existe deux types :

a) Engrenage V-zéro : $x_1 + x_2 = 0$

Le pignon de ce type d'engrenage comporte un déport de profil positif (x_1) et la roue un déport négatif de la même valeur. L'entraxe et l'angle de pression sont les mêmes que pour la denture sans correction. Cette correction est simple à effectuer ; elle permet d'éviter les phénomènes d'interférences, de renforcer la base des dents du pignon (au détriment des dents de la roue). Un déport positif de la denture du pignon permet une diminution sensible de la pression de contact et du frottement.

b) Engrenage V : $x_1 + x_2 \neq 0$

Les engrenages V permettent de réaliser pratiquement tous les rapports de transmission pour des entraxes donnés en n'utilisant pas d'outil spéciaux.

Les déports de profil positifs permettent le renforcement des dents de la roue et du pignon, l'élimination des interférences, la diminution de la pression de contact et du frottement. Un déport positif sur roue et pignon provoque une diminution de la longueur de conduite.

Utilité du déport de denture :**a) Eviter l'interférence**

On constate 2 types d'interférence :

L'interférence d'engrènement qui est une pénétration théorique d'un flanc dans son flanc conjugué lorsque leur engrènement se produit en dehors de certaines limites (voir 6.5.1.1). Si le jeu entre dents est suffisant, la transmission ne sera pas arrêtée, mais le contact ne s'effectuera plus tangentielllement et il en résultera des conditions défavorables pour l'usure et le bruit.

L'interférence d'engrènement apparaît lorsque les roues et pignons comptent le nombre de dents suivant :

$$\frac{h_a}{m} = 1, \text{ aucune correction}$$

$\alpha=20^\circ$	$Z_1=$	13	14	15	16	17	18
	$Z_2>$	16	26	45	101	1'310	∞

$\alpha=30^\circ$	$Z_1=$	7	8
	$Z_2>$	17	∞

L'interférence de taillage qui est un phénomène apparaissant sous forme d'un enlèvement de matière trop important lors du taillage. Lorsque celui-ci est effectué par un outil-crémaillère, l'interférence apparaît pour le nombre de dents suivant :

$$z' = \frac{2 \left(\frac{h_a}{m} - x \right)}{\sin^2 \alpha}$$

$$\frac{h_a}{m} = 1, \alpha = 20^\circ \text{ et } x = 0 \rightarrow z' = 17$$

Cette formule est démontrée à la figure 6.69 B.

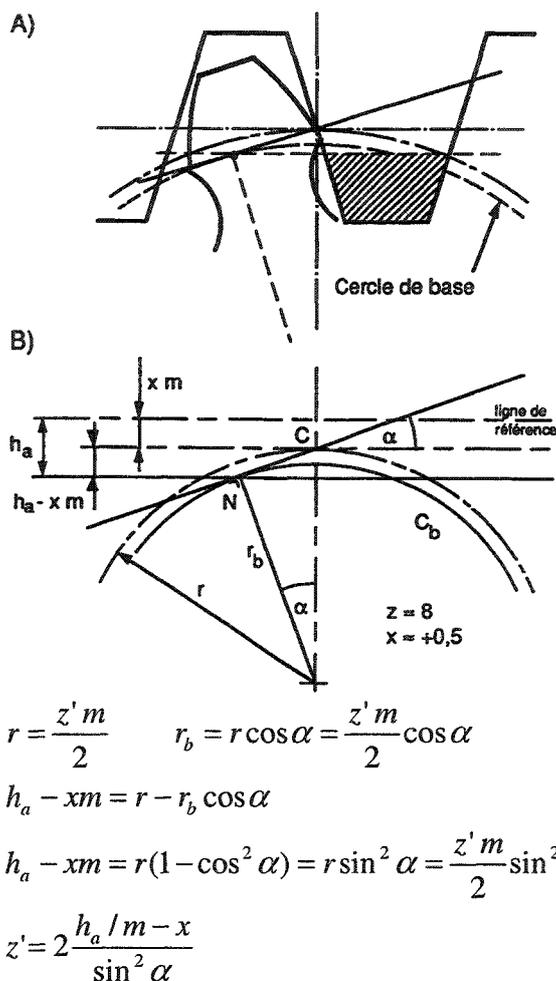


Fig. 6.69 A) Outil – crémaillère : interférence de taillage, cas d'un pignon de 8 dents à denture zéro.
B) Démonstration de la relation entre le nombre de dents et le déport à la limite d'interférence de taillage

- b) **Donner le jeu nécessaire** au bon fonctionnement en effectuant un déport négatif symétrique (même valeur sur chacune des roues) lorsque le pignon a un nombre de dents suffisant, ou un déport asymétrique lorsque le pignon a trop peu de dents.
- c) **Réaliser une transmission par engrenages en utilisant des modules normalisés** (outils non spéciaux) lorsque le rapport de transmission est donné et l'entraxe imposé.
- d) **Augmenter la résistance des dents** par un élargissement de la base (déport positif).

6.5.3.3 Choix des coefficients de déport

- A) **Déport nécessaire pour éviter l'interférence de taillage avec la crémaillère génératrice normalisée.**

Si l'on appelle y_0 la saillie active unitaire (ramenée au module 1) de la crémaillère génératrice (comptée à partir de la ligne qui roule sur C), le nombre de dents limite du pignon taillé ne doit pas être inférieur à la valeur :

$$z = \frac{2y_0}{\sin^2 \alpha}$$

Dans les cas courants, $y_0 = 1$ et $\alpha = 20^\circ$,

$$z' = \frac{2}{\sin^2 \alpha} = 17$$

Le déport minimum pour éviter l'interférence de taillage d'un pignon ou d'une roue de z dents ($z < 17$), se calcule de la façon suivante :

$$z = \frac{2y_0}{\sin^2 \alpha}$$

$$y_0 = \frac{z}{2/\sin^2 \alpha} = \frac{z}{z'}$$

$$x = 1 - y_0 = \frac{z' - z}{z'}$$

Exemple

$$z = 10 \rightarrow x = \frac{17 - 10}{17} = 0.412$$

Déport des 2 roues d'un engrenage.

Soit z_1 et z_2 les nombres de dents de l'engrenage.

$$\text{Déport limite pour le pignon : } x_1 = \frac{17 - z_1}{17}$$

$$\text{Déport limite pour la roue : } x_2 = \frac{17 - z_2}{17}$$

Pour un engrenage V-zéro (sans variation d'entraxe)

$$x_1 + x_2 = 0$$

$$\frac{17 - z_1}{17} = -\frac{17 - z_2}{17}$$

$$z_1 + z_2 = 34$$

Si $z_1 + z_2 \geq 34$: système sans variation d'entraxe possible

$$x_1 = \frac{17 - z_1}{17}$$

$$x_2 = -x_1$$

Si $z_1 + z_2 < 34$: système avec augmentation d'entraxe

$$x_1 = \frac{17 - z_1}{17}$$

$$x_2 = \frac{17 - z_2}{17}$$

Ces valeurs de déport sont des minima.

Propositions ISO

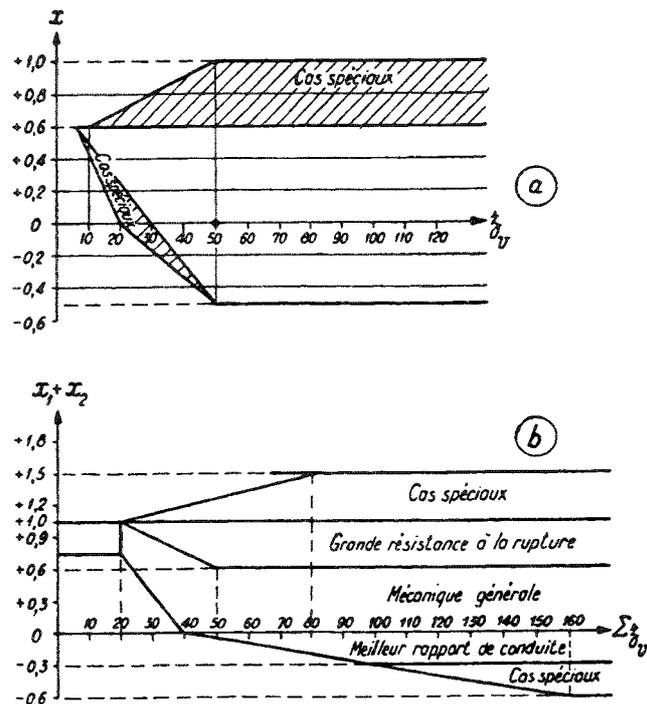


Fig. 6.70 Déports de denture conseillés par ISO

La figure 6.70 a) donne le domaine pratique à l'intérieur duquel pourra être choisi le coefficient x , en fonction du nombre de dents. Dans le cas général d'une denture hélicoïdale d'angle d'hélice β , il faudra considérer le nombre de dents virtuel :

$$z_v = \frac{z}{\cos^3 \beta}$$

Les zones hachurées seront utilisées avec prudence.

La figure 6.70 b) donne le domaine pratique pour le choix de la somme des coefficients de déport ($x_1 + x_2$) en fonction de la somme des nombres de dents (virtuels pour des dentures hélicoïdales).

Il est à remarquer qu'une augmentation des déports va dans le sens d'une augmentation de la résistance à la rupture, mais conduit à une diminution du rapport de conduite (augmentation de l'angle de pression de fonctionnement, diminution de la hauteur utile de la denture).

A partir de ($x_1 + x_2$) choisi, la détermination de x_1 et x_2 pourra se faire à partir de la formule suivante :

$$x_1 = \lambda \cdot \frac{z_2 - z_1}{z_2 + z_1} + (x_1 + x_2) \frac{z_1}{z_2 + z_1}$$

avec $0.5 < \lambda < 0.75$.

On peut également se référer à la norme VSM 15 525.

Autre proposition :

Monsieur G. Henriot (Techniques de l'ingénieur B 637-8) donne un abaque pour déterminer les déports de denture en vue d'égaliser les glissements spécifiques maximums sur pignon et roue (valable pour une denture relative à la crémaillère génératrice normalisée d'angle de pression 20°).

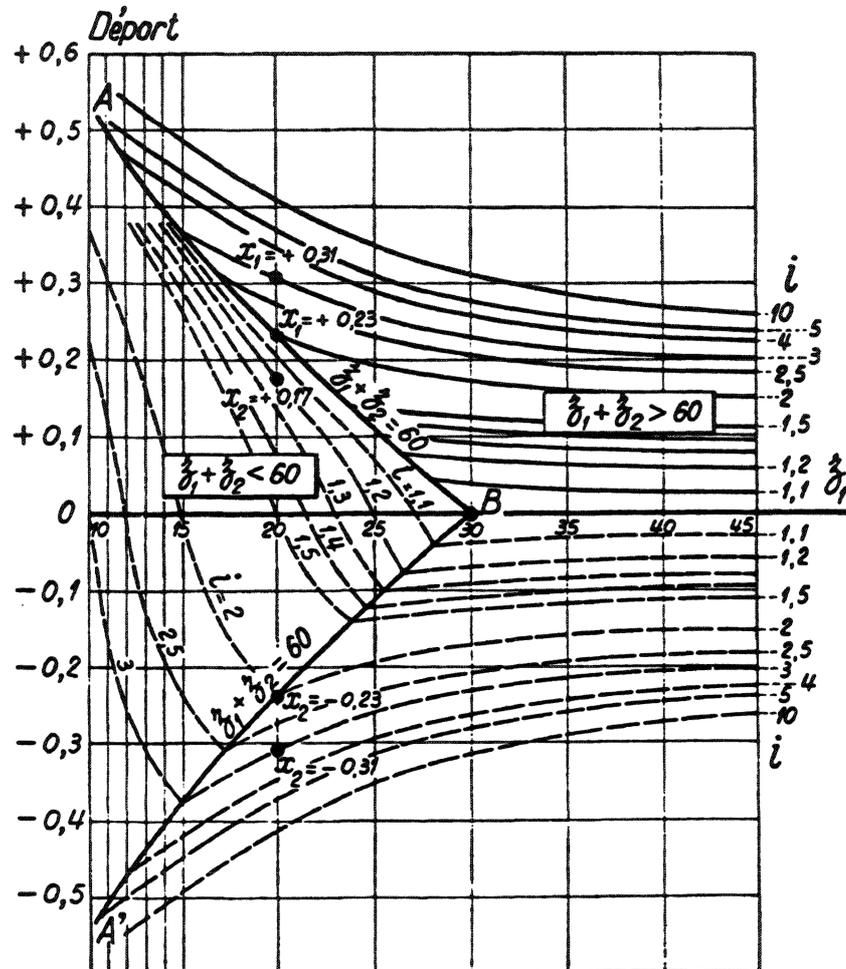


Fig. 6.71 Valeur des déports égalisant les glissements spécifiques maximums sur pignon et roue (d'après M. G. Henriot).

- a) Pour $z_1 + z_2 > 60$: correction sans variation d'entraxe

$$x_2 = -x_1$$

Le déport est donné en fonction du nombre de dents z_1 du pignon et du rapport $i = z_2 / z_1$.

Exemple : $z_1 = 20$ et $i = 3$: $x_1 = 0,31$ et $x_2 = -0,31$

- b) Pour $z_1 + z_2 = 60$: courbe AB et A'B ; limite d'application du système sans variation d'entraxe.

Exemple : $z_1 = 20$ et $i = 2$: $x_1 = 0,23$ et $x_2 = -0,23$

- c) Pour $z_1 + z_2 < 60$: correction avec augmentation d'entraxe. x_1 est donné par z_1 et la courbe AB ; x_2 est donné par z_1 et la courbe correspondant à $i = z_2/z_1$.

Exemple : $z_1 = 20$ et $i = 1.2$: $z_1 + z_2 = 44$

$$x_1 = 0.23 \text{ et } x_2 = 0.17$$

Résumé

- Si $z < 17$: déport de denture obligatoire
 $z < 30$: déport de denture conseillé
 Si $z_1 + z_2 < 34$: déport avec augmentation d'entraxe obligatoire
 $z_1 + z_2 < 60$: déport avec augmentation d'entraxe conseillé
 $z_1 + z_2 \geq 60$: déport possible fonction du résultat recherché, mais avec engrenage V-zéro conseillé.

Dans le cas des engrenages multiplicateurs, il n'est pas recommandé de procéder à des corrections de denture importantes. On travaillera, dans la mesure du possible, avec un pignon de 17 dents au minimum.

Remarque : dans le cas des engrenages à denture déportée, avec la variation d'entraxe : $x_1 + x_2 \neq 0$, et entraxe de fonctionnement $a' \neq$ entraxe normal a ,

Une valeur de $x_1 + x_2 > 0 \rightarrow a' > a$ et $\alpha' > \alpha$

Une valeur de $x_1 + x_2 < 0 \rightarrow a' < a$ et $\alpha' < \alpha$

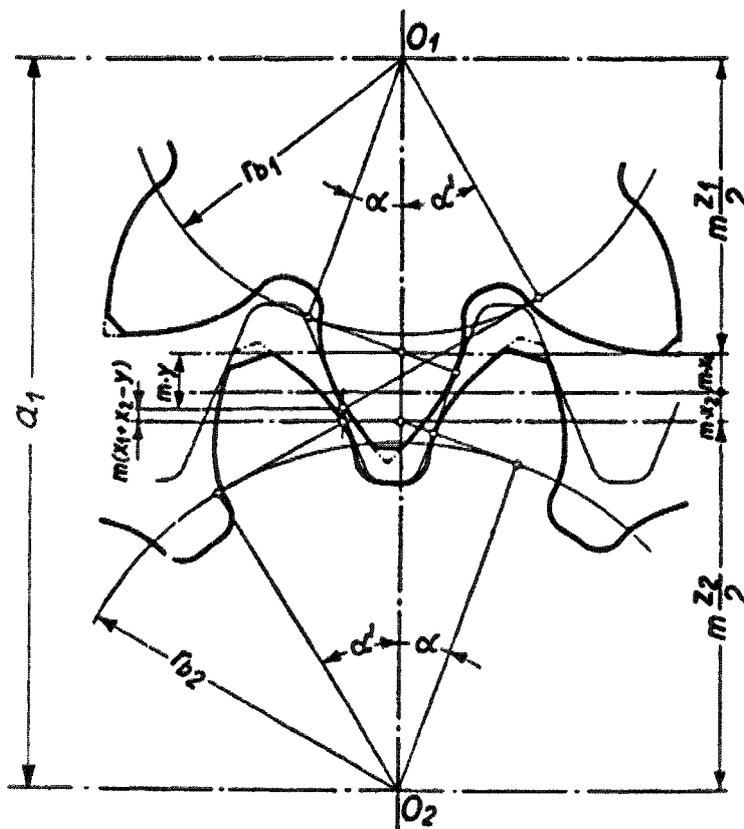


Fig. 6.72 Déport de denture avec variation d'entraxe : augmentation d'entraxe inférieure à la somme des déplacements de profils

La figure 6.72 représente les crémaillères génératrices d'un pignon et d'une roue, supposées emboîtées l'une dans l'autre. Le pignon et la roue sont positionnés par rapport aux crémaillères et sont tous deux exécutés avec un déport positif. Nous avons donc : $x_1 + x_2 > 0$.

L'entraxe réalisé sur la figure 6.72 a comme valeur :

$$a_1 = a + m(x_1 + x_2)$$

Nous constatons que les dents du pignon et de la roue ne se touchent pas. L'entraxe de fonctionnement a' devra être choisi $> a$ (entraxe normal) et $< a_1$. L'augmentation d'entraxe ($a' - a$) est donc plus petite que la somme du déplacement des profils :

$$a' - a < (x_1 + x_2) m$$

Pour l'engrènement sans jeu, l'entraxe ne varie donc pas de la somme des déports $m(x_1 + x_2)$, mais d'une valeur $m y$. Les diamètres de taillage de tête, de pied, et le diamètre primitif de fonctionnement, auront donc les valeurs suivantes :

	Pignon	Roue
$d_a =$	$m(z_1 + 2(1 - x_2 + y))$	$m(z_2 + 2(1 - x_1 + y))$
$d_f =$	$m(z_1 - 2(*1.25 - x_1))$	$m(z_2 - 2(*1.25 - x_2))$
$d' =$	$2a' \frac{z_1}{z_1 + z_2}$	$2a' \frac{z_2}{z_1 + z_2}$

* : 1.4 pour denture avec grand jeu entre dents et module ≤ 1.25 mm (VSM 15 524 profil de référence B)

L'angle de pression de fonctionnement α' à l'entraxe a' est déterminé en fonction de α à l'aide de la formule suivante (pour engrenage extérieur à denture droite) :

$$\operatorname{inv} \alpha' = \operatorname{inv} \alpha + 2 \tan \alpha \frac{x_1 + x_2}{z_1 + z_2}$$

$$\text{avec } \operatorname{inv} \alpha = \tan \alpha - \alpha$$

On tire également de la figure 6.60 la relation entre a , a' , α et α' :

$$a = \frac{r_{b1}}{\cos \alpha} + \frac{r_{b2}}{\cos \alpha} \quad a' = \frac{r_{b1}}{\cos \alpha'} + \frac{r_{b2}}{\cos \alpha'}$$

$$a' = a \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} \quad \text{avec } a = m \frac{z_1 + z_2}{2}$$

Le tableau de la page suivante, tiré de VSM 15 225, permet de déterminer α' et y en fonction de $(x_1 + x_2)$ et de $\frac{z_1 + z_2}{2} = z_m$

VSM 15525 Seite
Page 10

Tabelle 1

Table 1

Korrekturwerte für Evolventen-Verzahnungen (Eingriffswinkel des Grundwerkzeuges 20°)

Valeurs de correction pour les dentures en développante (angle de pression de l'outil de génération = 20°)

Grundgleichungen:

$$\frac{x_1 + x_2}{z_m} = \frac{\operatorname{inv} \alpha' - \operatorname{inv} \alpha}{\operatorname{tg} \alpha} \quad (1)$$

Equations de base:

$$\frac{y}{z_m} = \frac{\cos \alpha}{\cos \alpha'} - 1 \quad (2)$$

Diff.	$\frac{x_1 + x_2}{z_m}$	α'	$\frac{y}{z_m}$	Diff.	Diff.	$\frac{x_1 + x_2}{z_m}$	α'	$\frac{y}{z_m}$	Diff.
66	-0,02036	16° 00'	-0,02244	82	145	0,02238	23° 00'	0,02084	127
68	-0,01970	10'	-0,02162	83	147	0,02383	10'	0,02211	128
69	-0,01902	20'	-0,02079	84	150	0,02530	20'	0,02339	129
71	-0,01833	30'	-0,01995	85	153	0,02680	30'	0,02468	130
73	-0,01762	40'	-0,01910	86	154	0,02833	40'	0,02598	132
74	-0,01689	50'	-0,01824	87	158	0,02987	50'	0,02730	132
75	-0,01615	17° 00'	-0,01737	88	159	0,03145	24° 00'	0,02862	134
77	-0,01540	10'	-0,01649	89	162	0,03304	10'	0,02996	135
79	-0,01463	20'	-0,01560	89	165	0,03466	20'	0,03131	136
80	-0,01384	30'	-0,01471	91	167	0,03631	30'	0,03267	138
82	-0,01304	40'	-0,01380	92	170	0,03798	40'	0,03405	139
84	-0,01222	50'	-0,01288	93	173	0,03968	50'	0,03544	140
85	-0,01138	18° 00'	-0,01195	94	175	0,04141	25° 00'	0,03684	141
87	-0,01053	10'	-0,01101	95	178	0,04316	10'	0,03825	142
88	-0,00966	20'	-0,01006	96	180	0,04494	20'	0,03967	144
91	-0,00878	30'	-0,00910	97	183	0,04674	30'	0,04111	145
92	-0,00787	40'	-0,00813	98	186	0,04857	40'	0,04256	147
94	-0,00695	50'	-0,00715	99	189	0,05043	50'	0,04403	147
95	-0,00601	19° 00'	-0,00616	100	191	0,05232	26° 00'	0,04550	150
98	-0,00506	10'	-0,00516	101	195	0,05423	10'	0,04700	150
99	-0,00408	20'	-0,00415	102	197	0,05618	20'	0,04850	151
101	-0,00309	30'	-0,00313	103	200	0,05815	30'	0,05001	153
103	-0,00208	40'	-0,00210	105	203	0,06015	40'	0,05154	155
105	-0,00105	50'	-0,00105	105	206	0,06218	50'	0,05309	155
107	0,00000	20° 00'	0,00000	106	209	0,06424	27° 00'	0,05464	157
109	0,00107	10'	0,00106	108	212	0,06633	10'	0,05621	159
110	0,00216	20'	0,00214	109	215	0,06845	20'	0,05780	159
113	0,00326	30'	0,00323	109	218	0,07060	30'	0,05939	161
115	0,00439	40'	0,00432	111	221	0,07278	40'	0,06100	163
116	0,00554	50'	0,00543	112	225	0,07499	50'	0,06263	164
119	0,00670	21° 00'	0,00655	113	227	0,07724	28° 00'	0,06427	165
121	0,00789	10'	0,00768	114	231	0,07951	10'	0,06592	167
123	0,00910	20'	0,00882	115	234	0,08182	20'	0,06759	168
125	0,01033	30'	0,00997	116	238	0,08416	30'	0,06927	170
127	0,01158	40'	0,01113	117	240	0,08654	40'	0,07097	171
130	0,01285	50'	0,01230	119	244	0,08894	50'	0,07268	172
131	0,01415	22° 00'	0,01349	120	247	0,09138	29° 00'	0,07440	174
134	0,01546	10'	0,01469	120	251	0,09385	10'	0,07614	176
136	0,01680	20'	0,01589	122	253	0,09636	20'	0,07790	176
138	0,01816	30'	0,01711	124	258	0,09889	30'	0,07966	179
140	0,01954	40'	0,01835	124	261	0,10147	40'	0,08145	180
144	0,02094	50'	0,01959	125	265	0,10408	50'	0,08325	181
	0,02238	23° 00'	0,02084			0,10673	30° 00'	0,08506	

B) Déport utilisé pour donner du jeu à l'engrenage :**Jeu de l'engrenage**

On désigne par jeu **entre dents** j_n la plus courte distance entre les flancs arrière des dents lorsque les flancs avant (agissant pour transmettre l'effort) sont en contact (fig. 6.66).

Le **jeu radial** j_r , dans ces mêmes conditions, est lié au jeu entre dents par les relations :

$$j_n = j_r \sin \alpha \quad \text{et} \quad j_r = \frac{j_n}{\sin \alpha}$$

On peut contrôler le **jeu radial** en mesurant l'entraxe a'' obtenu en appuyant les dentures l'une contre l'autre (jeu nul).

On a alors : $j_r = 2(a - a'')$ $(a - a'')$ = battement (fig. 6.66)

Remarque : le jeu radial est influencé par les tolérances de l'entraxe et du diamètre de tête de la denture. Il est indispensable, avant de fixer ces tolérances, d'en calculer les résultantes extrêmes pour s'assurer que l'engrènement ne présente ni risque de serrage, ni insuffisance de hauteur de denture en prise.

Hauteur commune de dent min. admissible :

$$0.5(d_{a1\min} + d_{a2\min}) - a_{\max} = h'_{\min} \geq 1.7m$$

Le tableau ci-dessous donne les **valeur minima** du jeu à adopter pour obtenir un engrènement sans risque de serrage ; ces valeurs concernent les engrenages **précis** entrant dans la construction d'éléments de microtechnique de dimension moyenne ; les valeurs de j_n fonction de j_r sont données pour un angle de pression $\alpha = 20^\circ$.

Valeurs min. (mm)					
Module	0.3	0.4	0.5	0.75	1
Jeu radial j_r	0.06	0.07	0.08	0.12	0.16
Jeu entre dents : $j_n = j_r \sin \alpha$	0.021	0.024	0.027	0.041	0.055

Le jeu radial est égal au double du battement B.

Pour les engrenages ne nécessitant pas une grande précision et ne tournant pas à des vitesses élevées, on admet un jeu radial d'environ 1,5 fois les valeurs min. ci-dessus.

Le jeu de l'engrenage est donné en agissant sur le déport des dentures :

- Lorsque l'engrenage est tel que la denture ne demande pas de correction, le déport donnant le jeu est un déport négatif de coefficient

$$x = -\frac{j_r}{4m}$$

appliqué à la roue et au pignon ;

- Lorsque l'engrenage doit être déporté, pour des questions d'interférence ou pour obtenir un meilleur engrènement, le déport supplémentaire donnant le jeu est entièrement réalisé sur la roue et a pour valeur

$$\Delta x = -\frac{j_r}{2m}$$

6.5.3.4 Qualité et tolérances

Le diamètre primitif, respectivement de tête, porte une tolérance fixée par la norme DIN 3'962 (extrait ci-dessous).

Le diamètre primitif de taillage est égal au diamètre calculé moins la moitié de la tolérance.

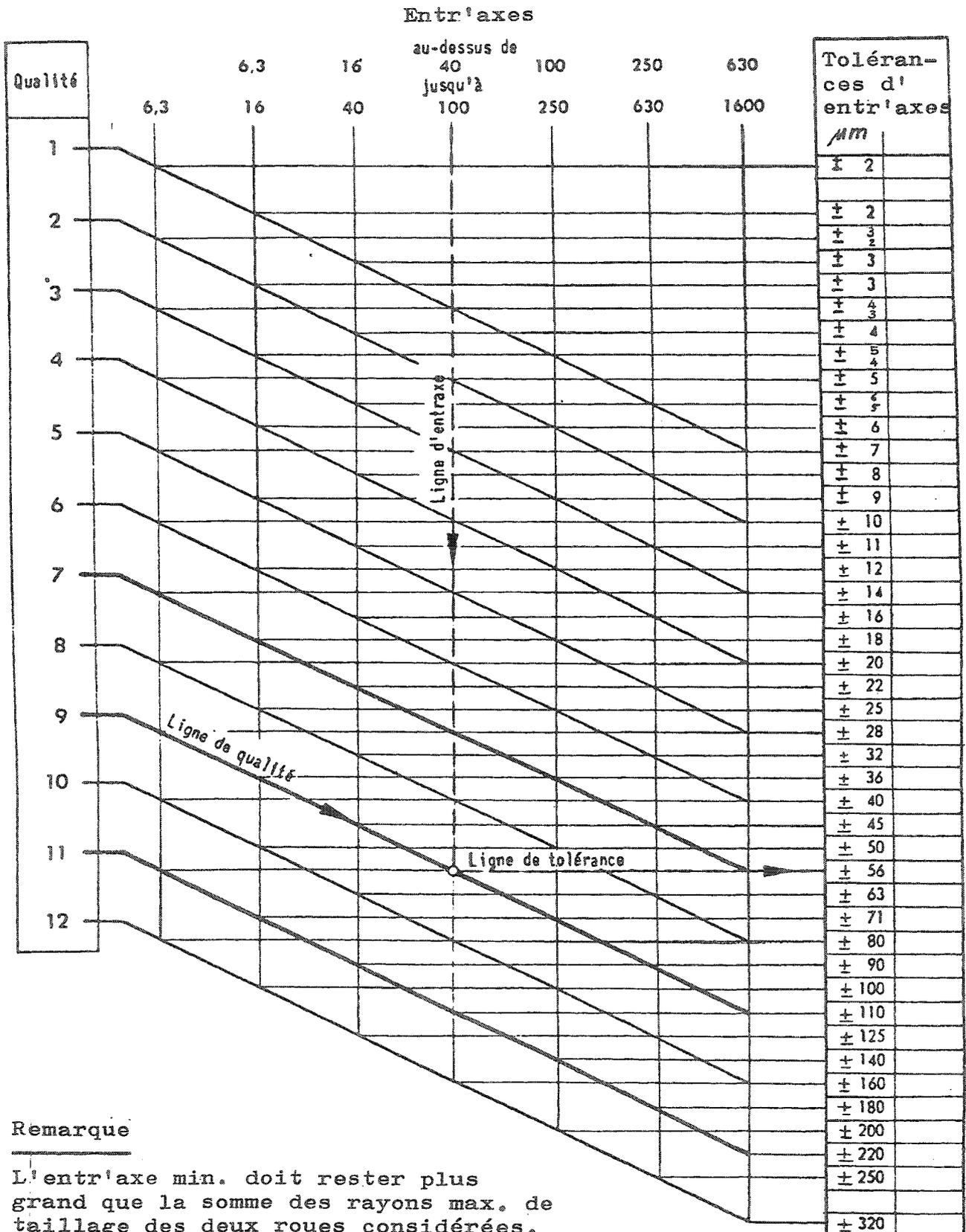
Qualité	Module	Tolérance, respectivement erreur en μm	Symbole	Diamètre primitif en mm						
				$\div 3$	> 3 $\div 6$	> 6 $\div 12$	> 12 $\div 25$	> 25 $\div 50$	> 50 $\div 100$	> 100 $\div 200$
7	Jusqu'à 0,6	Tolérance sur ϕ primitif *	f_r	50	50	60	60	80	80	80
	$> 0,6$ $\div 1,6$	Erreur de concentricité	f_r	16	18	20	22	25	28	32
9	Jusqu'à 0,6	Tolérance sur ϕ primitif *	f_r	60	80	100	100	100	120	120
	$> 0,6$ $\div 1,6$	Erreur de concentricité	f_r	32	36	40	45	50	56	63
11	Jusqu'à 0,6	Tolérance sur ϕ primitif *	f_r	120	160	160	180	180	180	200
	$> 0,6$ $\div 1,6$	Erreur de concentricité	f_r	63	71	80	90	100	110	120
	Jusqu'à 0,6	Tolérance sur ϕ primitif *	f_r	--	160	200	200	200	200	240
	$> 0,6$ $\div 1,6$	Erreur de concentricité	f_r	--	80	90	100	110	125	140

* Tolérance totale à partager symétriquement au nominal.

Ex.: $120 \Rightarrow \begin{matrix} + \\ - \end{matrix} 0,06$

Engrenages TOLERANCES D'ENTR'AXES

Extrait
de
DIN 3964



Remarque

L'entraxe min. doit rester plus grand que la somme des rayons max. de taillage des deux roues considérées.

Remarques importantes

Dans les produits microtechniques de moyenne dimension, il est admis que les qualités courantes sont les suivantes :

- qualité 7 pour les modules jusqu'à 0.45
- qualité 9 pour les modules au-dessus de 0.45 et jusqu'à 1.6
- qualité 11 pour des engrenages travaillant sur un secteur et ne faisant pas un tour complet

Pour les engrenages en matière synthétique, on évitera de prendre une qualité plus précise que la qualité 9 (problème de prise d'eau, contrôle de retrait).

Il faut savoir que le prix de taillage d'une pièce doublera si l'on demande la qualité 7 plutôt que la qualité 9.

Exemple de dimensionnement d'engrenage

Engrenage de 12 et 54 dents, module 0.5 mm

Jeu radial adopté : 0.08 mm

Correction d'après la méthode de M.G.Henriot (page 6.77)

$$z_1 = 12 \quad i = \frac{z_2}{z_1} = 4.5$$

$$z_2 = 54 \quad z_1 + z_2 = 66 \rightarrow \text{correction sans variation d'entraxe}$$

Entraxe : $a = 16.5 \text{ mm}$

On effectue un déport positif sur le pignon : $x_1 = +0.48$

Déport négatif sur la roue sans jeu : -0.48

$$\text{Variation de déport donnant le jeu : } \Delta x_2 = \frac{-0.08}{2 \cdot 0.5} = -0.08$$

Déport négatif sur la roue : $x_2 = -0.56$

$$d_{1\text{taill}} = 12 \cdot 0.5 + 2 \cdot 0.48 \cdot 0.5 = 6.48 \text{ mm}$$

$$d_{2\text{taill}} = 54 \cdot 0.5 - 2 \cdot 0.56 \cdot 0.5 = 26.44 \text{ mm}$$

Vérification :

$$a = \frac{d_{1\text{taill}} + d_{2\text{taill}} + j_r}{2} = \frac{6.48 + 26.44 + 0.08}{2} = 16.5 \text{ mm}$$

Cotes et tolérances portées sur le dessin pour un engrenage réducteur de qualité 7 :

$$d_1 = \left(6.48 - \frac{0.06}{2}\right)^{\pm 0.03} = 6.45^{\pm 0.03}$$

$$d_{a1} = \left(7.48 - \frac{0.06}{2}\right)^{\pm 0.03} = 7.45^{\pm 0.03}$$

$$d_{f1} = 5.23 - 0.03 = 5.2$$

$$d_2 = \left(26.44 - \frac{0.08}{2}\right)^{\pm 0.04} = 26.4^{\pm 0.04}$$

$$d_{a2} = \left(27.44 - \frac{0.08}{2}\right)^{\pm 0.04} = 27.4^{\pm 0.04}$$

$$d_{f2} = 25.19 - 0.04 = 25.15$$

Engrenage multiplicateur :

La pratique montre qu'un déport négatif $x_2 = -0.56$ est possible dans le cas d'un engrenage démultiplicateur (pignon moteur et roue entraînée). Un tel déport n'est pas favorable pour un engrenage multiplicateur ; x_2 ne devrait pas être inférieur à -0.2 .

Dans le cas présent, on effectuera un déport minimum sur le pignon (déport inférieur à celui ne provoquant pas d'interférence de taillage par crémaillère) ; la limite est donnée par l'expression suivante :

$$x_1 = \frac{14 - z_1}{17} = 0.12$$

Déport négatif sur la roue :

$$x_2 = -x_1 - \Delta x_2 = -0.2$$

Cotes et tolérances portées sur le dessin pour un engrenage multiplicateur de qualité 7 :

$$d_1 = \left(6.12 - \frac{0.06}{2}\right)^{\pm 0.03} = 6.09^{\pm 0.03}$$

$$d_{a1} = \left(7.12 - \frac{0.06}{2}\right)^{\pm 0.03} = 7.09^{\pm 0.03}$$

$$d_{f1} = 4.87 - 0.03 = 4.84$$

$$d_2 = \left(26.8 - \frac{0.08}{2}\right)^{\pm 0.04} = 26.76^{\pm 0.04}$$

$$d_{a2} = \left(27.8 - \frac{0.08}{2}\right)^{\pm 0.04} = 27.76^{\pm 0.04}$$

$$d_{f2} = 25.55 - 0.04 = 25.51$$

6.5.4 Engrenages cylindriques à denture hélicoïdale

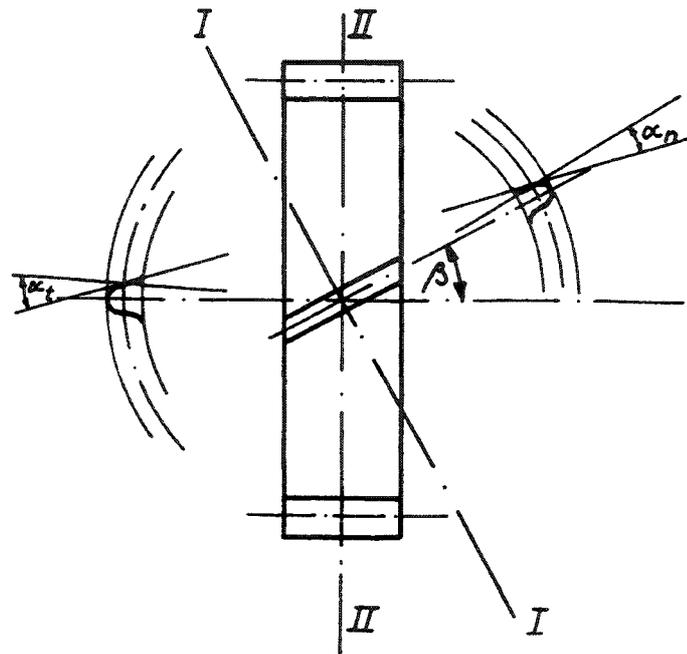


Fig. 6.73 Forme des dents d'un engrenage cylindrique à denture hélicoïdale (angle d'hélice primitive de référence β).

- La section I-I montre le profil réel de la dent de module réel m_n et d'angle de pression réel α_n
- La section II-II montre le profil apparent de la dent de module apparent

$$m_t = \frac{m_n}{\cos \beta}$$

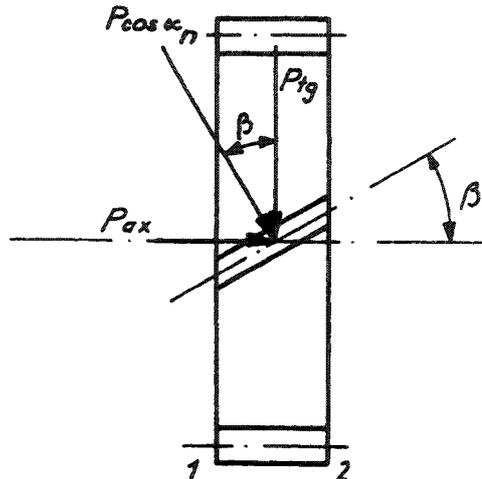
et d'angle de pression apparent α tel que :

$$\tan \alpha_t = \frac{\tan \alpha_n}{\cos \beta}$$

Les dimensions des roues de l'engrenage sont les suivantes :

- diamètre primitif : $d = m_t \cdot z = \frac{m_n}{\cos \beta} z$
- diamètre de tête : $d_a = \frac{m_n}{\cos \beta} z + 2m_n$
- diamètre de pied : $d_f = \frac{m_n}{\cos \beta} z - 2,5m_n$

Remarque : pour permettre l'utilisation d'outils normalisés, on fait en sorte que m_n soit un module de la série normale.

Action sur les paliers :**Fig. 6.74** Forces au niveau de l'engrènement.

P : force normale aux dents en travail :

$$P_{tg} = P \cos \alpha_n \cos \beta$$

$$P_{rad} = P \sin \alpha_n$$

$$P_{ax} = P \cos \alpha_n \sin \beta$$

$$\text{Couple transmis : } M = P_{tg} \cdot \frac{d}{2} = P \cos \alpha_n \cos \beta \cdot \frac{d}{2}$$

L'action sur les paliers est directement tirée de P_{tg} , P_{ax} et P_{rad} .

Avantages de la denture hélicoïdale :

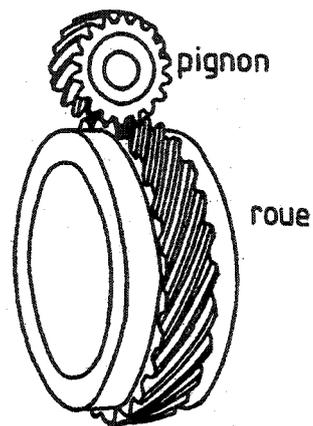
1. La denture hélicoïdale permet de mieux assurer la continuité d'engrènement; lorsqu'une dent de la face 1 de la roue de la figure 6.74 est à la fin de l'engrènement, la même dent, au niveau de la face 2, est encore en phase de travail. Pour un même couple de roues il y a un plus grand nombre de dents en travail avec la denture hélicoïdale qu'avec la denture droite.
2. A part la transmission de couple entre deux axes parallèles, comme les engrenages à dents droites, les engrenages à denture hélicoïdale permettent une transmission entre deux axes gauches comme le montre la figure 6.75.

Le rendement d'une telle transmission fonction de l'angle d'hélice de chaque roue est déterminé d'après les mêmes courbes que celles utilisées pour le plan incliné lorsque $\beta_1 + \beta_2 = 90^\circ$ (chapitre 3)

$$\text{Si } \beta_1 + \beta_2 \neq 90^\circ \quad \eta = \frac{1 - \mu \tan \beta_2}{1 + \mu \tan \beta_1}$$

avec β_1 : roue motrice,
 β_2 : roue entraînée

Ces expressions de η ne tiennent pas compte du frottement sur les paliers.



$i = z_2 / z_1$	β_1
1 à 5	45° à 50°
5 à 10	50° à 60°
10 à 15	60° à 70°
15 à 25	70° à 75°

Fig. 6.75 Engrenage gauche hélicoïdal.

Le tableau à droite de la figure donne une indication sur la valeur à adopter pour β_1 (angle d'hélice primitif du pignon) en fonction du rapport $i = z_2 / z_1$.

3. Permet la diminution du bruit de l'engrenage à axes parallèles par rapport à la denture droite. Dans ce cas, il faut une largeur de la denture telle que le rapport de recouvrement :

$$\varepsilon_\beta = \frac{\text{recouvrement } g_\beta}{\text{pas primitif apparent}} = \frac{b \tan \beta}{p_i} = \frac{b \sin \beta}{m_n \pi} \text{ soit au moins égal à 1.}$$

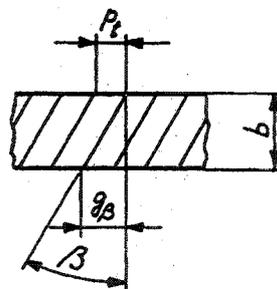


Fig. 6.76 Rapport de recouvrement.

4. Limiter les risques d'interférences ; le nombre de dents minimal peut être réduit. Le nombre de dents équivalent est donné par l'expression :

$$z_v = \frac{z}{\cos^3 \beta}$$

Inconvénients de la denture hélicoïdale :

- Plus compliquée à usiner ou à mouler que la denture droite
- Engendre une force axiale qu'il faut reprendre par les paliers des roues de l'engrenage
- Lorsque les axes sont gauches le frottement est important.

Si les axes sont parallèles, il est conseillé de fixer β de la façon suivante :

$$15^\circ \leq \beta \leq 30^\circ$$

Dimensions différentes de celles des engrenages à denture droite

$$\text{Nombre de dents : } z = \frac{d \cos \beta}{m_n}$$

$$\text{Pas primitif réel : } p_n = m_n \cdot \pi = \frac{\pi d \cos \beta}{z}$$

$$\text{Pas primitif apparent : } p_t = \frac{p_n}{\cos \beta} = \frac{\pi d}{z}$$

$$\text{Module réel : } m_n = \frac{p_n}{\pi} = \frac{d \cos \beta}{z}$$

$$\text{Module apparent : } m_t = \frac{p_t}{\pi} = \frac{m_n}{\cos \beta} = \frac{d}{z}$$

$$\text{Diamètre primitif de référence : } d = m_t z = \frac{m_n z}{\cos \beta}$$

$$\text{Diamètre primitif de la roue menante : } d_1 = \frac{2 \cdot a \cdot \cos \beta_2}{\cos \beta_2 + i \cos \beta_1} \quad \text{avec : } i = \frac{\omega_1}{\omega_2}$$

$$\text{Diamètre primitif de la roue menée : } d_2 = \frac{2 \cdot a \cdot i \cdot \cos \beta_1}{\cos \beta_2 + i \cos \beta_1}$$

$$\text{Entraxe : } a = \frac{1}{2}(m_{t1}z_1 + m_{t2}z_2)$$

$$\text{Pas hélicoïdal : } p_z = \frac{\pi d}{\tan \beta} = \frac{\pi m_n z}{\sin \beta}$$

Pour les autres dimensions et la détermination du jeu, se reporter aux engrenages cylindriques à dents droites.

Correction de profil

Dans le cas d'engrenage à denture hélicoïdale d'angle d'hélice β , on considère le nombre de dents virtuel z_v , pour déterminer les limites d'interférence et choisir les coefficients de déport.

$$z_v = \frac{z}{\cos^3 \beta}$$

Dans le cas de l'exemple précédent (engrenage à axes //, pignon de 12 dents et roue de 54 dents), si l'engrenage est à denture hélicoïdale avec un angle d'hélice de 20° (valeur couramment utilisée) :

$$z_{v1} = \frac{12}{\cos^3 20^\circ} = 14.46$$

$$\text{Coefficient de déport positif : } x_1 = \frac{17 - 14.46}{17} = 0.15$$

Si nous choisissons un module réel $m_n = 0.5$ mm

$$x_2 = -0.15 - \frac{0.08}{2 \cdot 0.5} = -0.23$$

Si la denture hélicoïdale a un angle d'hélice de 30° (valeur maximum utilisable pour ne pas avoir une force axiale trop importante) :

$$z_{v1} = \frac{12}{\cos^3 30^\circ} = 18.48$$

On peut, dans ce cas, ne pas déporter la denture, ce qui peut être avantageux pour un engrenage multiplicateur.

6.5.5 Transmission par vis sans fin (ou vis tangente et couronne)

La vis sans fin est un cas particulier d'engrenage à denture hélicoïdale. Généralement les axes de la vis sans fin et de la roue se croisent à angle droit.

En microtechnique, où de faibles puissances sont à transmettre, la roue associée à la vis sans fin est cylindrique à denture hélicoïdale. Le profil développante de cercle est celui habituellement utilisé.

Pour éviter toute confusion avec les autres types de vis sans fin (filet trapézoïdal, globique,...) nous appellerons ces éléments « **vis sans fin à profil en développante** ».

Le rapport de transmission d'un ensemble "vis sans fin - roue" est le suivant:

$$i = \frac{\omega_1}{\omega_2} = \frac{z_2}{z_1}$$

z_1 : nombre de filets de la vis

z_2 : nombre de dents de la roue

Tant que l'angle d'hélice de la vis n'est pas déterminé, le diamètre de la vis ne dépend pas du rapport de transmission (valable également pour engrenage hélicoïdal gauche).

Grandeurs caractéristiques d'une vis sans fin :

Pas hélicoïdal p_z : le pas hélicoïdal p_z est la distance entre deux spires consécutives d'un même filet. Elle est mesurée sur la génératrice du cylindre primitif de référence.

Pas axial p_x : le pas axial p_x est la distance entre deux filets consécutifs. Elle est mesurée sur la génératrice du cylindre primitif.

$$p_x = \frac{p_z}{z_1}$$

Pas apparent p_t : le pas apparent est obtenu en divisant la circonférence primitive par le nombre de filets.

Pas réel p_n : le pas réel p_n est la distance entre deux filets consécutifs. Elle est mesurée perpendiculairement à l'hélice. La vis sans fin et la roue conjuguée doivent avoir le même pas réel. Le pas réel est aussi appelé pas normal.

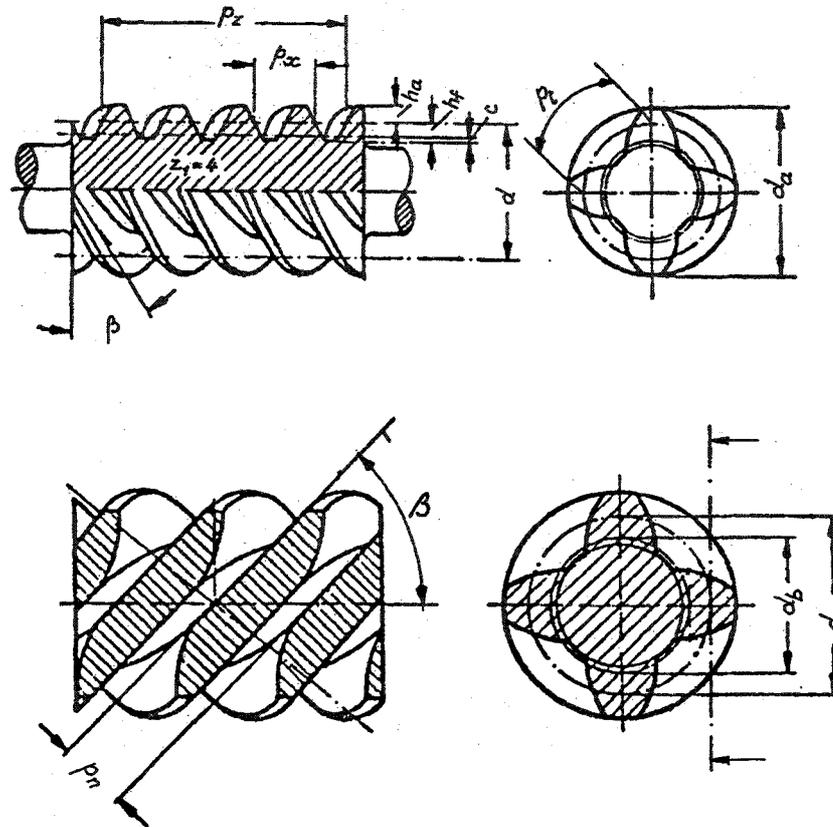


Fig. 6.77 Vis sans fin.

Méthode de calcul d'une transmission à vis sans fin

(ou à engrenage hélicoïdal à axes gauches et perpendiculaires)

(Techniques de l'Ingénieur:- méthode de M.Capelle)

Valeurs imposées - rapport de vitesse : i

- entraxe : a

- module réel : m_n

i fixe un nombre de filets pour la vis (z_1) et un nombre de dents pour la roue (z_2).

$$\text{Posons : } N_1 = \frac{m_n \cdot z_1}{2a} \text{ et } N_2 = \frac{m_n \cdot z_2}{2a}$$

En reportant ces deux valeurs dans l'abaque de la fig. 6.78 (par exemple $N_1=0,184$ et $N_2=0,461$), on obtient $\beta_1=68^\circ 50'$.

(β_1 : angle d'hélice du pignon 1)

Si l'on obtient deux solutions, on choisit la mieux appropriée, notamment en fonction de l'irréversibilité de la transmission; si l'on n'obtient aucune solution, on modifie le module réel m_n ou les nombres de dents, ou l'entraxe.

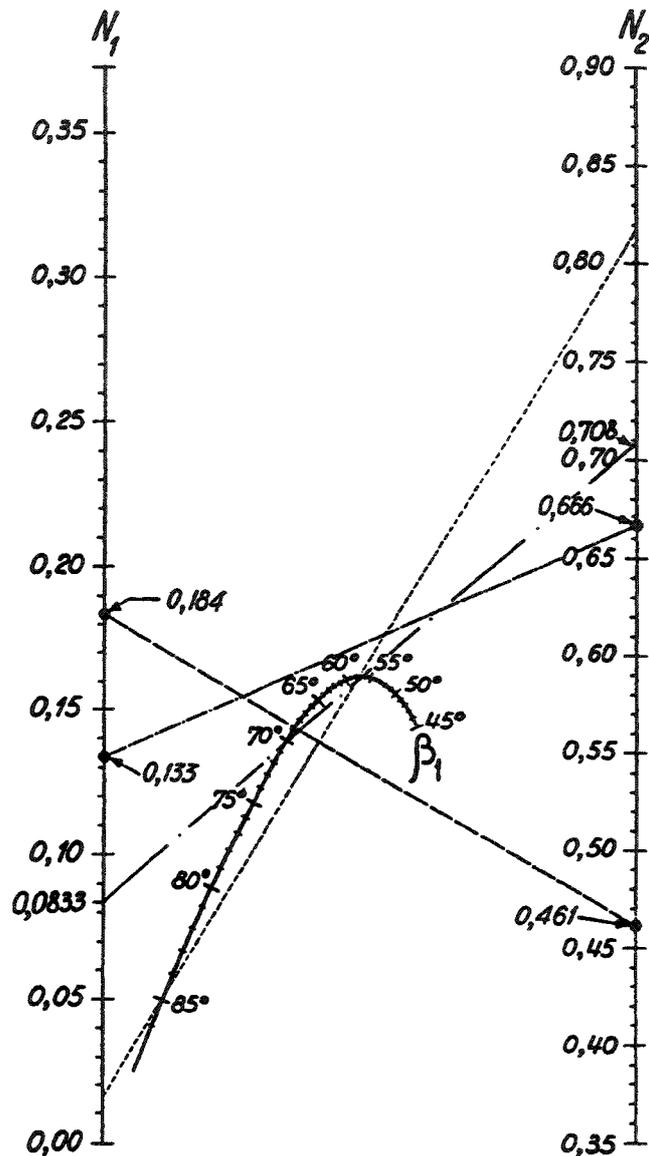


Fig. 6.78 Engrenage à vis sans fin et engrenages gauches hélicoïdaux à axes perpendiculaires : abaque.

Exemple de calcul d'un engrenage à vis sans fin (d'après M.Capelle)

Données : Rapport des vitesses angulaires : $i = \frac{17}{2}$

Entraxe : $a = 12 \text{ mm}$

Module réel : $m_n = 1 \text{ mm}$

Cherchons les valeurs N_1 et N_2 nécessaires pour poser les points de départ sur le graphique (fig. 6.78) :

$$N_1 = \frac{m_n z_1}{2a} \quad \text{et} \quad N_2 = \frac{m_n z_2}{2a}$$

z_1 = nombre de filets de la vis $z_1 = 2$

z_2 = nombre de dents de la roue $z_2 = 17$

$$N_1 = \frac{1 \cdot 2}{2 \cdot 12} = 0,0833$$

$$N_2 = \frac{1 \cdot 17}{2 \cdot 12} = 0,708$$

En posant ces valeurs sur le graphique de la figure 6.78, nous trouvons un angle d'hélice $\beta_1 = 70^\circ 20'$ et $56^\circ 30'$. On choisit $\beta_1 = 70^\circ 20'$.

L'angle d'hélice étant connu, nous pouvons calculer les autres dimensions de la vis sans fin (et de la roue conjuguée).

Pour calculer les diamètres primitifs nous avons besoin des modules apparents m_t .

$$\text{Module apparent de la vis sans fin : } m_{t1} = \frac{m_n}{\cos \beta} = 2,971 \text{ mm}$$

$$\text{Module apparent de la roue : } m_{t2} = \frac{m_n}{\cos 19^\circ 40'} = \frac{1}{0,9417} = 1,062 \text{ mm}$$

Diamètre primitif théorique de la vis sans fin :

$$d_1 = m_{t1} \cdot z_1$$

$$d_1 = 2,971 \cdot 2 = 5,942 \text{ mm}$$

Diamètre primitif théorique de la roue :

$$d_2 = m_{t2} \cdot z_2$$

$$d_2 = 1,062 \cdot 17 = 18,054 \text{ mm}$$

Contrôle de l'entraxe prescrit :

$$\frac{5,942 + 18,054}{2} = \frac{23,996}{2} = 11,998 \text{ mm}$$

Soit 0,002 de moins que l'entraxe prescrit. Cette différence est admissible.

En général, on peut se dispenser de rechercher une valeur d'angle d'hélice plus exacte, les différents réglages pratiqués sur les machines à tailler introduisant souvent des erreurs plus importantes.

Calcul des autres dimensions

Diamètre primitif de taillage : comme pour les engrenages hélicoïdaux

Pas hélicoïdal de la vis sans fin :

$$P_{z1} = \frac{\pi d_1}{\tan \beta_1}$$

$$P_{z1} = \frac{5,942 \cdot \pi}{\tan 70^\circ 20'} = 6,67 \text{ mm}$$

6.5.6 Engrenages coniques

Les engrenages coniques sont utilisés pour la transmission entre deux axes concourants. C'est une transmission du même type que celle examinée au paragraphe « transmission par frottement », à la figure 6.22.

Par rapport aux engrenages cylindriques, le cylindre primitif est remplacé par un cône primitif. Les deux cônes primitifs roulent sans glisser l'un sur l'autre, alors que les profils roulent et glissent l'un sur l'autre.

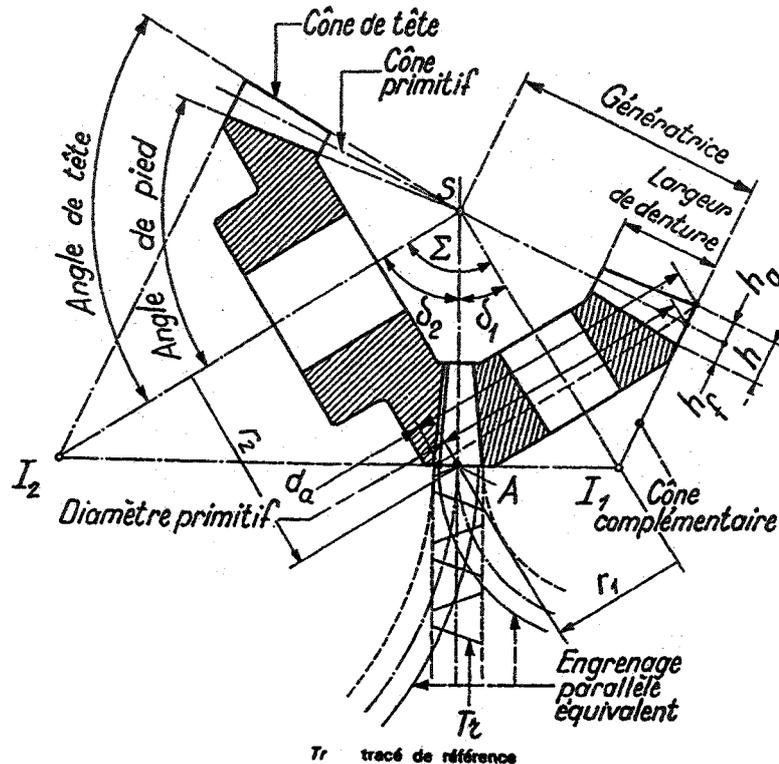


Fig. 6.79 Engrenage conique.

Rapport de transmission : $i = \frac{\omega_1}{\omega_2}$ hors $r_1 \cdot \omega_1 = r_2 \cdot \omega_2 \rightarrow i = \frac{r_2}{r_1}$

δ_1 se calcule de manière identique au paragraphe 6.2.2 : $\tan \delta_1 = \frac{\sin \Sigma}{i + \cos \Sigma}$

Toutes les génératrices des dents passent par le point S ; le module est donc variable d'une extrémité de la dent à l'autre.

Un moyen approché pour définir les caractéristiques d'un engrenage concourant, consiste à définir un engrenage équivalent cylindrique à dents droites. Cet engrenage est situé dans le plan \perp à la droite (AS) ; les centres des roues sont I₁ et I₂.

Les roues de l'engrenage équivalent (appelé aussi virtuel) ont des cercles primitifs de diamètre :

$$d_{v1} = \frac{d_1}{\cos \delta_1}$$

$$d_{v2} = \frac{d_2}{\cos \delta_2}$$

et des nombres de dents virtuels :

$$z_{v1} = \frac{z_1}{\cos \delta_1}$$

$$z_{v2} = \frac{z_2}{\cos \delta_2}$$

L'engrenage équivalent permet de définir le jeu, l'angle de pression, les corrections de l'engrenage conique.

Détermination des forces agissant sur les dents de l'engrenage conique

On considère que le couple est transmis par une force tangentielle F_t centrée sur la denture.

$$M = F_t r_m \quad r_m \text{ est le rayon primitif moyen.}$$

La force normale à la dent :

$$F_n = \frac{F_t}{\cos \alpha}$$

La force radiale :

$$F_r = \frac{F_t}{\cos \alpha} \sin \alpha \cos \delta = F_t \tan \alpha \cos \delta$$

La force axiale :

$$F_x = \frac{F_t}{\cos \alpha} \sin \alpha \sin \delta = F_t \tan \alpha \sin \delta$$

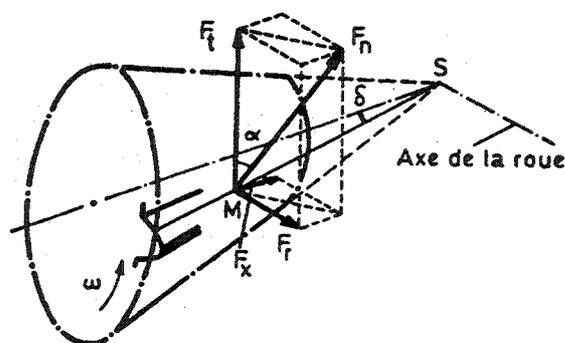


Fig. 6.80 Engrenage concourant à denture droite : efforts.

6.5.7 Calcul des dimensions d'un engrenage

La détérioration d'une dent d'un engrenage peut avoir les causes suivantes :

- 1) rupture à la base de la dent par contrainte exagérée ou fatigue



Fig. 6.81 Rupture de dent.
(a) contrainte exagérée
(b) fatigue

- 2) pitting : détérioration superficielle consécutive à une pression trop élevée. On peut remédier à ce défaut par un traitement thermique : cémentation, nitruration, trempe et revenu.
- 3) grippage : provient d'un mauvais choix des matériaux en présence (voir chap. frottement).

Méthode approchée de calcul du module

Hypothèses :

1. un seul couple de dents supporte toute la charge
2. le calcul de la contrainte ne tient compte que de la flexion
3. la pression est uniformément répartie sur toute la longueur de la dent
4. P est appliquée au sommet de la dent.

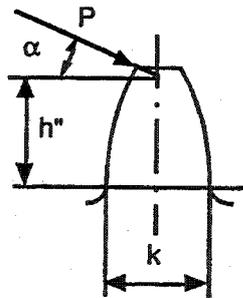


Fig. 6.82 Dent d'engrenage de largeur b.

5. on considère que la force tangentielle $P_{tg} = P \cos \alpha$ agit sur le cercle primitif, d'où le couple :

$$C = P_{tg} \frac{d}{2} = P r_b = P \frac{d}{2} \cos \alpha$$

La contrainte de flexion dans une dent a la valeur suivante :

$$\sigma_f = \frac{M}{W} = \frac{6P \cdot \cos \alpha \cdot h''}{k^2 \cdot b}$$

Lorsque le calcul ne doit pas être effectué avec une grande précision (coefficient de sécurité suffisamment élevé), on se contente de prendre :

$$h'' = 2.1 m$$

$$k = \frac{\pi m}{2}$$

$$\sigma_{fl} = \frac{P \cos \alpha}{m b} \cdot 5$$

Pour tenir compte de l'effet de fatigue, on introduit un facteur φ dépendant de la vitesse n :

n (t/min)	0	10	100	200	500	1 000	2 000	5 000	10 000
φ	1	0,76	0,59	0,51	0,40	0,32	0,24	0,17	0,14

$$P \cos \alpha = \frac{\sigma_{adm} m b}{5} \varphi$$

$$P_{ig} = \frac{\sigma_{adm} m b}{5} \varphi$$

Posons $b = \psi \cdot m$

$$m = \sqrt{\frac{5P_{ig}}{\sigma_{adm} \psi \varphi}}$$

Expression valable pour engrenages cylindriques à dents droites.

La valeur de ψ est la suivante (rapport largeur dent / module) :

- Taillage courant, injection thermoplastique, montage de précision moyenne : $\psi = 5$ à 10
- Engrenage taillé, bâti rigide et précis : $\psi \rightarrow 20$
- Découpage à l'étampe : $\psi = 1$ à 2

Les contraintes admissibles pour les applications courantes sont les suivantes :

Matière	σ_{adm} (MN/m ²)
E295+C	100
E235+C	70
9SMnPb28	80
16MnCr 5	140
Bronze phosphoreux	50
Derlin (POM)	10
Polyamide	8

Pour le calcul des modules des **engrenages hélicoïdaux**, la force $P \cos \alpha_n$ de la figure 6.74 est à prendre en considération, ainsi que le module réel et la longueur réelle de la dent.

Pour le calcul du module des **engrenages coniques**, on utilise la même expression que pour les engrenages cylindriques à dent, droites, mais on diminue σ_{adm} de 10%, et on fixe $\psi_{conique} = 0,5$ à $0,75 \psi_{cylindrique}$.

Contrôle de la pression de contact

D'après la loi de Hertz

$$p_{\max} = 0.42 \sqrt{\frac{P \cdot E}{b \cdot \rho}} \quad \text{cylindre contre cylindre}$$

avec

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_1} \pm \frac{1}{\rho_2}$$

$$\frac{1}{E} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{E_1} + \frac{1}{E_2} \right)$$

E_1 et E_2 : modules d'élasticité des matériaux en présence.

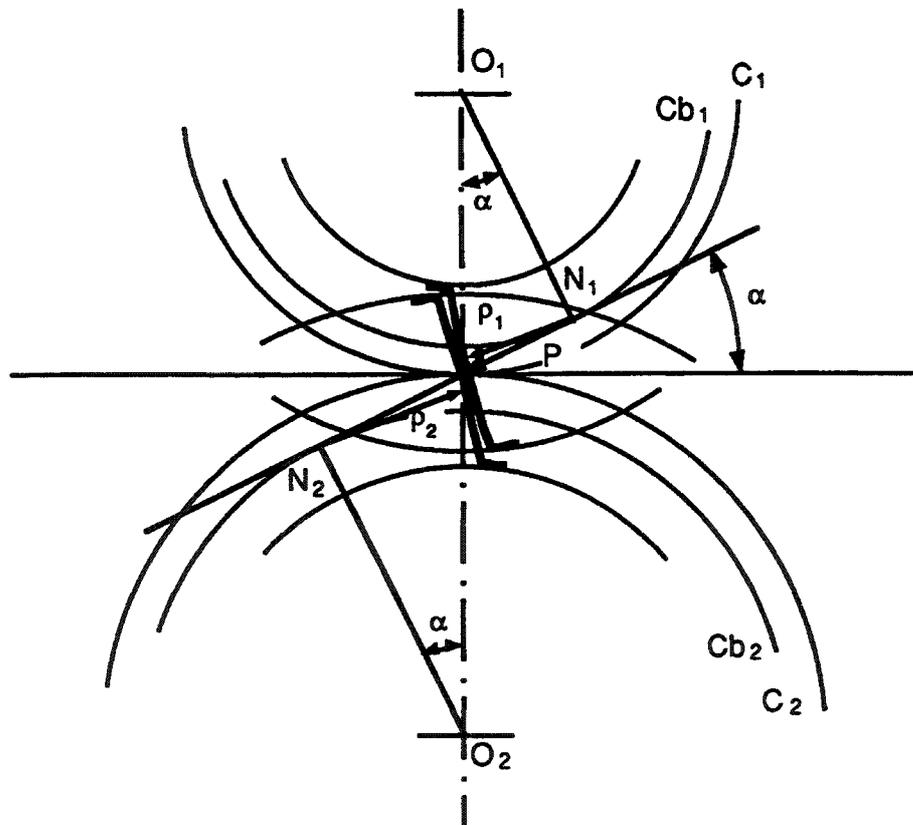


Fig. 6.83 Pression hertzienne entre 2 dents.

D'après la figure 6.83 on a :

$$\rho_1 = \frac{d_1}{2} \sin \alpha$$

$$\rho_2 = \frac{d_2}{2} \sin \alpha$$

$$d_1 \omega_1 = d_2 \omega_2 \quad (\text{non valable pour planétaires})$$

$$\frac{1}{\rho} = \frac{1}{\rho_1} \pm \frac{1}{\rho_2} = \frac{2}{d_1 \sin \alpha} + \frac{2}{d_1 \sin \alpha} \frac{\omega_2}{\omega_1} = 2 \frac{\omega_1 + \omega_2}{d_1 \cdot \sin \alpha \cdot \omega_1}$$

$$p_{\max} = 0.42 \sqrt{\frac{2 \cdot P \cdot E (\omega_1 + \omega_2)}{b \cdot d_1 \cdot \sin \alpha \cdot \omega_1}} = 0.42 \sqrt{\frac{2 \cdot P \cdot E (i+1)}{b \cdot d_1 \cdot \sin \alpha \cdot i}}$$

On a $P = \frac{P_{tg}}{\cos \alpha}$

Pour l'engrenage à denture hélicoïdale, il faut considérer la largeur réelle de la dent et $\rho' = \rho / \cos^2 \beta$.

Pour l'engrenage conique, on considère l'engrenage cylindrique équivalent.

Les pressions maximum admissibles sont résumées au chapitre 4,

$$p_{adm} \approx 0.25 - 0.3 HB \quad (HB : \text{dureté Brinell donnée sans unité et } p_{adm} \text{ en N/mm}^2).$$

Selon DIN 50150 :

$$HB \approx 0.3 \cdot R_m \rightarrow p_{adm} \approx 0.075 - 0.09 R_m \quad (p_{adm} \text{ et } R_m \text{ en N/mm}^2)$$

Quelques pressions admissibles pour des engrenages métalliques (selon Henriot) :

Ac et Bz phosphoreux :	12 à 40 N/mm ²
Ac à trempe superficielle :	20 à 50 N/mm ²
Ac allié de cémentation :	65 à 100 N/mm ²

Différentes pressions admissibles pour des matières thermoplastiques
(d'après VDI 2545 – janv. 81 – p.19 et 20)

Matière	PA66								POM	
	Sec				Graissé				Sec	
Nombre de cycles	10 ⁶		10 ⁸		10 ⁶		10 ⁸		10 ⁶	10 ⁸
Temp. de fonct.	20°	80°	20°	80°	20°	80°	20°	80°	≤60°	
Pression adm. (N/mm ²)	40	35	18	13	60	50	27	21	20	8

Rappel de quelques modules d'élasticité

Acier	E = 2.1.10 ¹¹ Pa	Pa66 + 30% f.d.v	E = 5.10 ⁹ Pa
Laiton (CuZn)	E = 1.2.10 ¹¹ Pa	POM	E = 3.10 ⁹ Pa
Pa66 (val.moyenne)	E = 2.7.10 ⁹ Pa	POM + 30% f.d.v	E = 5.10 ⁹ Pa

6.5.8 Puissance perdue par frottement dans un engrenage cylindrique à dents droites (profil développante)

$$N_{frott.} = \frac{2 \cdot \mu}{\sin 2\alpha} \left(\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2} \right) N_{mot}$$

μ : coefficient de frottement

α : angle de pression

z : nombre de dent des roues

$N_{frott.}$: puissance perdue par frottement au niveau de l'engrènement

N_{mot} : puissance d'entrée dans l'engrenage

Les engrenages à grand nombre de dents ont un meilleur rendement.

Lorsqu'une des roues est intérieure à l'autre :

$$N_{frott.} = \frac{2 \cdot \mu}{\sin 2\alpha} \left(\frac{1}{z_1} - \frac{1}{z_2} \right) N_{mot}$$

Exemples

$\mu = 0,1$ acier graissé sur acier graissé

$\alpha = 20^\circ$

$z_1 = 30$

$z_2 = 60$

$$\frac{N_{frott.}}{N_{mot}} = \frac{0,2}{\sin 40^\circ} \left(\frac{1}{30} + \frac{1}{60} \right) = 0,015$$

$\mu = 0,3$

$$\frac{N_{frott.}}{N_{mot}} = 0,045$$

$\mu = 0,1$

$\alpha = 20^\circ$

$z_1 = 10$

$z_2 = 60$

$$\frac{N_{frott.}}{N_{mot}} = \frac{0,2}{\sin 40^\circ} \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{60} \right) = 0,036$$

$\mu = 0,3$

$$\frac{N_{frott.}}{N_{mot}} = 0,109$$

6.6 Différentes dispositions d'engrenages

6.6.1 Train planétaire

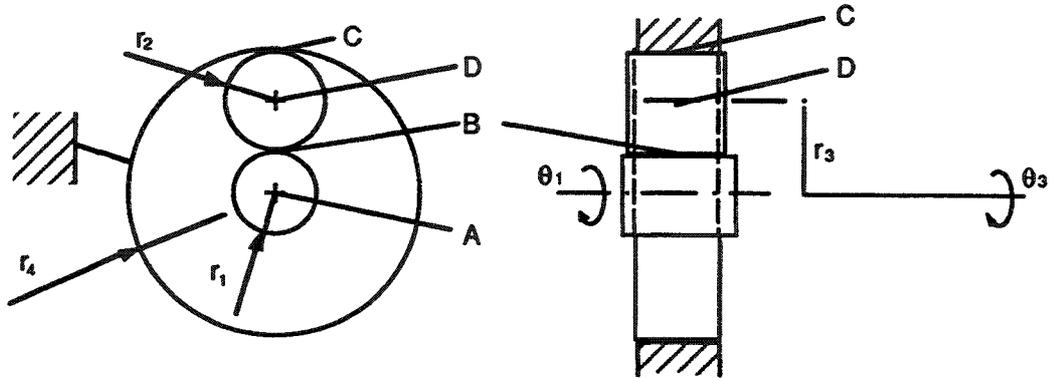


Fig. 6.84 Principe du train planétaire.
roue 1 : roue solaire
roue 2 : roue planétaire
couronne 4 : couronne

Le rapport de transmission avec entrée par θ_1 et sortie par θ_3 se calcule de la façon suivante :

$$i = \frac{\theta_1}{\theta_3}$$

Dépl. de B : $r_1 \cdot \theta_1$

$$\text{Dépl. de D : } \frac{\theta_1 r_1}{2r_2} \cdot r_2 = \frac{\theta_1 r_1}{2}$$

$$\theta_3 = \frac{\text{Dépl. de D}}{r_1 + r_2} = \theta_1 \frac{r_1}{2} \frac{1}{r_1 + r_2} = \theta_1 \frac{r_1}{r_1 + r_1 + 2r_2}$$

$$r_4 = r_1 + 2r_2$$

$$\theta_3 = \theta_1 \frac{r_1}{r_1 + r_4} = \theta_1 \frac{z_1}{z_1 + z_4}$$

$$i = \frac{\theta_1}{\theta_3} = \frac{z_1 + z_4}{z_1} = 1 + \frac{z_4}{z_1}$$

6.6.2 Réducteur planétaire différentiel

Ce type de réducteur peut être réalisé sous plusieurs formes.

1) Réducteur avec une seule roue planétaire

Principe : f et m ont même \varnothing mais pas exactement z identique (correction de denture).

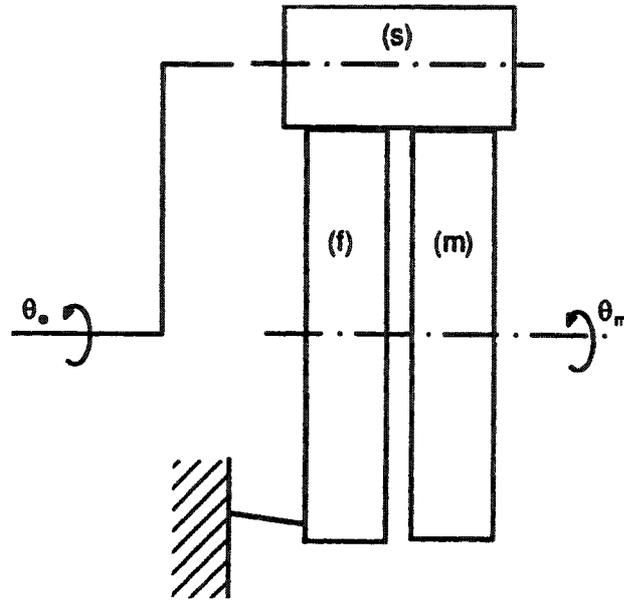


Fig. 6.85 Réducteur planétaire différentiel avec une seule roue planétaire extérieure :
 Indice e : entrée (f) roue fixe
 Indice m : sortie mobile (s) roue planétaire (satellite)

Le rapport de transmission $i = \theta_e / \theta_m$ est le suivant :

Angle entre 2 dents :

$$\alpha_f = \frac{2\pi}{z_f} \quad \alpha_m = \frac{2\pi}{z_m}$$

$$\text{Si } \theta_e = 2\pi \rightarrow \theta_m = z_f (\alpha_f - \alpha_m) = 2\pi \left(\frac{z_f}{z_f} - \frac{z_f}{z_m} \right)$$

$$i = \frac{\theta_e}{\theta_m} = \frac{2\pi}{2\pi \frac{z_m - z_f}{z_m}} = \frac{z_m}{z_m - z_f}$$

Si $z_m > z_f \rightarrow i > 0$

Si $z_m < z_f \rightarrow i < 0$

Ce rapport est exactement le même si la roue planétaire travaille à l'intérieur de 2 couronnes.

2) Réducteur avec 2 roues planétaires

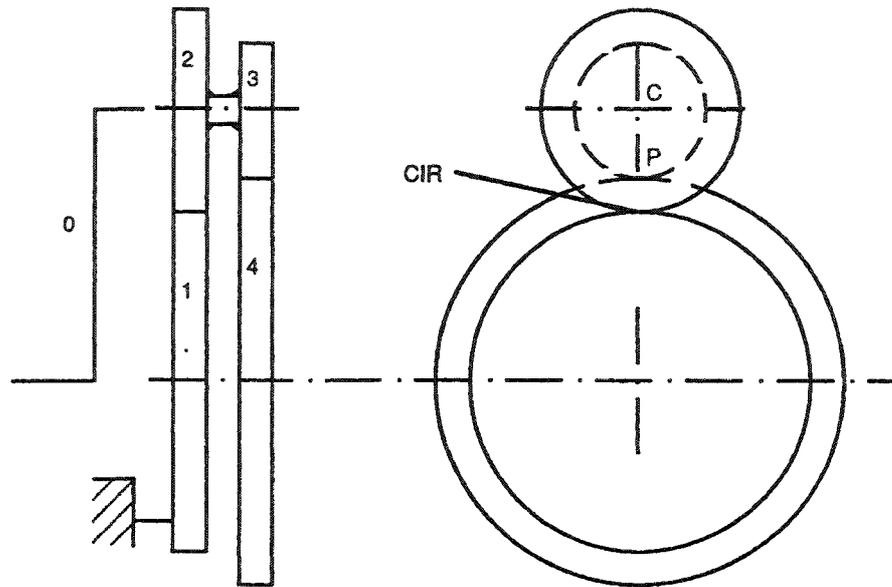


Fig. 6.86 Réducteur planétaire différentiel avec 2 roues planétaires extérieures.

Le rapport de transmission $i = \theta_0 / \theta_4$ est le suivant :

Déplacement du point C : dC

$$dC = \theta_0 (r_1 + r_2) = \theta_{23} r_2$$

Déplacement du point P : dP

$$dP = dC \frac{r_2 - r_3}{r_2} = \theta_0 (r_1 + r_2) \frac{r_2 - r_3}{r_2}$$

$$\theta_4 = \frac{dP}{r_4} = \theta_0 (r_1 + r_2) \frac{r_2 - r_3}{r_2 r_4}$$

$$i = \frac{\theta_0}{\theta_4} = \frac{r_2 r_4}{(r_1 + r_2)(r_2 - r_3)}$$

Si m est le même pour toutes les roues, i peut s'écrire :

$$i = \frac{z_2 z_4}{(z_1 + z_2)(z_2 - z_3)} = \frac{z_2 z_4}{z_2 z_4 - z_1 z_3}$$

Si les 2 roues planétaires solidaires travaillent à l'intérieur de 2 couronnes (1 fixe et 1 sortie mobile), le rapport de transmission est donné par l'expression suivante :

$$i = \frac{\theta_0}{\theta_4} = \frac{z_2 z_4}{(z_1 - z_2)(z_2 - z_3)} = \frac{z_2 z_4}{z_2 z_4 - z_1 z_3}$$

6.6.3 Engrenages intérieurs

Les trains planétaires nécessitent souvent l'emploi d'engrenages à denture intérieure. La forme de ces dentures en développante est définie de façon identique à celle des dentures extérieures ; la ligne de conduite est une droite inclinée d'un angle α souvent fixé à 20° .

L'entraxe est égal à la différence des rayons primitifs :

$$a = 0.5 \cdot (z_2 - z_1) \cdot m$$

De telles dentures ont les avantages suivants :

- Flanc de la denture intérieure concave, ce qui a pour effet de diminuer la pression de contact.
- Diminution de l'encombrement
- Diminution du glissement
- Augmentation du rapport de conduite

Les inconvénients :

- Fabrication plus compliquée qui nécessite l'emploi d'outils en forme de pignon ; une interférence particulière de taillage peut apparaître pour un enfoncement radial du pignon de taillage ;
- Sujet à l'interférence géométrique primaire comme décrit sous 6.5.3.2 ; la limite d'interférence est également donnée par le point N1, point de tangence de la ligne de conduite avec le cercle de base ; la figure 6.87, tirée du manuel pratique des engrenages de G. Henriot, en montre le principe et les corrections à apporter au cercle de tête ;
- Sujet à l'interférence géométrique secondaire qui apparaît lorsque les nombres de dents des 2 roues sont trop proches ; la figure 6.88, tirée du manuel pratique des engrenages de G. Henriot, donne les corrections à apporter en fonction de la différence du nombre de dents et de l'angle de pression.

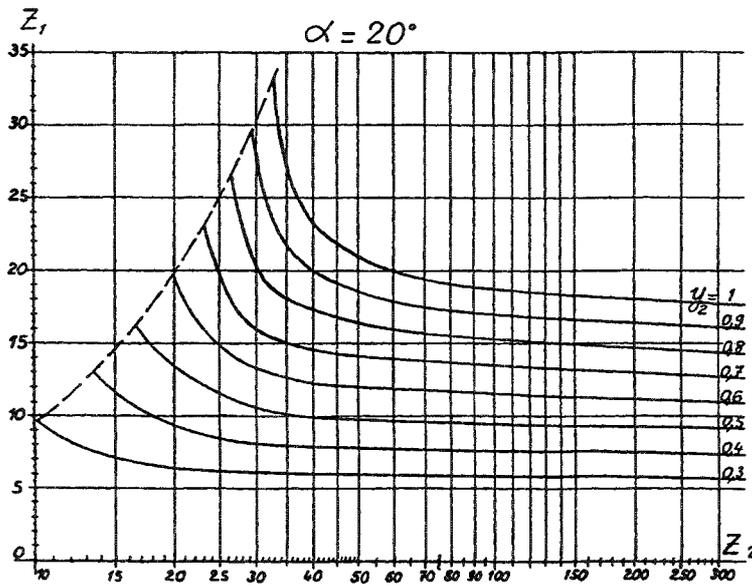
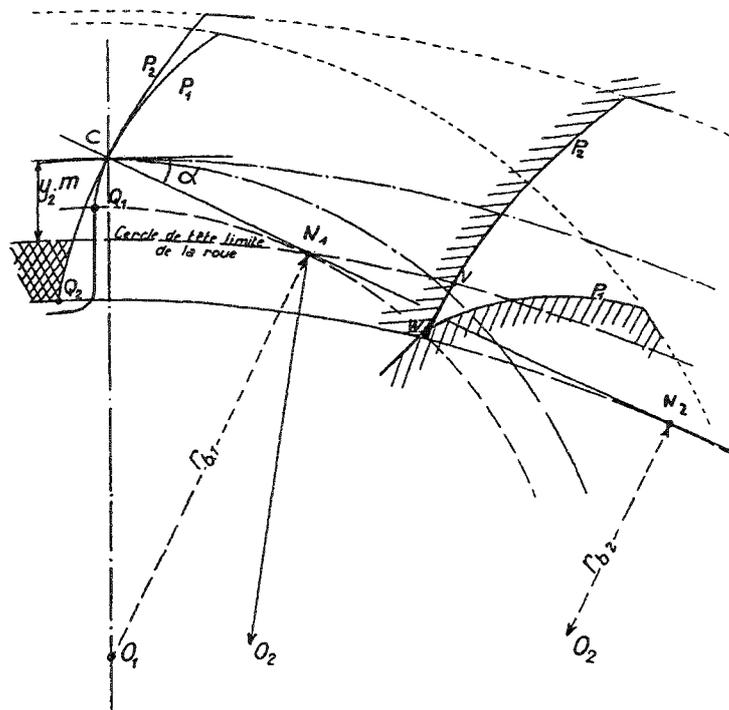


Fig. 6.87 Interférence géométrique primaire (selon manuel pratique des engrenages de G. Henriot, Dunod 1965)

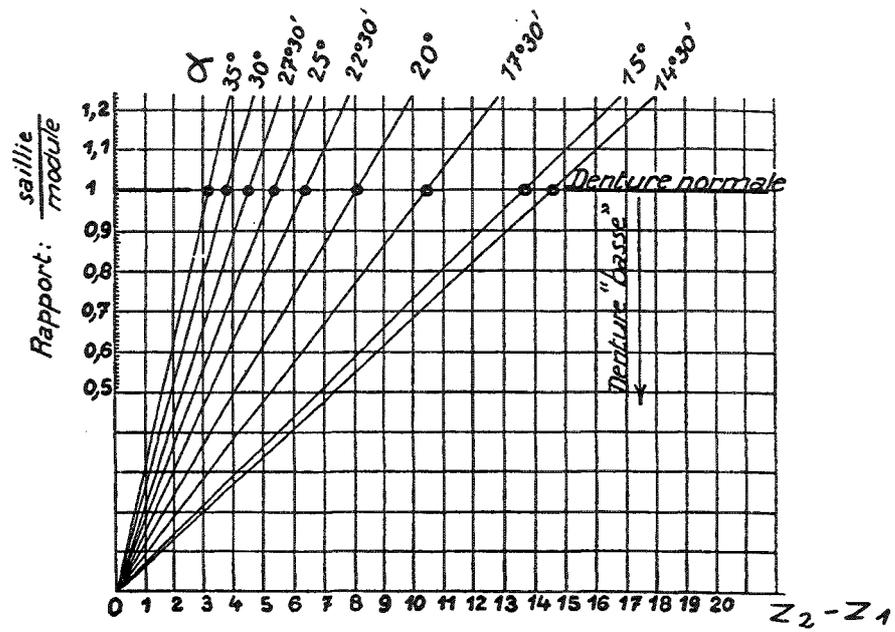


Fig. 6.88 Interférence géométrique secondaire (selon manuel pratique des engrenages de G. Henriot, Dunod 1965)

CHAPITRE 7

Transformation de mouvement

But | Le but de ce chapitre est de donner au lecteur un éventail des principaux mouvements qu'il est possible de générer, ainsi que leurs propriétés respectives.

Il sera exposé et expliqué comment réaliser des mécanismes capables de produire de tels mouvements, et le lecteur sera rendu attentif à différentes astuces de construction.

Objectifs | L'étudiant sera capable de décrire les différents mouvements réalisables ainsi que leurs propriétés cinématiques et dynamiques (vitesse, accélération, saccades, etc.). Par l'analyse de ces propriétés, il saura choisir la forme de mouvement la mieux appropriée pour réaliser une fonction donnée.

Il sera également capable de concevoir et construire les mécanismes générant ces mouvements.

7.1 Généralités

7.1.1 Introduction

Dans toute construction de microtechnique on est amené à effectuer une transformation de mouvement qui peut être du type :

Rotation à vitesse constante - translation à vitesse constante (cas particuliers : la crémaillère, la vis)

- translation à vitesse non constante
- rotation à vitesse constante ou non
- mouvement quelconque

Rotation à vitesse quelconque - translation

- rotation
- mouvement quelconque

Translation - translation (exemple : le coin)

- rotation
- mouvement quelconque

Ces transformations de mouvement sont réalisées mécaniquement par les différents composants suivants :

- Les cames
- Les excentriques
- Les systèmes bielle-manivelle
- Les systèmes à leviers multiples

Ces éléments peuvent être combinés entre eux et donner des mouvements de formes très complexes.

7.1.2 Types de mouvements en fonction du temps

Le tableau de la page 7.4 donne la forme et les différentes caractéristiques des mouvements les plus couramment employés.

A partir de ce tableau, pour obtenir les équations des mouvements générés par des cames à **vitesse de rotation constante** (cas très courant), il suffit de remplacer dans l'expression du déplacement : t par ωt et T par β avec

ω = vitesse angulaire de la came

β = angle de la came provoquant le déplacement radial maximum h

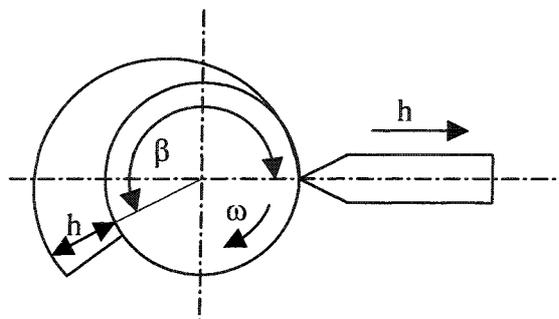


Fig. 7.1 Came rotative.

Si la came a un **déplacement rectiligne uniforme**, l'équation du mouvement ainsi généré est exprimée par les relations du tableau page 7.4 en remplaçant : t par v·t et T par l avec

v = vitesse linéaire constante de la came

l = longueur de la came provoquant le déplacement maximum h ⊥ à son mouvement

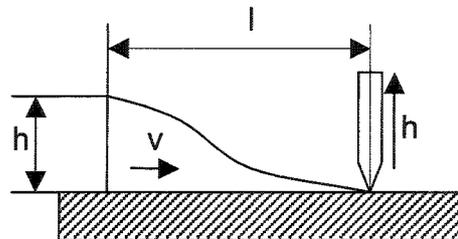


Fig. 7.2 Came à mouvement rectiligne.

Les mouvements résumés au tableau de la page 7.4 sont caractérisés par 2 facteurs importants

- **Le facteur de vitesse U** défini de la façon suivante :

$$U = \frac{\text{vitesse max du mouvement considéré}}{\text{vitesse constante nécessaire pour effectuer le même déplacement pendant le même temps (cas 1 page 7.4)}} = \frac{\dot{y}_{\max}}{h/T}$$

Ce facteur permet de comparer les vitesses maximums atteintes dans les différents types de mouvements.

- **Le facteur accélération α** défini comme suit :

$$\alpha = \frac{\text{accélération max. du mouvement considéré}}{\text{accélération d'un mouvement à accélération constante effectuant le déplacement h/2 dans le temps T/2 (cas 2 page 7.4)}} = \frac{\ddot{y}_{\max}}{4h/T^2}$$

A l'aide de ce facteur, on peut comparer facilement les accélérations maximums atteintes dans les différents types de mouvements.

MOUVEMENTS FONCTION DU TEMPS

Loi	Forme de déplacement	Déplacement	Forme vitesse	Vitesse (y)	Facteur vitesse	Forme accélération	Accélération (y)	Facteur accél.	Saut	Utilisation
1 Droite inclinée		$y = \frac{h}{T}t$		$y\text{-dot} = \frac{h}{T}$	1		$t = \frac{0}{0}$ $y\text{-dot} = \infty$ $t \neq 0$ $y = 0$	∞		Très faible vitesse
2 Paraboli- que ou à acc. cste		$y = 2h(\frac{t}{T})^2$		$y\text{-dot} = \frac{4h}{T}t$	2		$y\text{-dot-dot} = \frac{4h}{T^2}$	1		Vitesse moyenne
	$y = h(1-2(\frac{t}{T})^2)$	$y\text{-dot} = \frac{4h}{T}(1-\frac{t}{T})$	$y\text{-dot-dot} = -\frac{4h}{T^2}$							
3 Cubique ou à accélération linéaire		$y = 4(\frac{t}{T})^3 h$		$y\text{-dot} = \frac{12h}{T}(\frac{t}{T})^2$	3		$y\text{-dot-dot} = \frac{24h}{T^2}(\frac{t}{T})$	3		Faible vitesse
	$y = h(1-4(1-\frac{t}{T})^3)$	$y\text{-dot} = \frac{12h}{T}(1-\frac{t}{T})^2$	$y\text{-dot-dot} = -\frac{24h}{T^2}(1-\frac{t}{T})$							
4 Accélération rectiligne		$y = 6h[\frac{1}{2}(\frac{t}{T})^2 - \frac{1}{3}(\frac{t}{T})^3]$		$y\text{-dot} = 6h[\frac{t}{T} - \frac{t^2}{T^2}]$	1,5		$y\text{-dot-dot} = 6h(\frac{1}{T^2} - \frac{2}{T^2}\frac{t}{T})$	1,5		Faible vitesse
5 Sinusoïde		$y = \frac{h}{2}(1 - \cos \frac{\pi t}{T})$		$y\text{-dot} = \frac{\pi h}{2T} \sin \frac{\pi t}{T}$	1,57		$y\text{-dot-dot} = \frac{\pi^2 h}{2T^2} \cos \frac{\pi t}{T}$	1,234		Vitesse moyenne
6 Cycloïde		$y = \frac{h}{\pi}(\frac{\pi t}{T} - \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi t}{T})$		$y\text{-dot} = \frac{h}{T}(1 - \cos \frac{2\pi t}{T})$	2		$y\text{-dot-dot} = \frac{2\pi h}{T^2} \sin \frac{2\pi t}{T}$	1,57		Très grande vitesse
7 Accélération trapézoï- dale		$y = \frac{64}{9}h(\frac{t}{T})^3$		$y\text{-dot} = \frac{64}{3}h(\frac{t}{T})^2$	2		$y\text{-dot-dot} = \frac{128}{3}h \frac{t}{T^2}$	1,33		Grande vitesse
		$y = h(8(\frac{t}{T})^2 - \frac{1}{3})$	$y\text{-dot} = h(\frac{16}{3T} - \frac{2t}{3T})$	$y\text{-dot-dot} = h(-\frac{16}{3T^2})$						
		$y = h(\frac{64}{9}(\frac{t}{T})^3 + \frac{32}{3}(\frac{t}{T})^2 - \frac{10}{3}t + \frac{7}{18})$	$y\text{-dot} = h(\frac{64}{3T}(\frac{t}{T})^2 + \frac{64}{3T} - \frac{10}{3})$	$y\text{-dot-dot} = h(\frac{128}{3T^2}\frac{t}{T} + \frac{64}{3T^2})$						

7.2 Les cames

7.2.1 Cames tournantes générant un mouvement rectiligne

Le contact came-élément de translation peut être réalisé de différentes manières (figure 7.3).

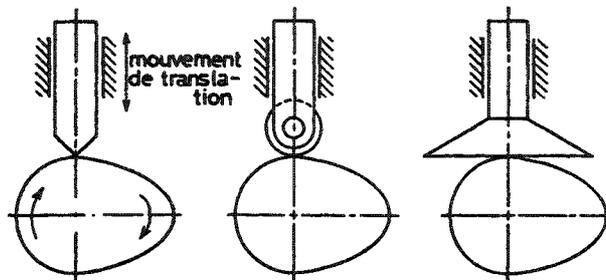


Fig. 7.3 Liaisons came-suiveur.
a) suiveur à couteau
b) suiveur à galet
c) suiveur à plateau

Dans le **cas a**, la variation de rayon de la came donne directement la forme du mouvement rectiligne fonction de la rotation.

Dans le **cas b**, l'équation du mouvement donne le déplacement du centre du galet. Pour fabriquer facilement ce type de came, il suffit de l'usiner avec une fraise du même diamètre que le galet suiveur.

Dans le **cas c**, la détermination de la forme de la came d'après le mouvement souhaité s'effectue de la façon montrée à la figure 7.4.

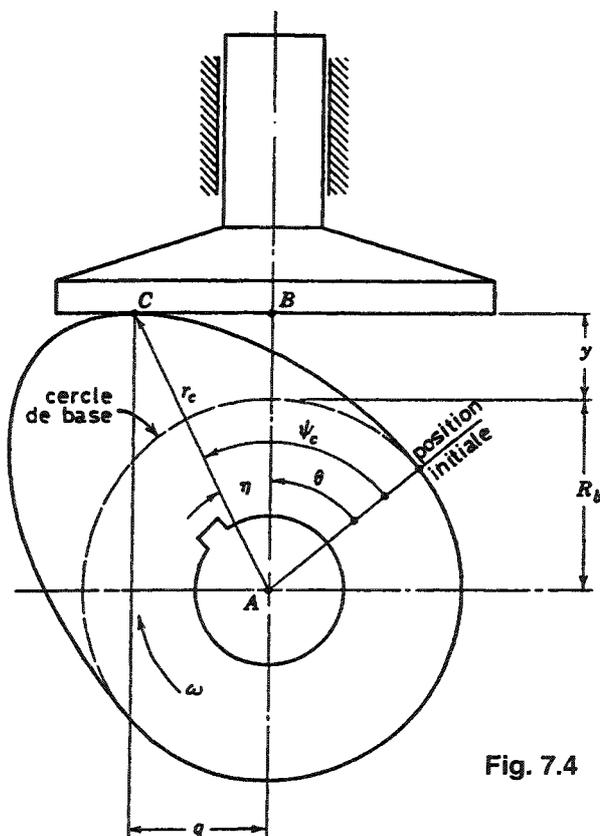


Fig. 7.4 Came tournante avec suiveur à plateau.

$$\dot{y} = \frac{dy}{dt} = q\omega$$

$$q = \frac{dy}{dt} \frac{1}{\omega} = \frac{\dot{y}}{\omega}$$

Le rayon de contact r_c vaut donc :

$$r_c = \sqrt{(R_b + y)^2 + q^2}$$

$$r_c = \sqrt{(R_b + y)^2 + \left(\frac{\dot{y}}{\omega}\right)^2}$$

$$\tan \eta = \frac{q}{y + R_b} = \frac{\dot{y}}{\omega(y + R_b)}$$

Exemples

Forme d'une came tournant à vitesse constante ω avec suiveur à plateau générant un mouvement sinusoïdal.

$$y = \frac{h}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi\omega t}{\beta}\right)$$

Mouvement généré (n°5 page 7.4)

$$\dot{y} = \frac{\pi\omega h}{2\beta} \sin \frac{\pi\omega t}{\beta}$$

On a ainsi :

$$q = \frac{\pi h}{2\beta} \sin \frac{\pi\omega t}{\beta} \rightarrow r_c = \sqrt{\left(R_b + \frac{h}{2} \left(1 - \cos \frac{\pi\omega t}{\beta}\right)\right)^2 + \left(\frac{\pi h}{2\beta} \sin \frac{\pi\omega t}{\beta}\right)^2}$$

Choisissons de générer le mouvement sur une rotation de came de 90° , donc $\beta = \pi/2$ d'où :

$$r_c = \sqrt{\left(R_b + \frac{h}{2} (1 - \cos 2\omega t)\right)^2 + (h \sin 2\omega t)^2}$$

$$r_c = \sqrt{R_b^2 + \frac{h^2}{4} (1 + \cos^2 2\omega t - 2 \cos 2\omega t) + R_b h (1 - \cos 2\omega t)}$$

$$+ \frac{h^2}{4} \sin^2 2\omega t + \frac{3h^2}{4} \sin^2 2\omega t$$

$$r_c = \sqrt{R_b^2 + (1 - \cos 2\theta) \left(\frac{h^2}{2} + R_b h\right) + \frac{3h^2}{4} \sin 2\theta}$$

$$\tan \eta = \frac{\dot{y}}{\omega(y + R_b)} = \frac{2h \sin 2\omega t}{2R_b + h(1 - \cos 2\omega t)}$$

$$\eta = \arctan \frac{2h \sin 2\theta}{2R_b + h(1 - \cos 2\theta)}$$

r_c et η pour chaque valeur de θ permettent de générer point par point le profil de la came.

Application numérique

$$h = 6 \text{ mm}$$

$$r_b = 10 \text{ mm}$$

$$r_c = \sqrt{178 - 78 \cos 2\theta + 27 \sin 2\theta}$$

$$\eta = \arctg \frac{6 \sin 2\theta}{13 - 3 \cos 2\theta}$$

Il est facile de déterminer r_c et η point par point fonction de θ :

Pour	$\theta = 0$	on obtient	$r_c = 10 \text{ mm}$	$\eta = 0$
	$\theta = 45^\circ$		$r_c = 14.32 \text{ mm}$	$\eta = 24.78^\circ$
	$\theta = 90^\circ$		$r_c = 16 \text{ mm}$	$\eta = 0$

Autre exemple : excentrique avec suiveur à plateau

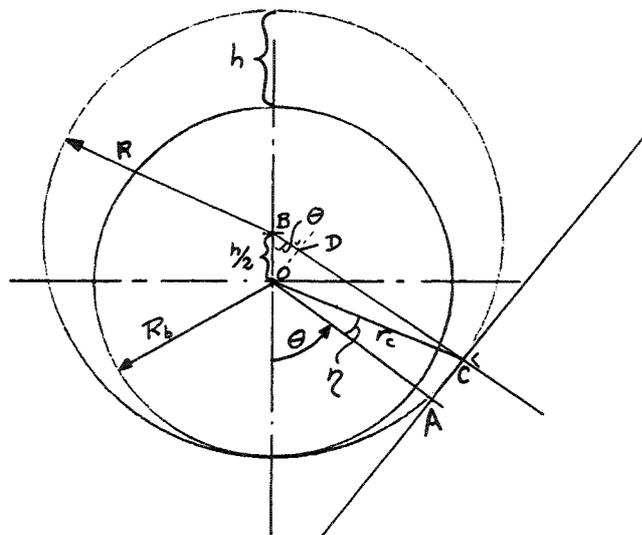


Fig. 7.5 Came excentrique à suiveur à plateau générant un mouvement sinusoïdal.

$$r_c^2 = OA^2 + AC^2 \quad \tan \eta = \frac{AC}{OA}$$

$$OA = DC = BC - BD = R - \frac{h}{2} \cos \theta = R_b + \frac{h}{2} (1 - \cos \theta)$$

$$AC = OD = \frac{h}{2} \sin \theta$$

$$r_c^2 = \left(R_b + \frac{h}{2}(1 - \cos\theta) \right)^2 + \left(\frac{h}{2}\sin\theta \right)^2$$

$$= R_b^2 + \frac{h^2}{4}(1 + \cos^2\theta - 2\cos\theta + \sin^2\theta) + R_b h(1 - \cos\theta)$$

$$r_c^2 = R_b^2 + \frac{h^2}{2}(1 - \cos\theta) + R_b h(1 - \cos\theta)$$

$$\tan\eta = \frac{\frac{h}{2}\sin\theta}{R_b + \frac{h}{2}(1 - \cos\theta)} = \frac{h\sin\theta}{2R_b + h(1 - \cos\theta)}$$

$$y = OA - R_b = \frac{h}{2}(1 - \cos\theta) : \text{éq. mvt. sinusoïdal}$$

Les suiveurs des 3 types de cames de la figure 7.3 doivent être appliqués sur la came par une force afin d'éviter le décollement provoquant bruit et erreurs dans le mouvement. Cette force est le plus souvent produite par un ressort dimensionné d'après l'inertie entraînée et les accélérations engendrées par la came. Ce ressort produit des forces supplémentaires dans le mécanisme qui sont du même ordre de grandeur que les forces d'inertie.

Pour éviter ce surplus de force, néfaste dans beaucoup de mécanismes, on a recours aux cames desmodromiques dont un exemple classique est représenté à la figure 7.6.

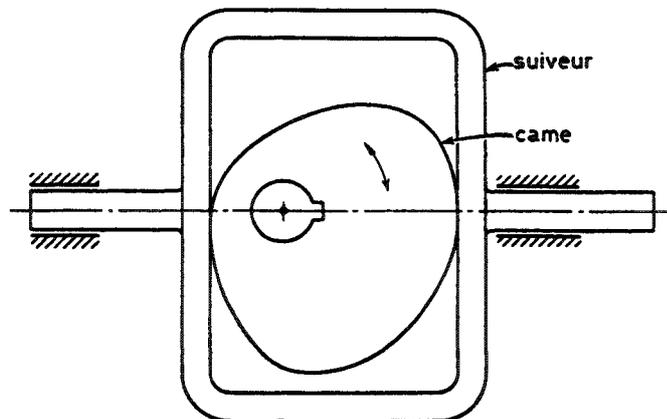


Fig. 7.6 Came desmodromique.

Un excentrique, ou une came de type triangulaire comme celle représentée à la figure 7.7, permet la réalisation aisée de telle construction.

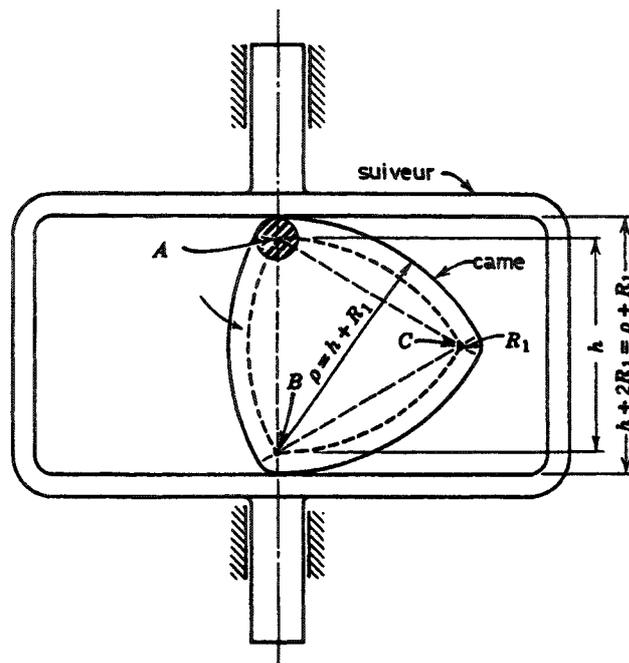


Fig. 7.7a Came de type triangulaire.

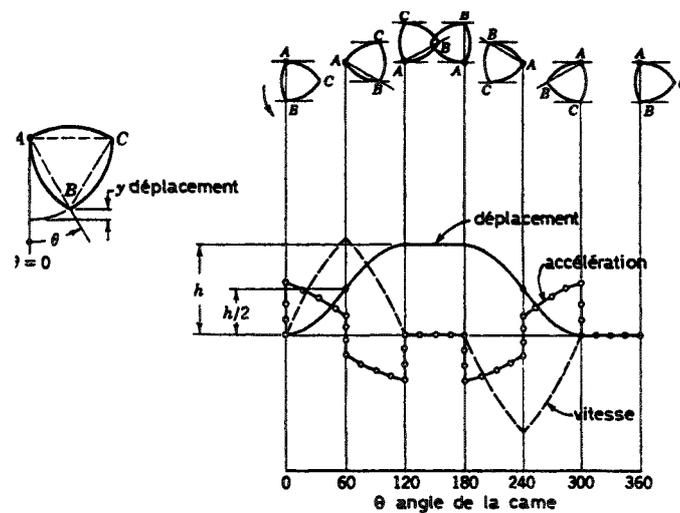


Fig. 7.7b Caractéristique du mouvement obtenu par une came du type de celle de la figure 7.7a.

7.2.2 Cames tournantes générant un mouvement de rotation

Ces mécanismes peuvent se présenter sous les formes suivantes

1) la came travaille sur un suiveur à plateau (figure 7.8), ou sur un suiveur à galet (figure 7.9). Le suiveur pivote autour du point C.

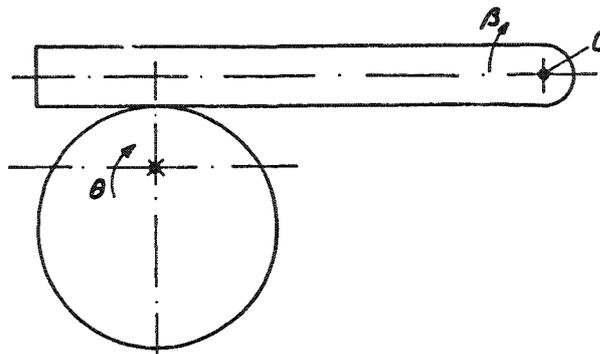


Fig. 7.8 Came à plateau avec levier suiveur.

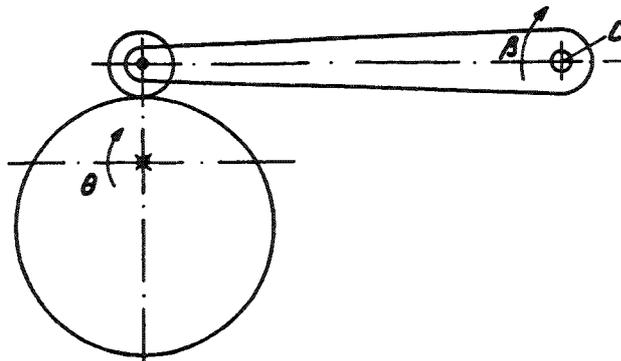


Fig. 7.9 Came à galet avec levier suiveur.

Le montage de la figure 7.9 peut aussi être réalisé de telle sorte que le levier suiveur soit à double effet. Un tel mécanisme est représenté à la figure 7.10. Les cames sont dites conjuguées. Ce type de construction à l'avantage de diminuer les forces de contact par la suppression du ressort de rappel, mais demande une grande précision afin d'éviter le coincement ou un jeu excessif.

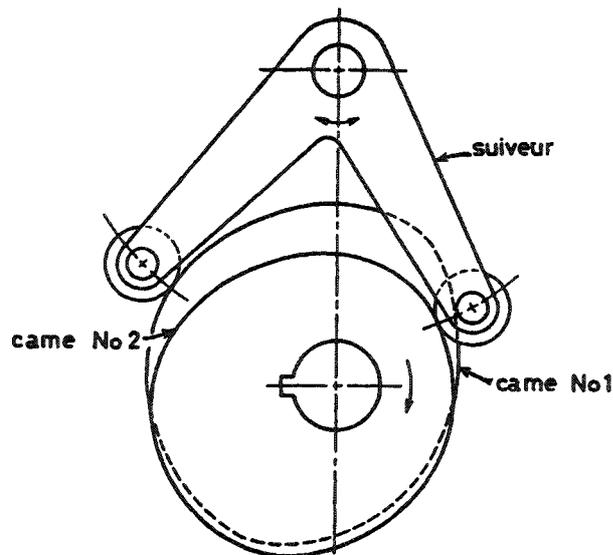


Fig. 7.10 Cames conjuguées et levier suiveur à 2 galets.

2) Le mécanisme est composé de 2 cames comme le montre la figure 7.11

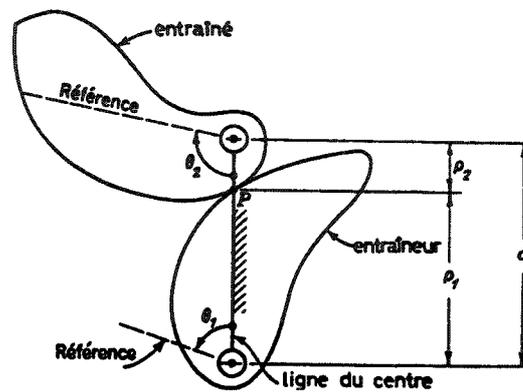


Fig. 7.11 Mécanisme à 2 cames rotatives.

Détermination des formes de cames fonction du mouvement recherché dans le cas de la figure 7.11.

θ_2 = rotation de l'élément entraîné

θ_1 = rotation de l'élément entraîneur

Nous cherchons un mécanisme donnant un θ_2 voulu fonction de θ_1 donné

$$\theta_2 = f(\theta_1) \quad (1)$$

par différenciation :

$$\frac{d\theta_2}{d\theta_1} = f'(\theta_1) \quad (2)$$

vitesse au point de contact P :

$$v_p = \rho_1 \frac{d\theta_1}{dt} = \rho_2 \frac{d\theta_2}{dt}$$

$$\frac{d\theta_2}{d\theta_1} = \frac{\rho_1}{\rho_2} \quad (3)$$

$$c_e = \rho_1 + \rho_2 \quad (4)$$

(2), (3) et (4) :

$$\rho_2 = \frac{c_e}{1 + \frac{d\theta_2}{d\theta_1}} = \frac{c_e}{1 + f'(\theta_1)} \quad (5)$$

$$\rho_1 = \frac{c_e \frac{d\theta_2}{d\theta_1}}{1 + \frac{d\theta_2}{d\theta_1}} = \frac{c_e f'(\theta_1)}{1 + f'(\theta_1)} \quad (6)$$

Ces équations permettent de générer les cames point par point.

Exemple

Trouver les profils des cames permettant d'obtenir la relation suivante :

$$\theta_2 = Ae^{\theta_1/B} = f(\theta_1)$$

Avec A et B constante

$$f'(\theta_1) = \frac{d\theta_2}{d\theta_1} = \frac{A}{B} e^{\theta_1/B}$$

En substituant dans (5) et (6)

$$\rho_2 = \frac{c_e B}{B + \theta_2}$$

$$\rho_1 = \frac{c_e \theta_2}{B + \theta_2} = c_e \frac{A \cdot e^{\theta_1/B}}{B + A \cdot e^{\theta_1/B}}$$

D'autres configurations permettent de générer des mouvements tournants à l'aide de cames rotatives ; la figure 7.12 en montre des exemples.

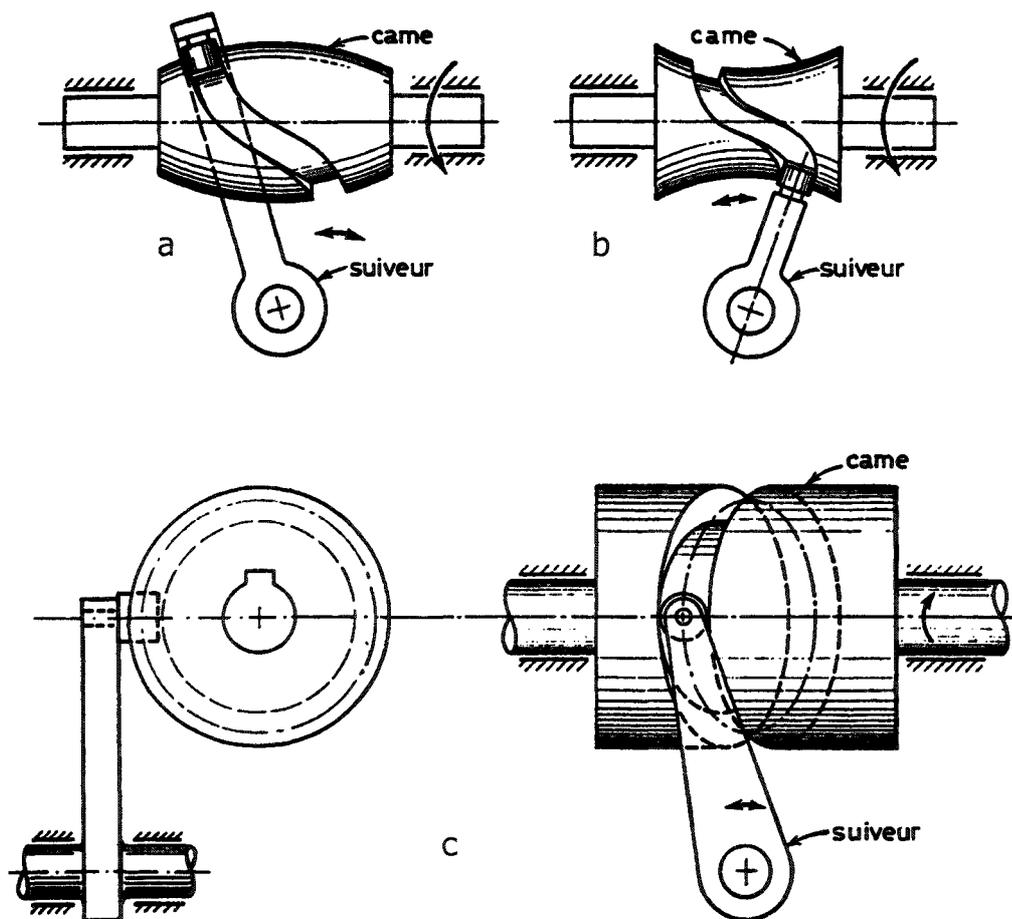


Fig. 7.12 Cames rotatives générant un mouvement tournant oscillant.

- a) came convexe
- b) came concave
- c) came cylindrique

7.2.3 Cames à déplacement rectiligne

A partir du déplacement rectiligne d'une came, uniforme ou non, il est possible de générer des mouvements de translation ou de rotation.

Ce type de came peut également réaliser des mouvements fonction du temps tels que ceux indiqués dans le tableau de la page 7.4.

Comme pour les éléments tournants, il est possible de réaliser des cames à simple effet.

Les figures 7.13 à 7.16 montrent différents principes de réalisation.

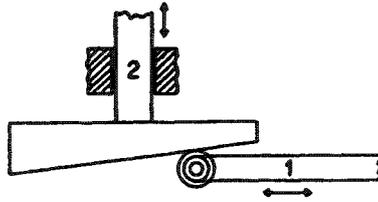


Fig. 7.13 Transformation d'un déplacement rectiligne en un autre à l'aide d'un plan incliné (came à simple effet).

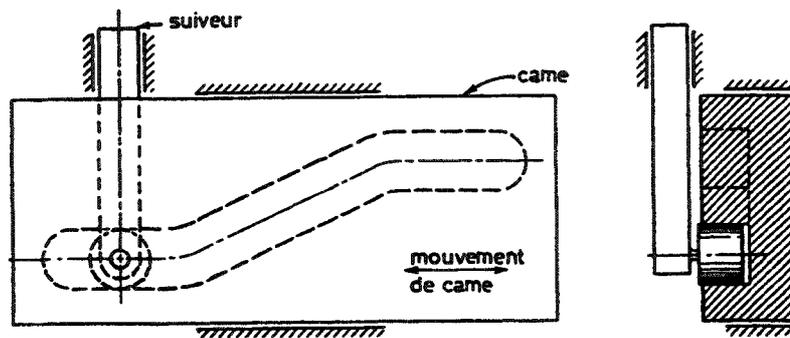


Fig. 7.14 Transformation d'un déplacement rectiligne en un autre, à l'aide d'une came à double effet.



Fig. 7.15 Transformation d'un déplacement rectiligne en un déplacement translation + rotation, à l'aide d'un plan incliné fixe.

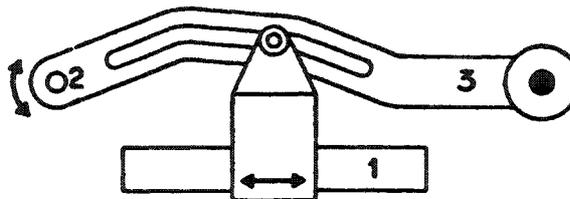


Fig. 7.16 Transformation d'un déplacement rectiligne en un mouvement de rotation d'un levier, la came étant à double effet et solidaire du levier entraîné.

7.2.4 Particularités de construction des cames à galet à double effet

Une came à double effet a la particularité de pouvoir générer un mouvement précis sans l'aide d'un élément élastique d'appui sur le suiveur.

Il est impératif, pour obtenir de bonnes conditions de fonctionnement, d'éliminer ou de diminuer au maximum le jeu entre suiveur et came. L'élimination de ce jeu est la cause d'un frottement important.

Par l'utilisation de suiveurs à 2 galets, on élimine une part importante du frottement. Lorsque ces 2 galets sont réalisés sous la forme de roulement à billes, le rendement d'un système came-suiveur à double effet est élevé, même lorsqu'une précharge assure l'élimination totale du jeu.

Les figures 7.17 à 7.19 montrent différents dispositifs de suiveurs à 2 galets.

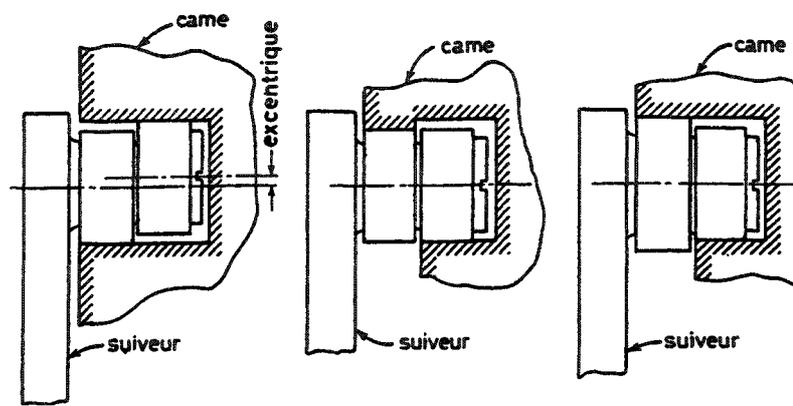


Fig. 7.17 Dispositif suiveur à 2 galets pour came à rainure.

- Un des 2 galets est excentré, permettant ainsi un réglage
- Les 2 galets sont concentriques et de même diamètre ; il n'y a pas de réglage possible
- Les 2 galets sont concentriques et de diamètres différents ; aucun réglage possible

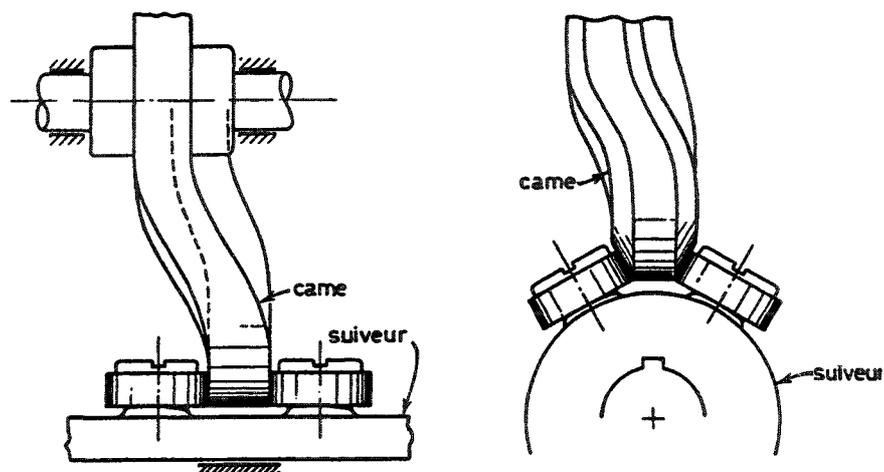


Fig. 7.18 Suiveur à 2 galets pour came gauche.

- Mouvement de translation du suiveur
- Mouvement de rotation du suiveur

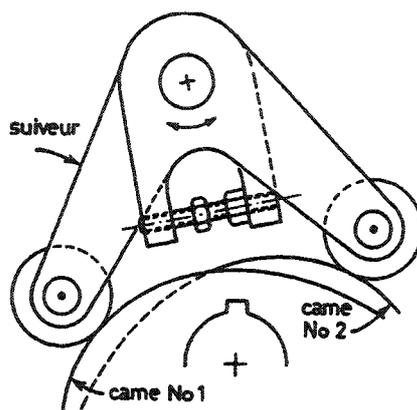


Fig. 7.19 Mécanisme à double levier suiveur coopérant avec 2 cames conjuguées. Une vis permet le rattrapage du jeu.

7.2.5 Forces engendrées dans un mécanisme à came

a) suiveur à galet à mouvement rectiligne

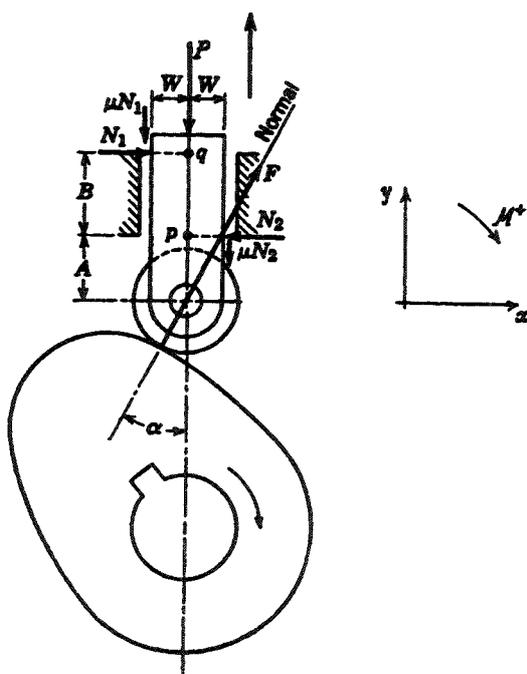


Fig. 7.20 Forces engendrées dans un mécanisme à came rotative actionnant un levier à déplacement rectiligne

Explicitons l'équilibre du système :

$$\sum F_y = 0 \quad \rightarrow \quad -P + F \cos \alpha - \mu N_1 - \mu N_2 = 0 \quad (1)$$

$$\sum F_x = 0 \quad \rightarrow \quad N_1 - N_2 + F \sin \alpha = 0 \quad (2)$$

$$\sum M_p = 0 \quad \rightarrow \quad -F A \sin \alpha - N_1 B - \mu N_1 W + \mu N_2 W = 0 \quad (3)$$

$$\sum M_q = 0 \quad \rightarrow \quad -F(A + B) \sin \alpha + N_2 B - \mu N_1 W + \mu N_2 W = 0 \quad (4)$$

(2) (3) et (4)

$$N_1 = \frac{F \sin \alpha (A - \mu W)}{B} \quad (5)$$

$$N_2 = \frac{F \sin \alpha (A + B - \mu W)}{B} \quad (6)$$

(5) et (6) dans (1)

$$-P + F \cos \alpha - \frac{\mu F \sin \alpha}{B} (2A + B - 2\mu W) = 0$$

$$F = \frac{P}{\cos \alpha - \mu \left(\frac{2A + B - 2\mu W}{B} \right) \sin \alpha} \quad (7)$$

Lorsque $\cos \alpha - \mu \left(\frac{2A + B - 2\mu W}{B} \right) \sin \alpha = 0$, $F = \infty$, il y a **arc-boutement**

$$\alpha_\infty = \arctg \frac{B}{\mu (2A + B - 2\mu W)} \quad (8)$$

Exemple

$\mu = 0.2$
 $A = B$
 $W = B/8$

$$\alpha_\infty = \arctg(1.69) \cong 59^\circ$$

Il ressort de (8) que l'influence de W est faible (multipliée par μ^2) et que pour obtenir un angle α_∞ grand, il faut construire de telle sorte que le rapport B/A ait la valeur la plus élevée possible et bien sûr que μ soit le plus faible possible.

b) Suiveur à plateau à mouvement rectiligne

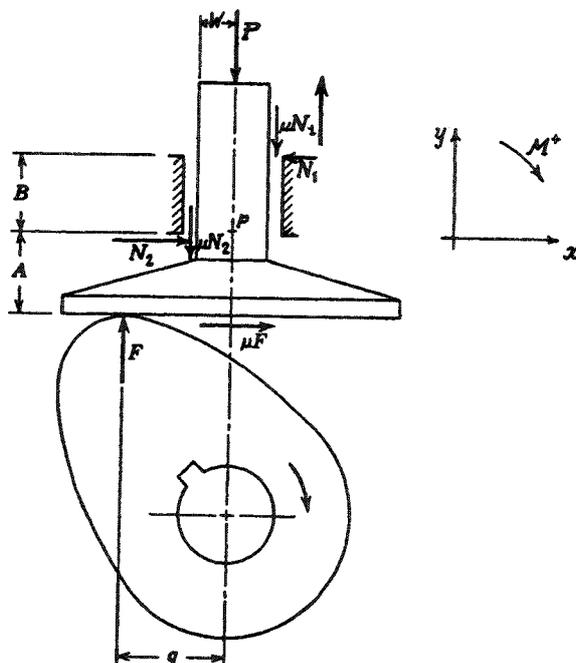


Fig. 7.21 Forces engendrées dans un mécanisme à came à plateau rotative, actionnant un levier à déplacement rectiligne.

Explicitons l'équilibre du système :

$$\sum F_x = 0 \quad \rightarrow \quad -N_1 + \mu F + N_2 = 0 \quad (9)$$

$$\sum F_y = 0 \quad \rightarrow \quad -\mu N_1 - \mu N_2 - P + F = 0 \quad (10)$$

$$\sum M_p = 0 \quad \rightarrow \quad -N_1 B + \mu N_1 W - \mu N_2 W - \mu F A + F q = 0 \quad (11)$$

(9) et (10)

$$N_1 = \frac{F(1 + \mu^2) - P}{2\mu} \quad (12)$$

$$N_2 = \frac{F(1 - \mu^2) - P}{2\mu} \quad (13)$$

(12) et (13) dans (11)

$$F = \frac{BP}{B(1 + \mu^2) + 2\mu^2 A - 2\mu^3 W - 2\mu q}$$

Exemple

$$\mu = 0.2$$

$$A = B$$

$$W = B/8$$

$$q = 2B$$

$$F = 3.15 P$$

$$F = \infty \text{ lorsque } B(1 + \mu^2) + 2\mu^2 A - 2\mu^3 W - 2\mu q = 0$$

On procède de la même façon pour les mécanismes à cames tournantes avec suiveur à couteau, et pour ceux à cames à déplacement rectiligne.

7.3 Autres mécanismes permettant une transformation de mouvement

Un grand nombre de mécanismes aptes à générer toutes sortes de mouvements a été développé par les constructeurs mécaniques. Sans entrer dans trop de détails, nous mentionnons quelques types couramment utilisés.

7.3.1 Mécanisme à bielle-manivelle

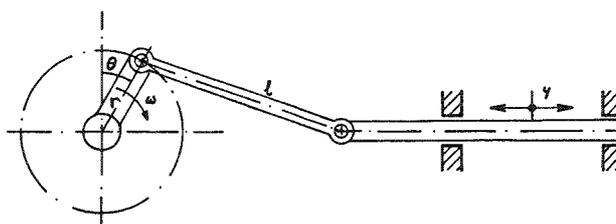


Fig. 7.22 Transformation de mouvement par mécanisme bielle-manivelle.

Un tel mécanisme transforme un mouvement de rotation en un mouvement de translation alternatif.

Si θ est l'angle de rotation et r le rayon de la manivelle :

$$y = r \sin \theta + \sqrt{l^2 - r^2 \cos^2 \theta} - \sqrt{l^2 - r^2}$$

Si la manivelle tourne à la vitesse constante ω :

$$y = r \sin \theta + \sqrt{l^2 - r^2 \cos^2 \omega t} - \sqrt{l^2 - r^2}$$

La course linéaire maximum est égale à $2r$.

Lorsque ce mécanisme est utilisé avec le mouvement rectiligne alternatif moteur, les deux positions $\theta = \pi/2$ et $\theta = 3\pi/2$ ne permettent pas le démarrage du système.

7.3.2 Coulisse de Whitworth

Ce mécanisme dérivé de la bielle-manivelle est utilisé lorsqu'on veut réaliser un mouvement alternatif avec retour rapide.

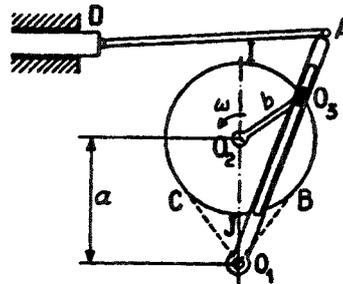


Fig. 7.23 Coulisse de Whitworth.

Le mouvement alternatif s'effectuera de façon lente lorsque le point O_3 se déplacera de B à C par I et de façon rapide lorsque O_3 suivra l'arc CJB.

Si la rotation de la manivelle $O_2 O_3$ est à vitesse constante autour de O_2 , les temps de phase aller et retour du mouvement alternatif seront proportionnels aux longueurs des arcs BIC et CJB.

Si $a = O_1 O_2$ et $b = O_2 O_3$, les durées de chaque phase seront les suivantes :

$$t_1 = \frac{\pi + 2 \arcsin \frac{b}{a}}{\omega} \quad \text{Mouvement lent}$$

$$t_2 = \frac{\pi - 2 \arcsin \frac{b}{a}}{\omega} \quad \text{Mouvement rapide}$$

7.3.3 Croix de Malte

Ce type de mécanisme permet la réalisation de mouvements intermittents. La figure 7.24 montre une des réalisations possible d'un système à croix de Malte. La pièce moteur de centre O_2 porte un secteur qui verrouille la pièce entraînée lorsque le galet de centre O_3 ne travaille pas dans une des rainures.

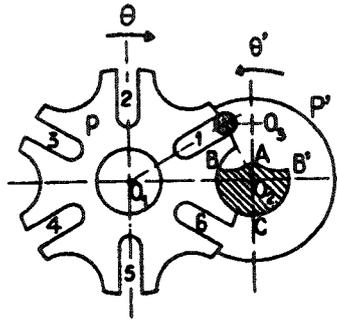


Fig. 7.24 Croix de Malte
 P' : pièce moteur
 P : pièce entraînée
 C : secteur de verrouillage

L'allure générale d'un mouvement obtenu par un mécanisme à croix de Malte et de la vitesse est représenté à la figure 7.25.

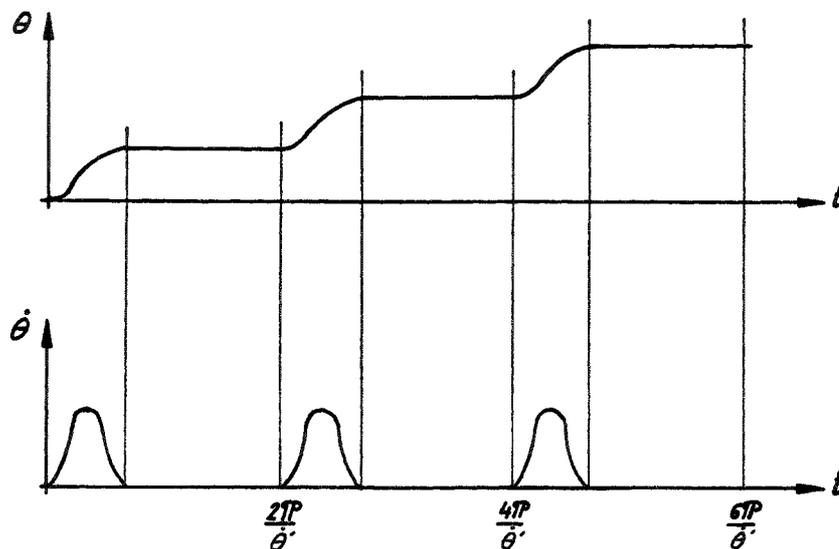


Fig. 7.25 Mouvement obtenu par un mécanisme à croix de Malte.

7.3.4 Systèmes à leviers

Nous avons vu dans le principe appelé « coulisse de Whitworth » le rôle que peut jouer un levier dans un mécanisme à transformation de mouvement.

Les figures 7.26 à 7.28 montrent différents systèmes à leviers permettant de réaliser des transformations de mouvements de toutes formes.

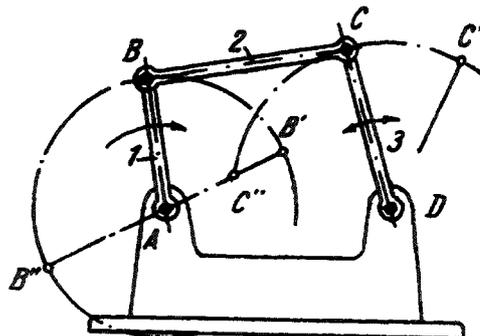


Fig. 7.26 Mécanisme à manivelle et bascule à 3 leviers articulés.

Les positions extrêmes $C'D$ et $C''D$ de la bascule 3 se situent sur la droite qui passe par le point A. Les angles de 180° de rotation de la manivelle 1 correspondent aux angles de marche avant et arrière de la bascule 3. Le segment $C'C''$ est égal à deux longueurs de la manivelle 1.

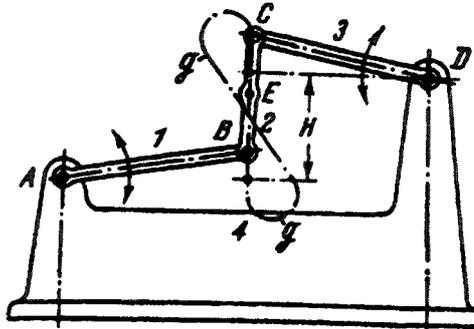


Fig. 7.27 Mécanisme de guidage droit à 3 leviers articulés de Watt.

Les longueurs des éléments du quadrilatère articulé ABCD satisfont aux conditions : $AB = DC$, $BC = 0.62 AB$; $BE = EC$ et $AD = 2.15 AB$. Lorsque l'élément 1 tourne autour d'un axe fixe A, le point E de l'élément 2 décrit une trajectoire g-g dont la partie H se rapproche d'une droite.

Quelques autres exemples de mécanismes pour générer des trajectoires rectilignes

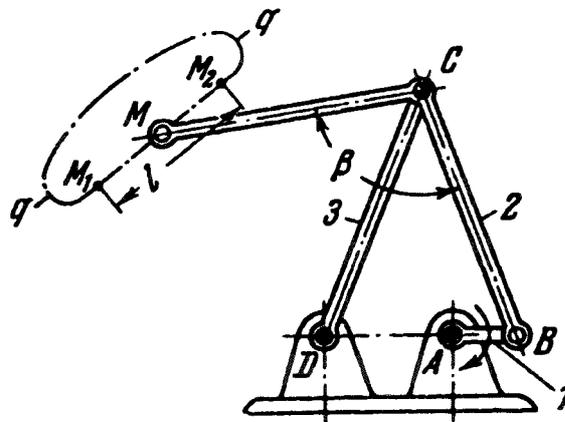


Fig. 7.28 Mécanisme de guidage droit à 3 leviers articulés de Tchebychev en V inversé.

Les longueurs des éléments satisfont aux conditions : $AD = 2.16 AB$ et $BC = DC = MC = 4.34 AB$. L'angle MCB est égal à $\beta = 100^\circ$. Le point M de la bielle 2 du quadrilatère articulé ABCD décrit une courbe de bielle g-g dont la partie $I \approx 2.66 AB$ se rapproche d'une droite. A la rotation de l'élément 1 autour d'un axe fixe A, le mouvement du point M de la bielle 2 entre les positions M_1 et M_2 est presque rectiligne.

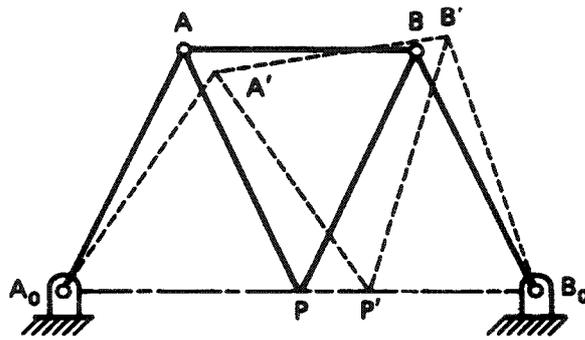


Fig. 7.29 Mécanisme de Robert.

$$A_0A = AP = PB = BB_0,$$

$$A_0B_0 = 2AB$$

la trajectoire est approximativement droite

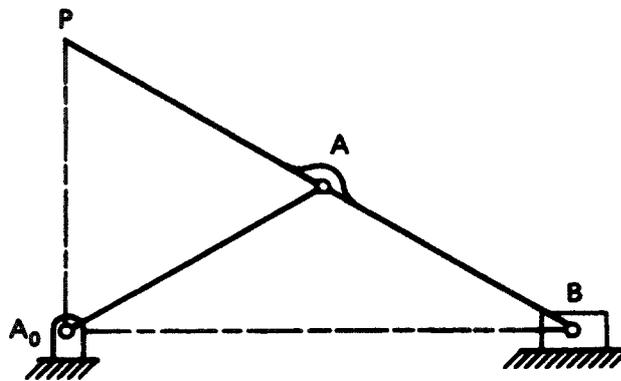


Fig. 7.30 Mécanisme de Scott-Russell.

$$A_0A = AB = AP$$

le mouvement de P est parfaitement rectiligne

CHAPITRE 8

Eléments ressorts

But | Le but de ce chapitre est de présenter au lecteur l'éventail des principaux éléments élastiques rencontrés en microtechnique. Il est montré comment ces différents ressorts sont dimensionnés et construits. Les données technologiques des matériaux les plus utilisés pour la fabrication de ces éléments permettent de résoudre la plupart des problèmes de construction de ressorts rencontrés dans la pratique.

Objectifs | L'étudiant sera à même de décrire les principales caractéristiques des éléments élastiques.

Il saura :

- choisir, pour un cas donné, la forme de l'élément la mieux appropriée;
- déterminer par calcul et construction les dimensions d'un élément élastique, sur la base du cours de mécanique des structures et avec la méthode enseignée pendant le cours.

L'étudiant veillera aux limitations imposées par les procédés de fabrication.

8.1 Introduction

Toute pièce soumise à un effort subit une certaine déformation (ou flèche).

Dans les éléments ressorts rencontrés en construction, c'est cette déformation que nous utiliserons. On conçoit donc des éléments capables de supporter de grandes déformations sans détérioration.

Un ressort est un organe dont on utilise les déformations élastiques, soit pour absorber des chocs (souvent utilisé en parallèle avec un amortisseur), soit pour emmagasiner et restituer de l'énergie mécanique (horloge), soit pour produire une force (appui de suiveur de came, tendeur, élément de rappel). Le ressort agit toujours en absorbant, puis en restituant de l'énergie. Ce travail correspondant à une déformation donnée, porte le nom de potentiel élastique du ressort. Il est représenté par l'aire du diagramme des allongements fonction de la charge (voir figure 8.1).

Dans la figure 8.1, la fonction $P(\Delta l)$ est représentée par une droite (P proportionnel à Δl). Cette relation linéaire est typique des éléments élastiques métalliques.

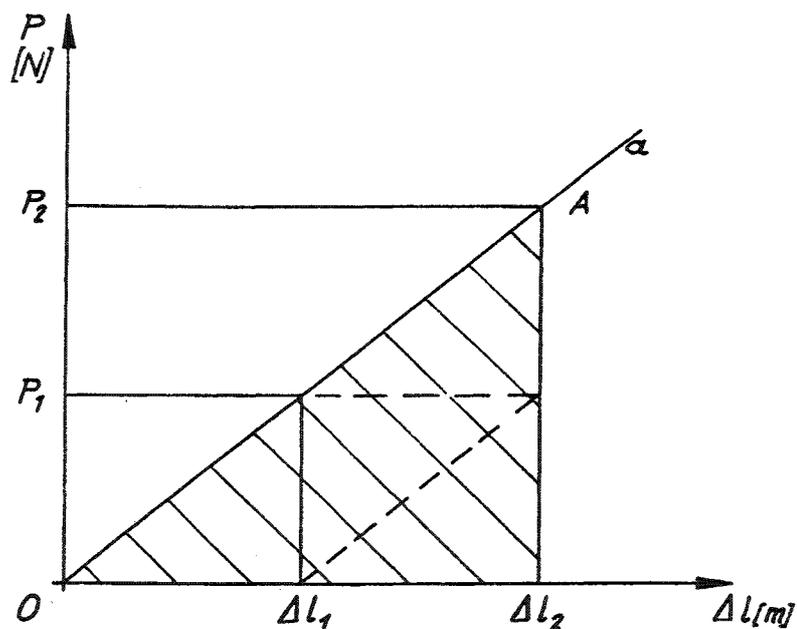


Fig. 8.1 Diagramme "allongement - charge" d'un ressort dans la zone élastique. La droite (a) est appelée caractéristique du ressort.

La pente de la droite a est égale à :

$$\frac{P_2 - P_1}{\Delta l_2 - \Delta l_1} = K \quad (\text{N/m})$$

K est appelé la **constante du ressort** (ou **raideur**)

L'énergie emmagasinée dans le ressort est égale à l'aire du triangle $O A \Delta l_2$ lorsque le ressort a été déformé d'une grandeur Δl_2 .

$$W = \int_0^{\Delta_2} P \cdot d\Delta l = \int_0^{\Delta_2} K \cdot \Delta l \cdot d\Delta l = \frac{1}{2} K \cdot \Delta l_2^2$$

Ce résultat est valable lorsque la caractéristique du ressort est une droite et lorsqu'aucune énergie n'est dissipée. La quantité d'énergie massique qu'il est possible d'emmagasiner dans des ressorts en acier, est donnée dans le tableau suivant, fonction de différentes configurations de ressorts.

Configuration du ressort	Energie (J/kg)
Ressort à lames multiples étagées	75 à 110
Ressort à lames de même longueur	25 à 37
Ressort hélicoïdal en fil rond	175 à 275
Barre de torsion	250 à 375
Ressort spiral	125 à 250

D'après la "Society of Automotive Engineers of USA"

Le diagramme de la figure 8.1 montre qu'un même ressort emmagasine une plus grande quantité d'énergie pour une même amplitude de déformation s'il est précontraint; l'énergie emmagasinée lors d'une déformation de Δl_1 à Δl_2 est 3 fois plus élevée que celle stockée lors de la déformation 0 à Δl_1 , lorsque le segment 0 - Δl_1 = le segment Δl_1 - Δl_2 .

8.1.1 Exemples d'utilisation de ressorts

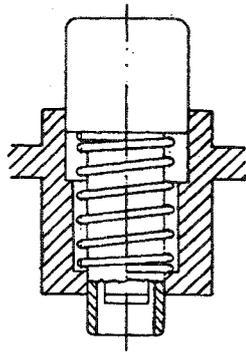


Fig. 8.2 Bouton poussoir avec ressort hélicoïdal de compression.

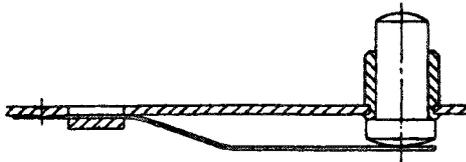


Fig. 8.3 Ressorts à lame.
Ressort de rappel d'un bouton-poussoir.

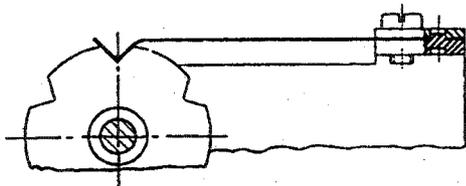


Fig. 8.4 Ressort à lame.
Ressort avec V de verrouillage travaillant sur un disque à encoches.

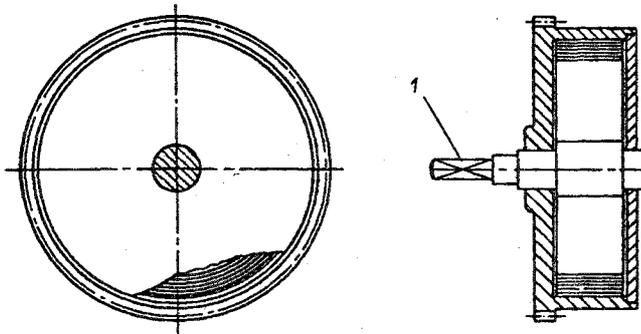


Fig. 8.5 Barillet avec ressort spiral.
1) axe de remontage ou de réglage de la tension.

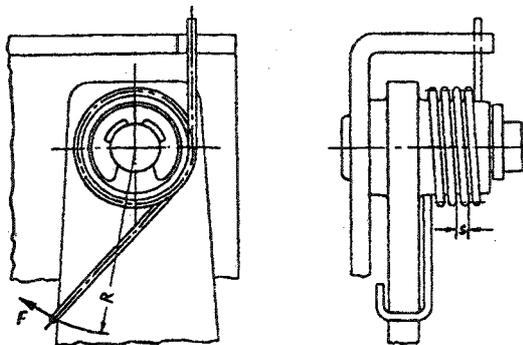


Fig. 8.6 Ressort hélicoïdal de torsion pour rappel de levier ou cliquet.
L'axe de guidage du levier ou du cliquet sert aussi de guidage du ressort.

8.1.2 Matériaux les plus couramment utilisés pour la fabrication des ressorts

Matériaux	Module E (MN / m ²)	Module G (MN / m ²)	R _m (MN / m ²)	Contrainte maximales (MN / m ²)	
				Flexion	Torsion
C75S+C+QT(+LC) Fil	210'000	≈ 83'000	Voir tableau	≈ 1'200	1'000
X12CrNi17-7 Fil	194'000	≈ 71'000	d (mm) 0,3 : 2 200 0,5 : 2 000 1,0 : 1 900 2,0 : 1 700	≈ 850 ≈ 750	700
CuSn8 – H Fil	≈ 112'000	≈ 42'000	950	400	300
CuNi18Zn20-H	≈ 135'000	≈ 45'000	800	350	250
CuBe2 Traité 3h à 320° fil ou bande	≈ 134'000	≈ 45'000	1'200	700	450
C75S+C+QT Bande	210'000	≈ 83'000	s(mm) < 0,25 : 1'800 < 0,5 : 1'600 < 1 : 1'500	850 700	
X12CrNi18-8 Traité 4h à 425° Bande	194'000	≈ 71'000	s (mm) < 0,1 : 2'600* * valeur exceptionnelle	≈ 2'000	
NIVAROX® bande s 0,1	190'000	≈ 70'000	2'000	≈ 1'500	

Les valeurs des contraintes maximales données dans le tableau ci-dessus sont valables en construction de petites dimensions pour du fil de \varnothing_{\max} 1 mm, et de la bande d'épaisseur maximale 0,5 mm.

Lorsque la déformation du ressort produit des contraintes alternées, les valeurs maxima sont environ deux fois plus faibles que celles indiquées dans le tableau.

8.1.3 Combinaisons d'éléments élastiques

Lorsque plusieurs ressorts travaillent ensemble, ils peuvent agir soit en parallèle, soit en série.

Quelle est la caractéristique d'un seul élément qui produirait le même effet ?

8.1.3.1 Ressorts montés en parallèle

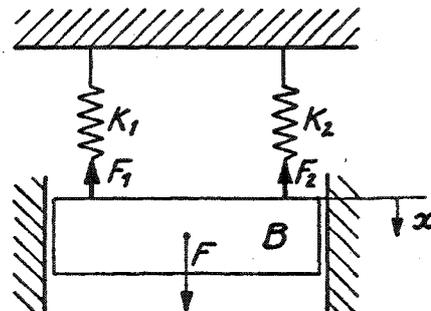


Fig. 8.7 Ressorts montés en parallèle.

Soit K_1 et K_2 les constantes des ressorts, et F la force placée de telle façon que les deux ressorts subissent le même allongement x .

$$F_1 + F_2 = F \text{ décrit l'équilibre de la pièce B}$$

$$K_1 x + K_2 x = Kx$$

$$\boxed{K = K_1 + K_2}$$

La constante équivalente de deux ressorts montés en parallèle, est égale à la somme des constantes des deux ressorts.

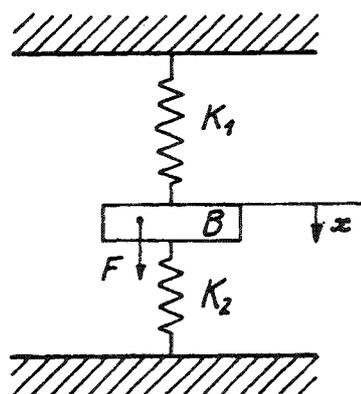


Fig. 8.8 Configuration particulière de ressorts travaillant en parallèle : $K = K_1 + K_2$ si les ressorts restent toujours tendus.

8.1.3.2 Ressorts montés en série

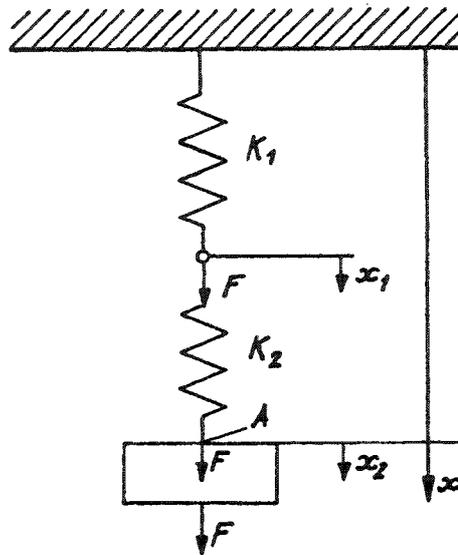


Fig. 8.9 Ressorts montés en série.
 K_1 et K_2 : constantes des ressorts
 F : force agissant sur les deux ressorts en série
 x : déplacement du point A sous l'action de P
 x_1 : allongement du ressort 1
 x_2 : allongement du ressort 2

$$x = x_1 + x_2 \tag{1}$$

$$F = K_1 x_1 = K_2 x_2 = Kx \tag{2}$$

$$(2) \Rightarrow x_1 = \frac{K}{K_1} x$$

$$x_2 = \frac{K}{K_2} x$$

Dans (1) : $x = K \left(\frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} \right) x$

$$\boxed{\frac{1}{K} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2}}$$

L'inverse de la constante équivalente de deux ressorts est égal à la somme des inverses de chacun des ressorts montés en série.

$$\boxed{K = \frac{K_1 K_2}{K_1 + K_2}}$$

8.2 Ressorts hélicoïdaux

8.2.1 Ressort hélicoïdaux de traction

Ces ressorts sont, la plupart du temps, formés d'un certain nombre de spires, jointives avec prétension pour faciliter la fabrication et d'une boucle d'accrochage à chaque extrémité (fig. 8.10)

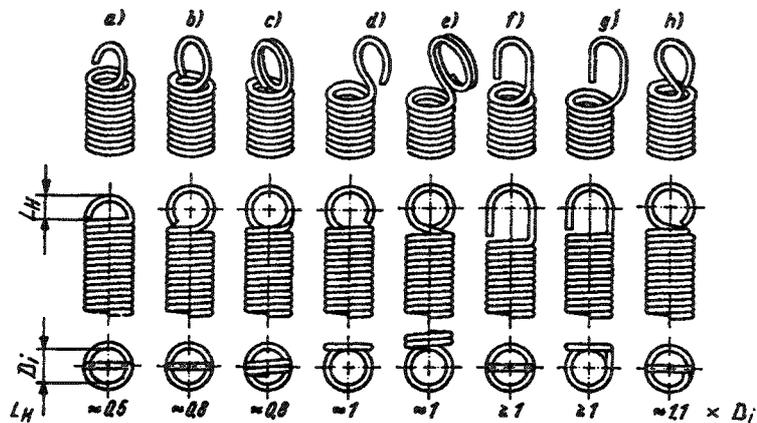


Fig. 8.10 Ressorts de traction avec différentes formes de boucles (selon DIN 2097)

- a) demi-boucle allemande
- b) boucle allemande
- c) double boucle allemande
- d) boucle allemande latérale
- e) double boucle allemande latérale
- f) crochet élevé
- g) crochet élevé latéral
- h) boucle anglaise

Les boucles b) et h) sont les plus utilisées.

Dans certaines constructions on peut être amené à utiliser des techniques d'accrochage du type de celle représentée à la figure 8.11. Cette solution plus difficile à monter doit être retenue uniquement lorsque les ressorts à boucle ne peuvent pas être utilisés.



Fig. 8.11 Accrochage de ressort avec pièce auxiliaire « vissée » dans le ressort.

8.2.1.1 Dimensionnement d'un ressort hélicoïdal de traction

Dans un tel ressort, lorsque la force est appliquée en son centre, la matière travaille principalement en torsion. Pour calculer la caractéristique d'un ressort hélicoïdal (de traction ou de compression), nous nous baserons sur l'ouvrage « résistance des matériaux » de S. Timoshenko, et principalement sur le chapitre torsion.

La figure 8.12 donne les cotes et caractéristiques d'un ressort de traction.

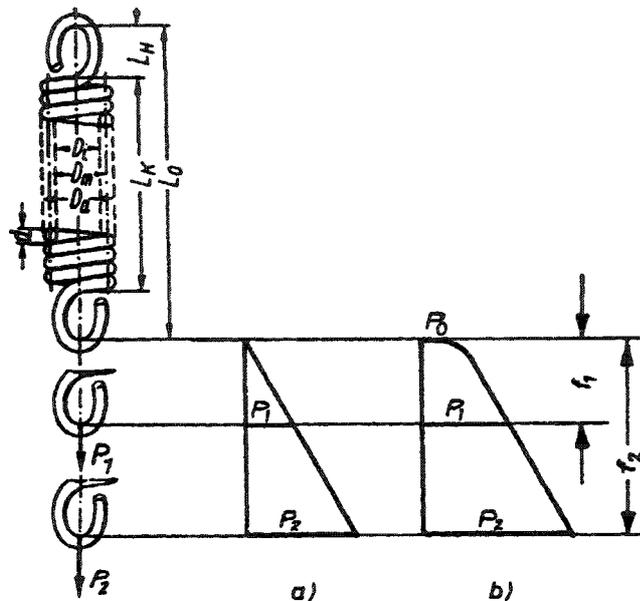


Fig. 8.12 Cotes et caractéristiques d'un ressort de traction.
 a) sans précontrainte
 b) avec précontrainte

Les machines automatiques à fabriquer les ressorts travaillent de façon telle qu'il est obligatoire de réaliser des ressorts de traction avec précontrainte P_0 (cas b fig. 8.12). La précontrainte recommandée par les fabricants est celle qui génère une contrainte de cisaillement τ_0 tel que :

$$0.015 < \frac{S_0}{R_m} < 0.1$$

R_m étant la résistance à la traction du matériau.

Il faut également que la longueur du corps du ressort L_K soit égale ou supérieure au diamètre extérieur D_a , et que le rapport D_m/d soit compris entre 5 et 20 (l'optimum se situe à ~ 10).

La plupart du temps, en construction microtechnique, l'encombrement du ressort est défini par les pièces environnantes ;

- le diamètre du ressort : D_a ,
- la longueur max. du ressort détendu,
- la longueur déployée maximum,

sont des grandeurs données dans des fourchettes assez étroites.

La détermination du ressort sera effectuée par itérations successives ; le choix initial des grandeurs à définir sera facilité par le tableau de la page 8.12 qui donne les diamètres normaux des ressorts, ainsi que les forces et flèches max. par spire, en fonction du diamètre du fil d et du diamètre extérieur D_a .

La page 8.13 donne la suite des calculs à effectuer pour déterminer le nombre de spires, la prétension, la zone de travail normale (entre f_1 et f_2), la force et la flèche maxima pour un ressort de diamètre extérieur D_a , de diamètre de fil d , donnant une force P pour une longueur L .

Le calcul de la flèche théorique est basé sur le chapitre « TORSION » de l'ouvrage « Résistance des matériaux » de S. Timoshenko :

$$f_t = \frac{8 \cdot n \cdot P \cdot D_m^3}{G \cdot d^4}$$

n : nombre de spires

P : force agissant sur le ressort

D_m : diamètre moyen

module de glissement : C75S+C+QT : $G = 83\,000$ (MN/m²)

X12CrNi17-7 : $G = 71\,000$ (MN/m²)

d : diamètre du fil.

La tension (cisaillement) calculée par

$$\mathfrak{T} = \frac{M}{w_0} \quad w_0 : \text{moment polaire de résistance.}$$

doit être corrigée en fonction du rapport $w = \frac{D_m}{d}$.

Ce rapport donne le coefficient de correction ψ pour la fatigue des ressorts de compression et de traction (page 8.14) (d'après Göhner) :

$$\mathfrak{T}' = \mathfrak{T} \psi$$

Les valeurs de f_t , f_0 , P, \mathfrak{T} et \mathfrak{T}' permettent de calculer par simple règle de 3 les forces et flèches limites de la zone de travail, ainsi que la force et flèche max.

Prétension : $P_0 = \frac{P \cdot f_0}{f_t}$

$$\mathfrak{T}_0 = \frac{\mathfrak{T} \cdot P_0}{P}$$

f_1 et P_1 : $f_1 \geq n \cdot 0.15 \text{ mm} \quad L_1 = L_0 + f_1$

$$P_1 = \frac{P \cdot (f_0 + f_1)}{f_t}$$

$$\mathfrak{T}_1' = \frac{\mathfrak{T}'}{P} \cdot P_1$$

f_2 et P_2 : P_2 est tel que \mathfrak{T}_2' soit compris entre 650 et 700 N/mm².

$$P_2 = \frac{\mathfrak{T}_2'}{\mathfrak{T}'} \cdot P$$

$$f_2 = \frac{P_2}{P} \cdot f_t - f_0 \quad L_2 = L_0 + f_2$$

f_{\max} et P_{\max} : P_{\max} est tel que \mathfrak{T}_{\max}' soit égal à 1000 N/mm².

$$P_{\max} = \frac{S_{\max}}{S'} \cdot P$$

$$f_{\max} = \frac{P_{\max}}{P} \cdot f_t - f_0 \quad L_{\max} = L_0 + f_{\max}$$

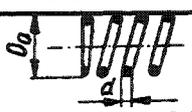
Le ressort peut supporter la force P_{\max} , à la condition que cette charge soit statique.

Tolérances de fabrication

Pour une flèche donnée, la tolérance de la force est indiquée pour les ressorts de traction et de compression, dans le diagramme de la page 8.15.

Dans la mesure du possible, pour des questions de prix, on évitera l'emploi de tolérances fines.

Les résultats des calculs et dimensionnement du ressort peuvent être résumés sur la feuille de fabrication de la page 8.16.

		<i>D_a - Diamètres normaux</i>											
		(1.5)	2	(2.5)	3	(3.5)	4	(4.5)	5	6	(7)	8	(9)
(0.1)	P	20	14										
	f./sp.	0,54	0,99										
(0.15)	P	62	50	39	33								
	f./sp.	0,30	0,63	1	1,5								
0.2	P	140	110	87	78	67	58						
	f./sp.	0,19	0,40	0,66	1,1	1,5	2						
0.25	P	265	205	175	140	132	115	100	90				
	f./sp.	0,13	0,28	0,51	0,75	1,15	1,55	2	2,5				
0.3	P		360	280	250	210	202	179	155	131			
	f./sp.		0,22	0,37	0,61	0,85	1,25	1,60	2	3			
0.35	P		550	458	370	340	296	258	255	210	178		
	f./sp.		0,16	0,30	0,46	0,71	0,95	1,24	1,72	2,53	3,50		
0.4	P			646	565	474	440	388	345	311	264	233	
	f./sp.			0,24	0,39	0,55	0,81	1,05	1,29	2,15	3,02	3,98	
0.45	P			1055	820	685	587	560	500	451	381	334	295
	f./sp.			0,19	0,33	0,47	0,65	0,92	1,13	1,88	2,64	3,50	4,47
0.5	P				1055	955	820	715	695	570	529	459	404
	f./sp.				0,27	0,41	0,56	0,73	1,01	1,51	2,31	3,07	3,98
0.6	P					1575	1460	1270	1125	1000	840	810	700
	f./sp.					0,29	0,44	0,58	0,73	1,22	1,69	2,51	3,21
(0.7)	P						2195	1910	1830	1480	1365	1180	1040
	f./sp.						0,33	0,43	0,61	0,92	1,40	1,92	2,45
0.8	P							2920	2580	2250	1890	1775	1560
	f./sp.							0,36	0,47	0,77	1,11	1,63	2,10
(0.9)	P								3765	3275	2730	2350	2255
	f./sp.								0,39	0,66	0,95	1,29	1,82
1	P									4230	3620	3275	2870
	f./sp.									0,53	0,83	1,12	1,47

d - Diamètres normaux

$T_2^t = 700 \text{ MN/m}^2$

P : cN
f./sp: mm

Eviter l'emploi des dimensions entre ()
ou situées hors des limites

Ressort de traction : feuille de calcul

Données					
d =	(mm)	D _a =	(mm)	L _{moins} =	(mm)
R _m =	(N/mm ²)	D _m =	(mm)	L ₀ =	(mm)
P =	(N)	D _i =	(mm)		
L _K =	(mm)	L _H =	(mm)	f =	(mm)

Calculs

1) Nombre de spires : $n = \frac{L_0 - 2D_i - 1,5d}{d} = \dots =$ (spires)

2) Flèche théorique : $f_i = \frac{*0,965 \cdot 10^{-4} \cdot P \cdot D_m^3 \cdot n}{d^4} = \dots =$ (mm)

f_{moins} = (mm)
 f₀ = (mm)

3) Tension : $\mathfrak{S} = \frac{2,55 P D_m}{d^3} = \dots =$ (N/mm²)

$\mathfrak{S}' = \mathfrak{S} \cdot \psi = \dots =$ (N/mm²)

Rapport $w = \frac{D_m}{d} = \dots = \Rightarrow \psi$ d'après graphique page 8.14

$P_0 = \frac{P \cdot f_0}{f_i} = \dots =$ (N) $\mathfrak{S}_0 = \frac{\mathfrak{S} P_0}{P} = \dots =$ (N/mm²)

$\frac{\mathfrak{S}_0}{R_m} = \dots =$ < 0,1
(idéal : 0,04 ... 0,08)
> 0,015

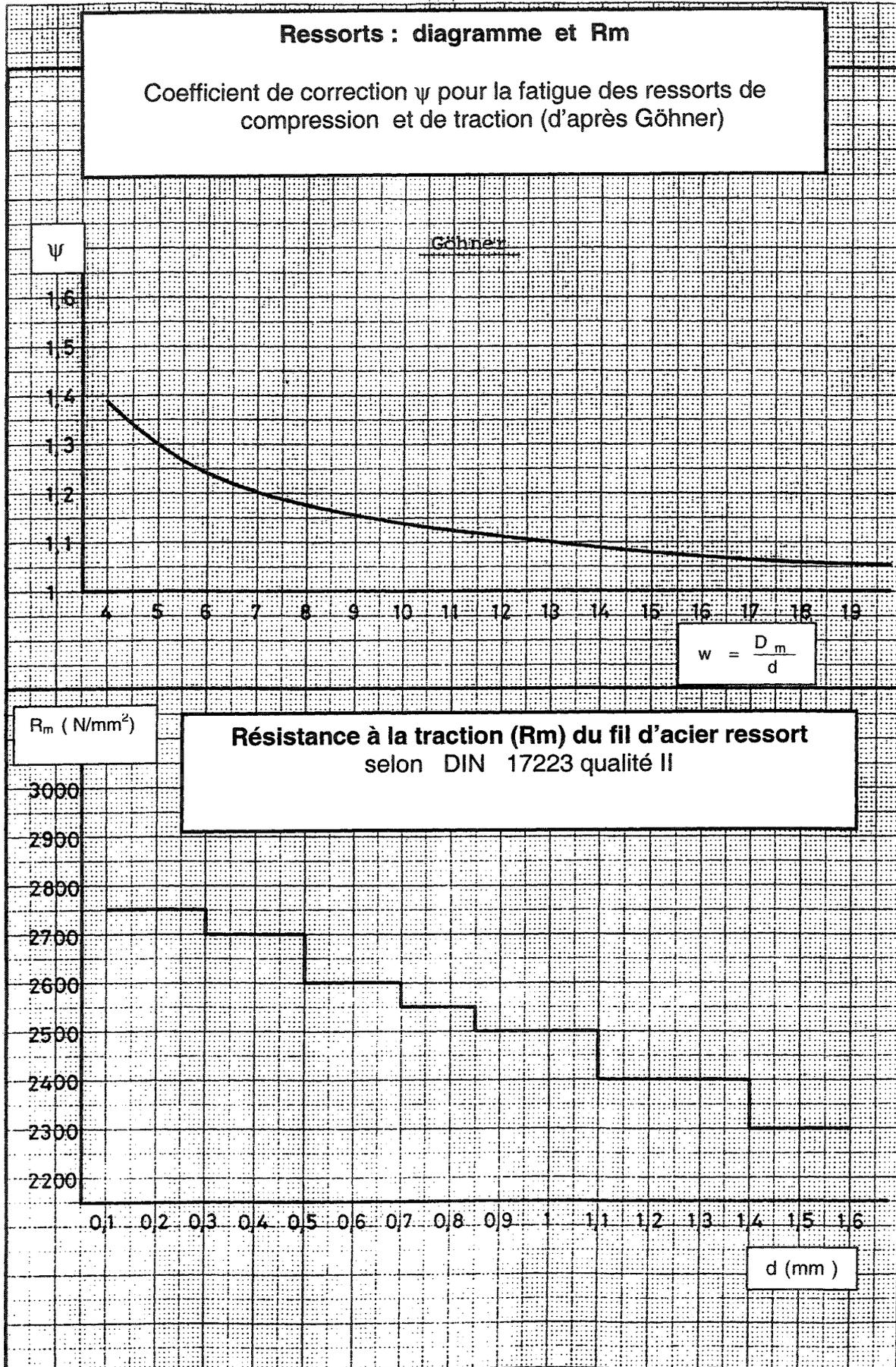
f ₁ / spires ≥ 0,15 (mm)	$\mathfrak{S}'_2 = 650 \text{ à } 700$ (N/mm ²)	$\mathfrak{S}'_{\max} = 1\,000$ (N/mm ²)
P ₁ = (N) f ₁ = (mm) L ₁ = (mm)	$\mathfrak{S}'_1 =$ (N/mm ²)	
P ₂ = (N) f ₂ = (mm) L ₂ = (mm)	$\mathfrak{S}'_2 =$ (N/mm ²)	
P _{max} = (N) f _{max} = (mm) L _{max} = (mm)	$\mathfrak{S}'_{\max} =$ (N/mm ²)	

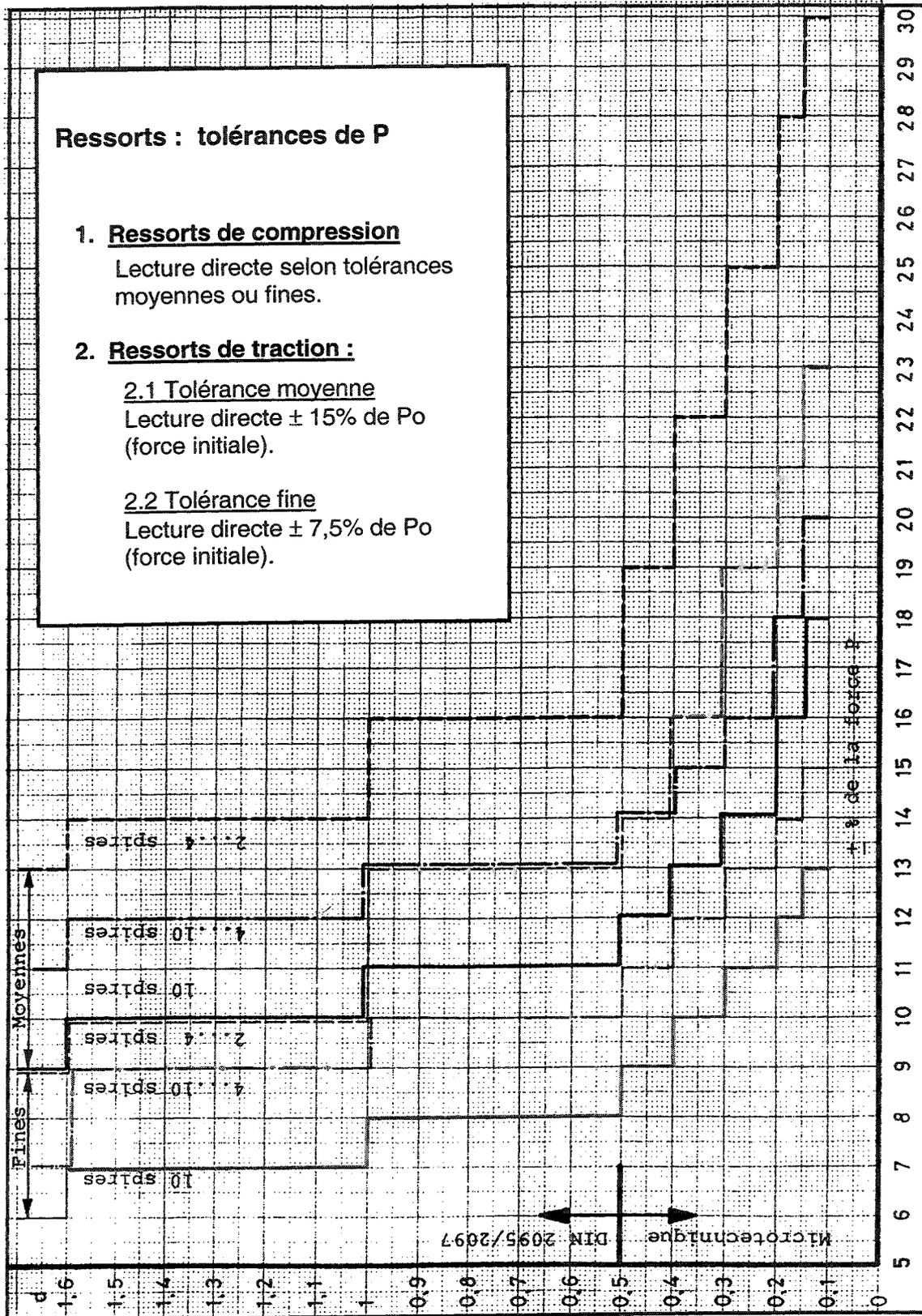
Tolérances : moyenne / fine ? (voir page 8.15)

P₁ = ± (..... x + 0,15 ou 0,075 x) = ± (N)

P₂ = ± (..... x + 0,15 ou 0,075 x) = ± (N)

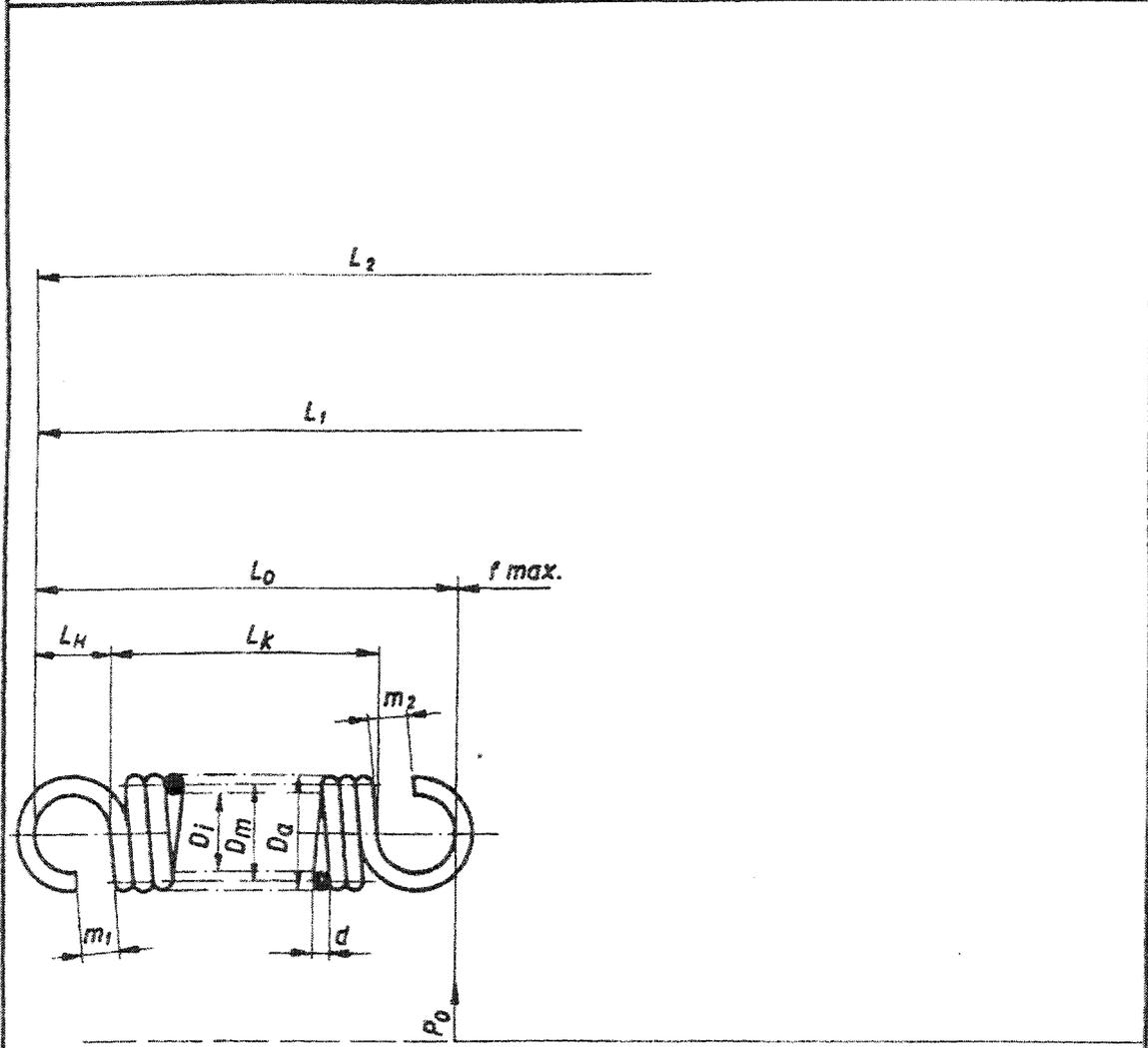
(*) 1,125 pour Ac inox





Ressort de traction

indicatives		Valeurs de contrôle			Exécution					
$d =$	mm	$f_0 =$	mm	$L_1 =$	mm	Boucles de côté		Boucles centrées		
$n =$	sp.	$P_0 =$	N	$P_1 =$	\pm N	I	II	III	IV	V
$L_0 =$	mm	$f \text{ max.} =$	mm	$L_2 =$	mm	Orientation à volonté		Orientation à volonté		
$L_k =$	mm	$P \text{ max.} =$	N	$P_2 =$	\pm N					
$D_a =$	mm	$T' \text{ max.} = 1000 \text{ N/mm}^2$		$m_1 =$						
$D_i =$	mm	$T'_2 =$	N/mm ²	$m_2 =$		Orientation à volonté				
$\frac{D_m}{d} =$		Enroulement à		$L_H \text{ min.} =$	mm	Orientation à volonté				
Constante =	N/mm	Tol. moyenne / fine								



Ech.: P : 1 mm \cong N
 f : 1 mm \cong mm

Trait., Recouvr.	M			Dess.		
Matière :	M			Centr		
	M			Vu		

Exemple de calcul d'un ressort de traction

Ressort donnant une force P de 4 N pour une longueur L de 21 mm. Le diamètre maximum admissible donné par la construction est de 5,3 mm. Ce ressort doit être apte à travailler jusqu'à une force de 6 N et avoir une caractéristique K aussi faible que possible.

Le fait de rechercher un ressort à caractéristique K aussi faible que possible entraîne le choix de D_a maximum; nous choisissons donc $D_a = 5$ mm (page 8.12). Pour déterminer d , nous recherchons dans le tableau page 8.12 pour $D_a = 5$ mm, une valeur de d , assurant une force $P > 600$ cN : $d = 0,5$ mm. D_a et d permettent de fixer D_m , D_i et L_H ($L_H \approx D_i$).

Comment déterminer L_0 ?

L_0 est déterminé en considérant la zone de travail du ressort, soit entre f_1 et f_2 . f_1 est la flèche minimum du ressort en travail; cette flèche correspond à un jeu entre spires de 0,15 mm au minimum et f_2 est la flèche provoquant une contrainte $\mathfrak{S}' = 650 - 700$ N/mm².

L_0 est fixé en fonction de la plage de travail du ressort que l'on veut autour de la position de calcul. Fixons dans notre cas $L_0 = 16,7$ mm.

On en tire f : $21 - 16,7 = 4,3$ mm.

On calcule :

- 1) le nombre de spires $n = 16$ spires,
- 2) la flèche théorique : 9 mm \Rightarrow flèche de pré-tension : $f_0 = 4,7$ mm,
- 3) la tension pour $P = 4$ N : $\mathfrak{S} = 367,2$ N/mm²

$$w = \frac{D_m}{d} = \frac{4,5}{0,5} = 9 \text{ permet de déterminer le coefficient } \psi \text{ d'après la courbe de}$$

correction en page 8.14 $\psi = 1,15$

$$\mathfrak{S}' = \mathfrak{S} \cdot \psi = 422,3 \text{ N/mm}^2$$

La pré-tension vaut :

$$P_0 = \frac{P f_0}{f_t} = \frac{4 \cdot 4,7}{9} = 2,09 \text{ N}$$

D'où

$$\mathfrak{S}_0 = \frac{\mathfrak{S} P_0}{P} = \frac{367,2 \cdot 2,09}{4} = 191,8 \text{ M/mm}^2$$

Le graphique de résistance des fils d'acier selon leur \varnothing (page 8.14) nous indique pour un \varnothing de 0,5 mm :

$$R_m = 2'700 \text{ N/mm}^2$$

$$\frac{\mathfrak{S}_0}{R_m} = 0,07 \quad ; \quad \text{ce rapport est donc bien } < 0,1 \text{ et } > 0,015 ;$$

par conséquent le ressort est réalisable par des machines automatiques.

Déterminons les limites de la zone de travail normale :

$$f_1, P_1$$

$$f_2, P_2$$

$$f_1 / \text{spire} \geq 0,15 \text{ mm} \Rightarrow f_1 \geq 16 \cdot 0,15 = 2,4 \text{ mm}$$

$$L_1 = L_0 + f_1 = 16,7 + 2,4 = 19,1 \text{ mm}$$

$$P_1 = \frac{P(f_0 + f_1)}{f_t} = \frac{4(4,7 + 2,4)}{9} = 3,15 \text{ N}$$

$$\mathcal{S}'_1 = \frac{\mathcal{S}'}{P} \cdot P_1 = 333,6 \text{ N/mm}^2$$

\mathcal{S}'_2 doit être compris entre 650 et 700 N/mm²

$$P_2 = \frac{\mathcal{S}'_2}{\mathcal{S}'} \cdot P = \frac{650}{422,3} \cdot 4 = 6,15 \text{ N}$$

$$f_2 = \frac{P_2}{P} f_t - f_0 = \frac{6,15}{4} \cdot 9 - 4,7 = 9,14 \text{ mm}$$

$$L_2 = L_0 + f_2 = 16,7 + 9,14 = 25,84 \text{ mm}$$

$$\mathcal{S}'_{\max} = 1\,000 \text{ N/mm}^2$$

$$P_{\max} = \frac{\mathcal{S}'_{\max}}{\mathcal{S}'} \cdot P = \frac{1\,000}{422,3} \cdot 4 = 9,47 \text{ N}$$

$$f_{\max} = \frac{P_{\max}}{P} f_t - f_0 = \frac{9,47}{4} \cdot 9 - 4,7 = 16,6 \text{ mm}$$

$$L_{\max} = L_0 + f_{\max} = 16,7 + 16,6 = 33,3 \text{ mm}$$

Tolérances de fabrication

Moyennes : d'après la page 8.15,

$$d = 0,5 \text{ mm}$$

$$N > 10 \text{ spires}$$

$$P_1 = 3,15 \pm (0,12 \cdot 3,15 + 0,15 \cdot 2,09) = 3,15 \pm 0,7 \text{ N}$$

$$P_2 = 6,15 \pm (0,12 \cdot 6,15 + 0,15 \cdot 2,09) = 6,15 \pm 1,05 \text{ N}$$

On reporte ces résultats sur la feuille de fabrication, page 8.19.

Ressort de traction : feuille de calcul

Données					
d = 0.5	(mm)	D _a = 5	(mm)	L _{moins} = 21	(mm)
R _m = 2'700	(N/mm ²)	D _m = 4.5	(mm)	L ₀ = 16.7	(mm)
P = 4	(N)	D _i = 4	(mm)		
L _K = 8.7	(mm)	L _H = 4	(mm)	f = 4.3	(mm)

Calculs

1) Nombre de spires : $n = \frac{L_0 - 2D_i - 1,5d}{d} = \frac{16,7 - 8 - 0,75}{0,5} = 16$ (spires)

2) Flèche théorique : $f_i = \frac{0,965 \cdot 10^{-4} \cdot P \cdot D_m^3 \cdot n}{d^4} = \frac{0,965 \cdot 10^{-4} \cdot 4 \cdot 4,5^3 \cdot 16}{0,5^4} = 9$ (mm)

f = 4.3 (mm)

$f_0 = 4.7$	(mm)
-------------	------

3) Tension : $\mathfrak{S} = \frac{2,55 P D_m}{d^3} = \frac{2,55 \cdot 4 \cdot 4,5}{0,5^3} = 367.2$ (N/mm²)

$\mathfrak{S}' = \mathfrak{S} \cdot \psi = 367,2 \cdot 1,15 = 422.3$ (N/mm²)

Rapport $w = \frac{D_m}{d} = \frac{4,5}{0,5} = 9 \Rightarrow \psi$ d'après graphique page 8.14

$P_0 = \frac{P \cdot f_0}{f_i} = \frac{4 \cdot 4,7}{9} = 2.09$ (N) $\mathfrak{S}_0 = \frac{\mathfrak{S} P_0}{P} = \frac{367,2 \cdot 2,09}{4} = 191.8$ (N/mm²)

$\frac{\mathfrak{S}_0}{R_m} = \frac{191,8}{2'700} = 0.07$ | $< 0,1$
(idéal : 0,04 ... 0,08)
| $> 0,015$

$f_1 / \text{spires} \geq 0,15$ (mm)	$\mathfrak{S}'_2 = 650$ à 700 (N/mm ²)	$\mathfrak{S}'_{\max} = 1\ 000$ (N/mm ²)
$P_1 = 3.15$ (N)	$f_1 = 2.4$ (mm)	$L_1 = 19.1$ (mm)
$P_2 = 6.15$ (N)	$f_2 = 9.14$ (mm)	$L_2 = 25.84$ (mm)
$P_{\max} = 9.47$ (N)	$f_{\max} = 16.6$ (mm)	$L_{\max} = 33.3$ (mm)
		$\mathfrak{S}'_1 = 333.6$ (N/mm ²)
		$\mathfrak{S}'_2 = 650$ (N/mm ²)
		$\mathfrak{S}'_{\max} = 1000$ (N/mm ²)

Tolérances : moyenne / fine ? (voir page 8.15)

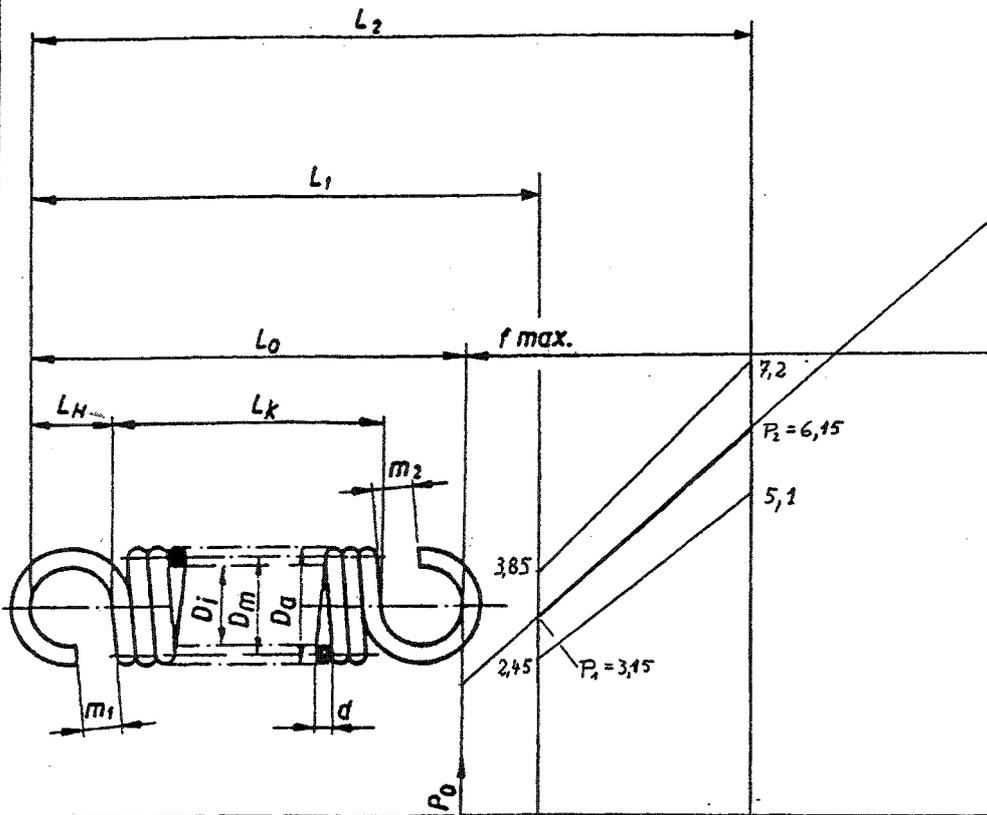
$P_1 = 3,15 \pm (0,12 \cdot 3,15 + 0,15 \cdot 2,09) = 3,15 \pm 0,7$ (N)

$P_2 = 6,15 \pm (0,12 \cdot 6,15 + 0,15 \cdot 2,09) = 6,15 \pm 1,05$ (N)

(*) 1,125 pour Ac inox

Ressort de traction

indicatives		Valeurs de contrôle			Exécution					
$d = 0,5$	mm	$f_0 = 4,7$	mm	$L_1 = 19,1$	mm	Boucles de côté		Boucles contrées		
$n = 16$	sp.	$P_0 = 2,09$	N	$P_1 = 3,15 \pm 0,7$	N	I	II	III	IV	V
$L_0 = 16,7$	mm	$f \text{ max.} = 15,55$	mm	$L_2 = 25,84$	mm	Orientation à volonté		Orientation à volonté		
$L_k = 8,7$	mm	$P \text{ max.} = 9,47$	N	$P_2 = 6,15 \pm 1,05$	N					
$D_a = 5$	mm	$T' \text{ max.} = 1000$	N/mm ²	$m_1 = 1,5$	spires					
$D_j = 4$	mm	$T'_2 = 650$	N/mm ²	$m_2 = 0,5$	mm					
$\frac{D_m}{d} = 9$		Enroulement à volonté			$L_H \text{ min.} = 4$	mm				
Constante = 0,445 N/mm		Tol. moyenne / fine								



Ech.: P : 1 mm \cong 0,1 N
 f : 1 mm \cong 0,2 mm

Trait., Recouvr.	M2	15.7.10	RC	Dess.	1.11.82	RC
	M1	11.3.87	RC	Contr.		
	M0	1.11.82	RC	Yu		

Matière : C75S+C+QT+LC

8.2.2 Ressorts hélicoïdaux de compression

Pour faciliter la fabrication et éviter le flambage, le pas h d'un ressort hélicoïdal de compression doit être :

$$\leq \frac{2}{5} D_m \text{ et sa longueur } L_0 \leq 5 D_m ; L_0 > 5 D_m \Rightarrow \text{guidage du ressort}$$

A chacune des extrémités du ressort, la machine réalise automatiquement une spire aplatie sur les 3/4 de la circonférence. Lorsque le diamètre d du fil est supérieur à 0,5 mm, il est souvent nécessaire de prévoir un meulage des extrémités afin de garantir une meilleure assise du ressort.

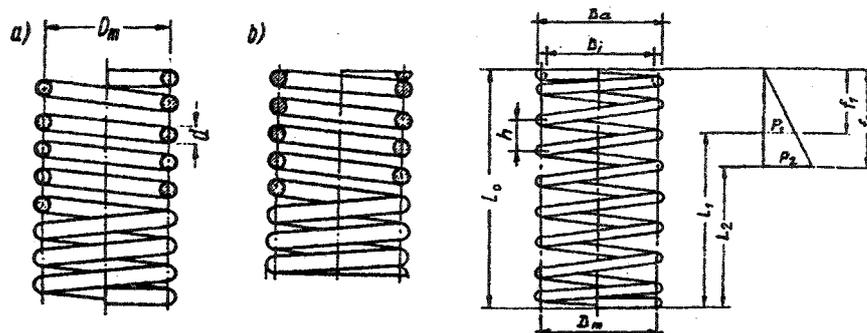


Fig. 8.13 Ressorts de compression.
a) dernière spire aplatie ($d \leq 0,5$ mm),
b) dernière spire rectifiée.

8.2.2.1 Dimensionnement d'un ressort hélicoïdal de compression

Comme pour le ressort de traction, nous considérons que la matière du fil travaille uniquement en torsion.

Les bases de calcul pour le ressort de compression sont les mêmes que celles utilisées pour le ressort de traction.

La page 8.22 donne la suite des calculs conduisant à terminer toutes les cotes utiles du ressort. Dans cette marche à suivre, P_1 est la force conduisant à une flèche f_1 égale à 15 - 20% de f_{\max} ; P_2 est la force donnant une tension S'_2 comprise entre 650 et 700 N/mm² en tenant compte du fait que la distance entre spires doit être supérieure ou égale à 0,15 mm lorsque le ressort a la longueur L_2 ; P_{\max} est la force donnant une tension $S'_{\max} = 1\,000$ N/mm² ou le contact entre spires.

Ressort de compression : feuille de calcul

Données					
d =	(mm)	D _a =	(mm)	$\frac{L_0}{\text{moins}}$ =	(mm)
R _m =	(N/mm ²)	D _m =	(mm)	L =	(mm)
P =	(N)	D _i =	(mm)	f = (mm)	
h =	pas entre chaque spire	=	(mm)		

Calculs

1) Nombre de spires : $n = \frac{L_0 - 1,5d^{(**)}}{h} = \text{-----} =$ (spires)

2) Flèche : $f = \frac{*0,965 \cdot 10^{-4} \cdot P \cdot D_m^3 \cdot n}{d^4} = \text{-----} =$ (mm)

3) Tension : $\mathcal{S} = \frac{2,55 \cdot P \cdot D_m}{d^3} = \text{-----} =$ (N/mm²)

$\mathcal{S}' = \mathcal{S} \cdot \psi = \text{-----} =$ (N/mm²)

Rapport $w = \frac{D_m}{d} = \text{-----} = \Rightarrow \psi$ d'après graphique page 8.14

$f_1 \approx 20\% f_{\max}$					
$\mathcal{S}'_2 = 650 \text{ à } 700 \text{ (N/mm}^2\text{)}$ ou jeu min. $\geq 0,15 \text{ mm/sp}$			$\mathcal{S}'_{\max} = 1\,000 \text{ (N/mm}^2\text{)}$ ou spires jointives		
P ₁ =	(N)	f ₁ =	(mm)	L ₁ =	(mm)
P ₂ =	(N)	f ₂ =	(mm)	L ₂ =	(mm)
P _{max} =	(N)	f _{max} =	(mm)	L _{max} =	(mm)
				$\mathcal{S}'_1 =$	(N/mm ²)
				$\mathcal{S}'_2 =$	(N/mm ²)
				$\mathcal{S}'_{\max} =$	(N/mm ²)

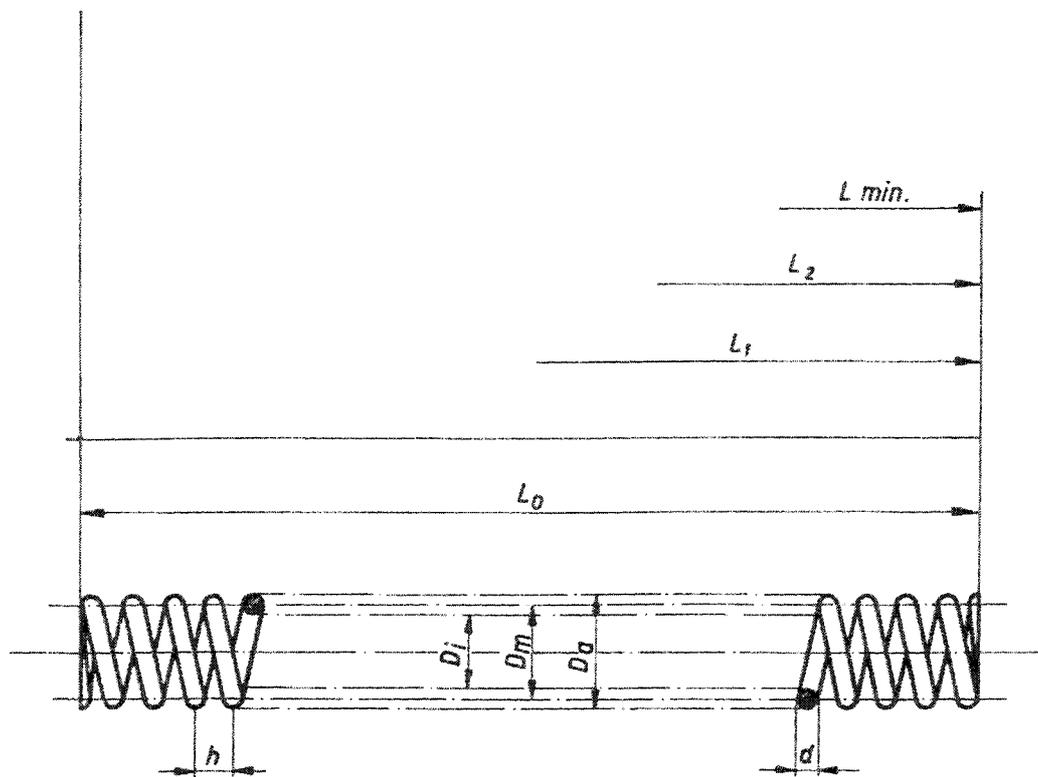
Tolérances : (voir page 8.15)

P₁ = ± (.) = ± (N)
 P₂ = ± (.) = ± (N)

(*) 1,125 pour Ac inox
 (**) L₀ - 1d pour ressorts meulés

Ressort de compression

indicatives		Valeurs			Extrémités	
		de contrôle				
$d =$	mm	$f_1 =$	mm	$L_1 =$	mm	aplaties meulées non meulées
$n =$	sp.ut.	$f_2 =$	mm	$P_1 =$	$\pm N$	
$L_0 =$	mm	$f \text{ max.} =$	mm	$L_2 =$	mm	
$h =$	mm	$P \text{ max.} =$	N	$P_2 =$	$\pm N$	
$D_a =$	mm	$T' \text{ max.} =$	N/mm ²			
$D_j =$	mm	$T'_2 =$	N/mm ²			
$\frac{D_m}{d} =$		Enroulem ¹ à				
Constante =	N/mm	Tol. moyenne / fine				



Ech. : P : 1 mm \cong N
 f : 1 mm \cong mm

Trait., Recouvr.	M			Dess.		
Matière :	M			Contr.		
	M			Vu		

Exemple de calcul de ressort de compression

Ressort donnant une force P de 1,8 N pour une longueur de 13 mm.

Ce ressort doit pouvoir travailler à une force de 3 N et avoir une caractéristique K aussi faible que possible. La place disponible est un cylindre de \varnothing 4,3 mm,

$$D_{a \max} = 4 \text{ mm.}$$

Comment fixer L_0 et h ?

D'après la page 8.12 pour $D_a = 4$ mm et $P = 3$ N, d peut être égal à 0,4 ; 0,45 ou 0,5 mm; pour avoir K le plus faible possible, on choisi d = 0,4 mm.

D_m vaut donc 3,6 mm.

$$L_0 \leq 5 D_m \Rightarrow L_0 \leq 18 \text{ mm.}$$

$$h \leq \frac{2}{5} D_m \Rightarrow h \leq 1,44 \text{ mm.}$$

Le nombre de spires du ressort sera approximativement :

$$n = \frac{18 - 0,75}{1,44} \approx 12 \text{ spires.}$$

Pour la force $P = 1,8$ N, la flèche / spire sera approximativement :

$$\frac{L_0 - L}{n} = \frac{18 - 13}{12} = 0,417 \text{ mm}$$

A la page 8.12, on trouve la flèche et la force pour une spire :

$$d = 0,4 \quad P_2 = 4,4 \text{ N}$$

$$D_a = 4 \quad f / \text{sp} = 0,81 \text{ mm}$$

Pour une flèche de 0,417 mm/spire on obtient une force :

$$\frac{P}{0,417} = \frac{P_2}{f / \text{sp}}$$

$$P = \frac{4,4 \cdot 0,417}{0,81} \approx 2,26 \text{ N}$$

Donc, avec $d = 0,4$ mm et $D_a = 4$ mm, on a de fortes chances de pouvoir réaliser le ressort désiré.

On suit maintenant la feuille de calcul :

Sous 2) on obtient une flèche de 4,12 mm pour une force de 1,8 N. soit un manque de 0,88 mm par rapport à f posé.

Deux solutions possibles :

- ramener L_0 à 17,12 mm pour 13 spires $\Rightarrow h = 1,27$ mm
- augmenter le nombre de spires, donc diminuer h
 $n \approx 16$ et $h = 1,09$ mm.

La solution b) va dans le sens du ressort à caractéristique faible.

Solution b) : flèche $f = 5,06$ mm, ce qui est très près de la valeur cherchée.

Calculons P_{\max} ($\mathcal{S}' = 1000$ N/mm²)

$$P_{\max} = 6,06 \text{ N}$$

$f_{\max} = 17$ mm \Rightarrow les spires se toucheront avant d'atteindre $\mathcal{S}'_{\max} = 1\ 000$ N/mm².

L_{\min} :

$$n = \frac{L_{\min} - 1,5 d}{d} \Rightarrow L_{\min} = d (n + 1,5) = 0,4 \cdot 17,5 = 7 \text{ mm}$$

$$f_{\max} = 11 \text{ mm}$$

$$P_{\max} = \frac{1,8}{5,06} \cdot 11 = 3,91 \text{ N}$$

$$\mathcal{S}'_{\max} = 645 \text{ N/mm}^2$$

$$f_1 = 20\% f_{\max} = 2,2 \text{ mm}$$

$$P_1 = 0,792 \text{ N} \quad \mathcal{S}' = 130,7 \text{ N/mm}^2$$

$$L_2 = (0,15 + d) n + 1,5 d = 0,55 \cdot 16 + 0,6 = 9,4 \text{ mm}$$

$$f_2 = 8,6 \text{ mm} \quad P_2 = 3,06 \text{ N} \quad \mathcal{S}'_2 = 505 \text{ N/mm}^2$$

Les valeurs utiles sont reportées sur le dessin du ressort de compression (page 8.27)

Ressort de compression : feuille de calcul

Données					
d = 0.4	(mm)	D _a = 4	(mm)	L ₀ = 18	(mm)
R _m = 2700	(N/mm ²)	D _m = 3.6	(mm)	L = 13	(mm)
P = 1.8	(N)	D _i = 3.2	(mm)	f = 5 (mm)	
h = pas entre chaque spire		= 1.35 (mm)			
		1,09			

Calculs

1) Nombre de spires : $n = \frac{L_0 - 1,5d^{(**)}}{h} = \frac{18 - 0,6}{1,35} = 13$ (spires)

2) Flèche : $f = \frac{0,965 \cdot 10^{-4} \cdot P \cdot D_m^3 \cdot n}{d^4} = \frac{0,965 \cdot 10^{-4} \cdot 1,8 \cdot 3,6^3 \cdot 13}{0,4^4} = 4,12$ (mm)

3) Tension : $\mathcal{S} = \frac{2,55 \cdot P \cdot D_m}{d^3} = \frac{2,55 \cdot 1,8 \cdot 3,6}{0,4^3} = 258,2$ (N/mm²)

$\mathcal{S}' = \mathcal{S} \cdot \psi = 258,2 \cdot 1,15 = 297$ (N/mm²)

Rapport $w = \frac{D_m}{d} = \frac{3,6}{0,4} = 9 \Rightarrow \psi$ d'après graphique page 8.14

f ₁ ≈ 20% f _{max}					
S' ₂ = 650 à 700 (N/mm ²) ou jeu min. ≥ 0,15 mm/sp			S' _{max} = 1 000 (N/mm ²) ou spires jointives		
P ₁ = 0.792 (N)	f ₁ = 2.2 (mm)	L ₁ = 15.8 (mm)	S' ₁ = 130.7 (N/mm ²)		
P ₂ = 3.06 (N)	f ₂ = 8.6 (mm)	L ₂ = 9.4 (mm)	S' ₂ = 505 (N/mm ²)		
P _{max} = 3.91 (N)	f _{max} = 11 (mm)	L _{max} = 7 (mm)	S' _{max} = 645 (N/mm ²)		

Tolérances : (voir page 8.15) moyennes

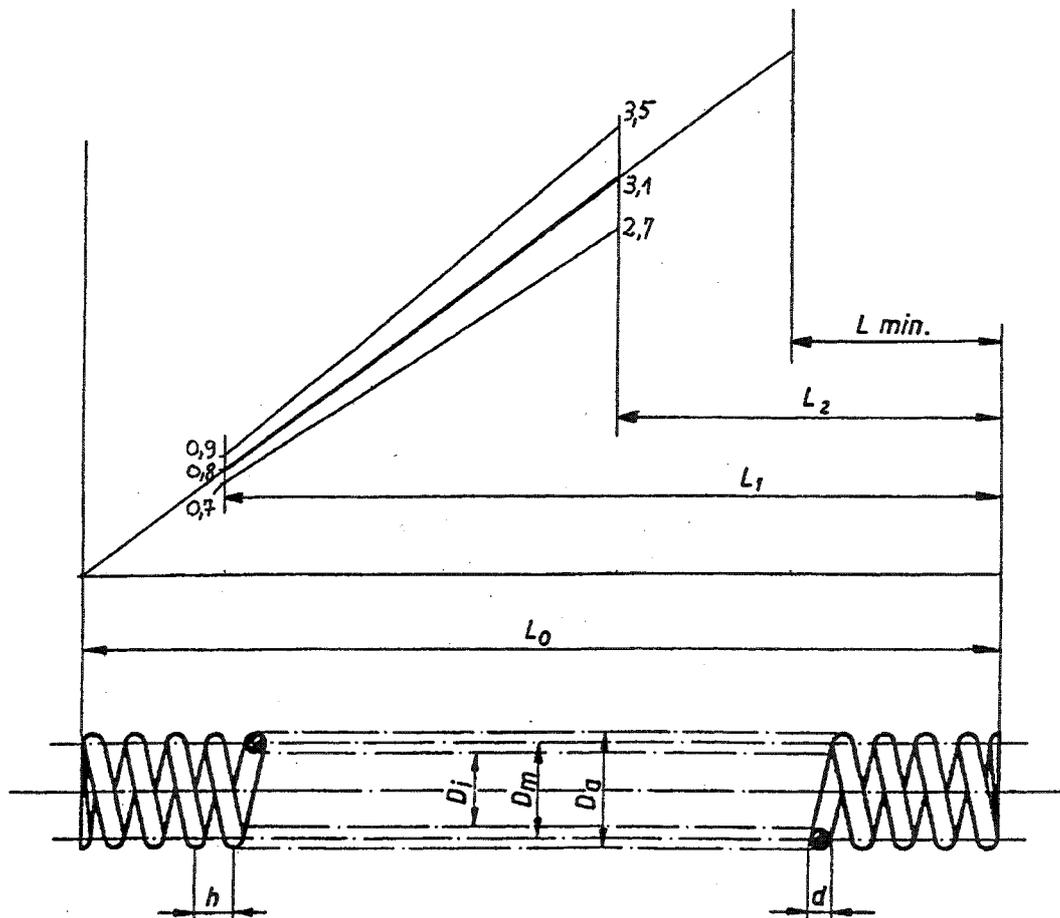
P₁ = 0,792 ± (0,792 · 0,13) = 0792 ± 0,103 (N)

P₂ = 3,06 ± (3,06 · 0,13) = 3,06 ± 0,4 (N)

(*) 1,125 pour Ac inox
(**) L₀ - 1 d pour ressorts meulés

Ressort de compression

indicatives		Valeurs de contrôle		Extrémités
$d = 0,4$	mm	$f_1 = 2,2$	mm	
$n = 16$	sp.ut.	$f_2 = 8,6$	mm	
$L_0 = 18$	mm	$f_{max.} = 11$	mm	
$h = 1,09$	mm	$P_{max.} = 3,91$	N	
$D_0 = 4$	mm	$T'_{max.} = 645$	N/mm ²	
$D_j = 3,2$	mm	$T'_2 = 505$	N/mm ²	
$\frac{D_m}{d} = 9$		Enroulem ^t à volonté		
Constante = 0,36 N/mm		Tol. moyenne / fine		



Ech.: P : 1 mm \cong 0,05 N
 f : 1 mm \cong 0,1 mm

Trait., Recouvr.	M		Dess.	1.12.82	Rc
Matière : C75S+C+QT+LC	M2	15.7.10	RC	Contr.	
	M1	11.3.87	RC	Vu	

8.2.3 Ressorts hélicoïdaux de torsion

Dans de tels ressorts, la matière travaille principalement en flexion. La contrainte et la rotation, pour un moment M , sont déterminées de la façon suivante : le ressort est considéré comme une poutre mince.

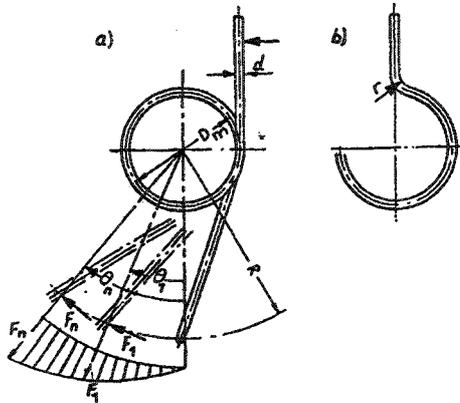


Fig. 8.14 Ressort hélicoïdal de torsion

Contrainte : $\sigma = \frac{M}{W}$ W : module de résistance

Si le fil est rond : $\sigma_{\max} = \frac{32M}{\pi d^3}$

La contrainte réelle dépend des rapports :

$\frac{D_m}{d}$ et $\frac{r}{d}$

$\sigma' = \sigma \cdot q$ q : coefficient de contrainte d'après Göhner.

$\frac{r}{d}$	1		2		3		4		5		6		7		8
$\frac{D_m}{d}$	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
q	1,36	1,25	1,19	1,16	1,13	1,11	1,1	1,09	1,075	1,07	1,06	1,05	1,04	1,035	1,03

coefficient de contrainte d'après Göhner

Rotation :

$$\theta = \frac{M L}{E I}$$

$$L = \pi D_m n$$

Pour du fil de $\varnothing d$: $I = \frac{\pi d^4}{64}$

$$\theta = \frac{64 \cdot M \cdot n \cdot D_m}{E \cdot d^4}$$

Lors, de la construction, il faut veiller à laisser un jeu suffisant entre le ressort et son axe de guidage.

Ce jeu doit permettre la rotation désirée sans serrage du ressort sur l'axe; s'il y a serrage, le couple tend vers une valeur très élevée (le fil du ressort travaille alors en traction).

Soit D'_m le diamètre moyen du ressort lorsqu'il y a serrage sur l'axe de guidage. La longueur du fil étant constante, on obtient la relation suivante :

$$L = D_m \pi n = D'_m (\pi n + \theta)$$

$$D_m = D'_m \left(1 + \frac{\theta}{\pi n} \right)$$

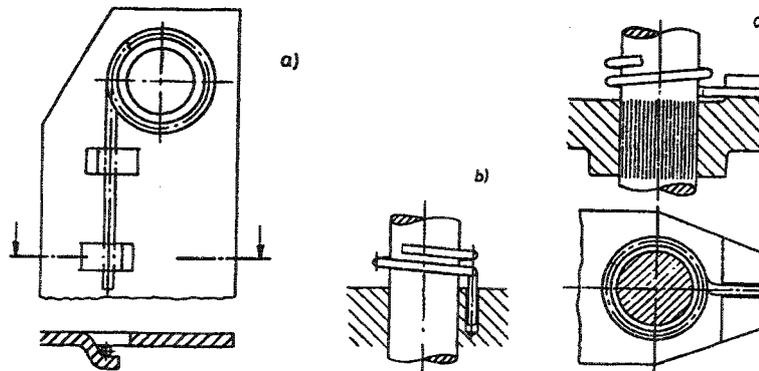


Fig. 8.15 Différents systèmes d'amarrage de ressort hélicoïdal de torsion.

- a) par deux languettes découpées et pliées.
- b) par un trou.
- c) par une rainure.

8.3 Barres de torsion

Ce type d'éléments élastiques permet d'emmagasiner beaucoup d'énergie dans un faible volume.

La fabrication de tels ressorts est simple, mais leurs fixations sur les mécanismes demande une certaine attention; le mauvais encastrement d'une barre de torsion peut fausser la caractéristique calculée.

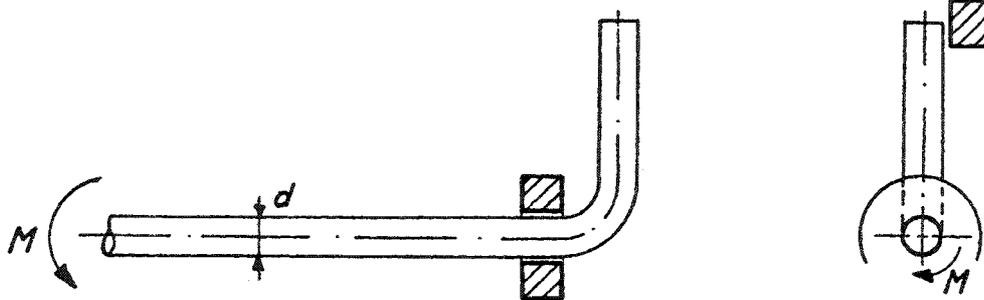


Fig. 8.16 Amarrage de barre de torsion.

$$\mathcal{J}_{\max} = \frac{16M}{\pi d^3} \quad \text{torsion circulaire}$$

$$\sigma_{\max} = \frac{32M}{\pi d^3} \quad \text{flexion}$$

8.3.1 Couple, déformée et contrainte

Torsion circulaire

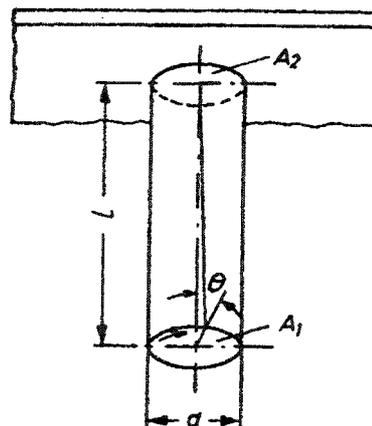


Fig. 8.17 Élément cylindrique de torsion.

Moment : M

$$\text{Rotation : } \theta = \frac{M L}{I_p G} = \frac{32 M L}{\pi d^4 G}$$

I_p : moment d'inertie polaire. Pour cylindre : $I_p = \frac{\pi d^4}{32}$

G : module de glissement.

$$\text{Contrainte : } \mathfrak{S}_{\max} = \frac{M}{W_p} = \frac{16 M}{\pi d^3}$$

W_p : module de résistance à la torsion. Pour cylindre : $W_p = \frac{2 I_p}{d} = \frac{\pi d^3}{16}$

Torsion non circulaire

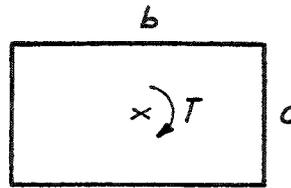


Fig. 8.18 Barre de section rectangulaire.

Pour une barre rectangulaire de longueur L et de section $b \times c$:

$$\mathfrak{S}_{\max} = \frac{M}{\alpha b c^2}$$

$$\theta = \frac{M L}{\beta b c^3 G}$$

α et β sont des coefficients dépendant du rapport b / c .

b / c	1	1,5	1,75	2	2,5	3	4	6	8	10	∞
α	0,208	0,231	0,239	0,246	0,258	0,267	0,282	0,299	0,307	0,313	1/3
β	0,141	0,196	0,214	0,229	0,249	0,263	0,281	0,299	0,307	0,313	1/3

Pour section hexagonale :

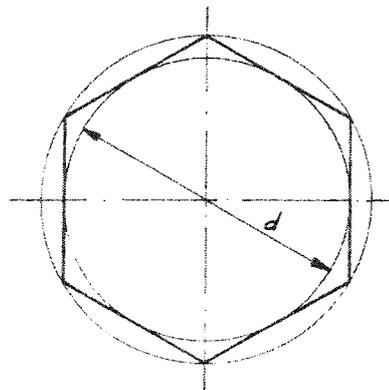


Fig. 8.19 Barre de section hexagonale.

$$S_{\max} = \frac{M}{0.217 F d}$$

$$\theta = \frac{M L}{0.133 F d^2 G}$$

$$F = \text{surface hexagone} = \frac{1}{2} \sqrt{3} d^2$$

8.4 Lames travaillant à la flexion

De tels ressorts sont très souvent utilisés : interrupteur, ressort de crantage d'élément tournant (figure 8.3), lame contact, élément de rappel de levier de clavier (sous forme de peigne à plusieurs lames), ressort spiral pour balancier ou pour réserve d'énergie mécanique.

8.4.1 Lames ressort

La figure 8.20 montre les configurations de ressorts à lame les plus couramment rencontrées en microtechnique.

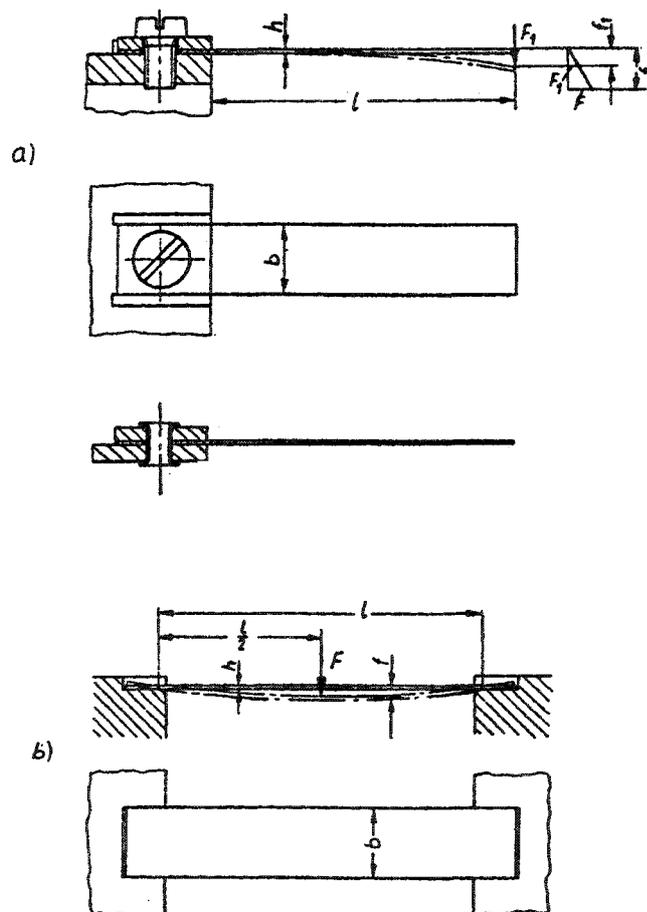


Fig. 8.20 Lame ressort.
 a) encastré à une extrémité
 b) sur deux appuis

La flèche vaut :

$$f = \frac{1}{3} F_1 \frac{L^3}{EI} \quad (\text{cas a})$$

$$f = \frac{1}{48} F \frac{L^3}{EI} \quad (\text{cas b})$$

avec : $I = \frac{bh^3}{12}$

La contrainte maximum est la suivante :

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max} \cdot h/2}{I} = \frac{M_{\max}}{W}$$

avec $W = \frac{I}{h/2}$

8.4.2 Ressorts spiraux

Ce type de ressort permet l'emmagasinement d'une importante quantité d'énergie par unité de volume.

La forme ramassée du ressort spiral en fait un moteur pratique à insérer dans un mécanisme comme une montre, un réveil - matin, une minuterie, une boîte à musique, ou un jouet ; ce type de ressort est employé pour des cas de stockage temporaire d'énergie pour véhicules légers.

On utilise fréquemment un ressort spiral, associé à un tambour et à un câble, comme ressort de rappel à grande course: avance chariot d'une machine à écrire manuelle, compensation du poids d'une masse située dans le champ gravitationnel, ressort d'arbalète de remonte-pente...

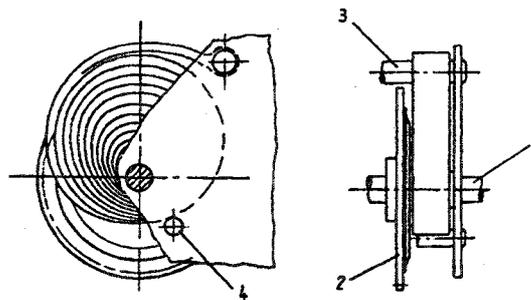


Fig. 8.21 Ressort spiral libre utilisé comme moteur dans un jouet.

- 1) axe de tension
- 2) roue dentée
- 3) colonne de platine
- 4) rivet limiteur

La fixation de façon sûre, industrielle et économique de la lame du ressort spiral sur l'axe de tension, est un problème délicat. La figure 8.22 montre différentes possibilités.

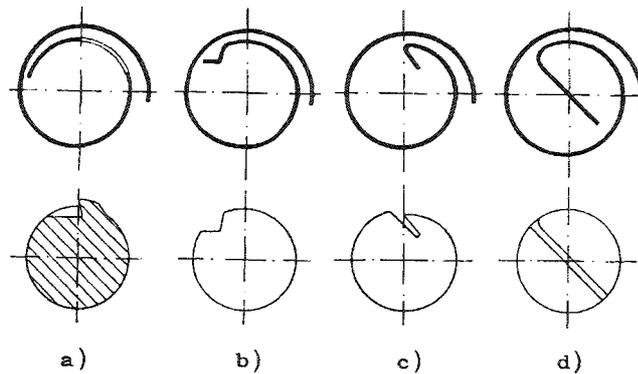


Fig. 8.22 Exemples de fixation du ressort spiral sur l'axe de tension
 a) l'ergot d'accrochage sur l'axe est réalisé par refoulement de matière
 Dans les cas a), b) et c), le ressort spiral se décroche de l'axe lors d'une brusque détente ; dans ce cas l'extrémité du ressort est abîmée, et un nouveau remontage de l'appareil peut être impossible sans réparation.

La figure 8.23 montre différentes possibilités constructives pour l'accrochage du ressort spiral à l'intérieur d'un barillet.

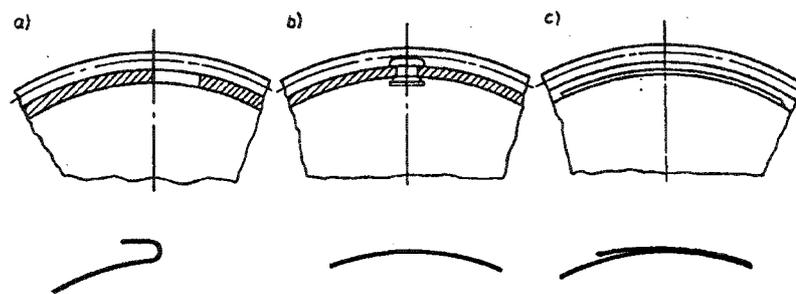


Fig. 8.23 Exemples de fixation de la lame d'un ressort spiral à l'intérieur d'un barillet.
 a) par un crochet.
 b) par une goupille fixée dans le barillet et un trou dans la lame du spiral.
 c) par une lame rapportée sur le spiral et une dépression à l'intérieur du barillet.

8.4.2.1 Couple rotation et contrainte

La **contrainte** dans un ressort spiral est calculée de la même façon que pour une lame soumise à un moment fléchissant.

$$\sigma = \frac{M h / 2}{I} k_1 = \frac{6M}{b h^2} k_1$$

- σ : contrainte de flexion (N/m²)
- M : moment fléchissant (N.m)
- b : largeur de la lame (m)
- h : épaisseur de la lame (m)
- k_1 : facteur caractérisant l'augmentation de la contrainte due à une forte courbure (voir tableau ci-dessous)
- D : diamètre de courbure

$\frac{D}{h}$	4	6	8	10	12	14	16	18
k_1	1,2	1,14	1,09	1,07	1,06	1,05	1,045	1,04

La rotation est la suivante :

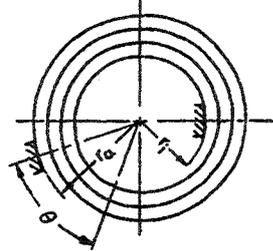


Fig.8.24 Schéma du ressort spiral.

$$\theta = \frac{M L}{E I} \text{ avec : } I = \frac{b h^3}{12} \quad (m^4)$$

$$\theta = \frac{12 M L}{E b h^3}$$

- i : nombre de spires à l'état monté
- r_i : rayon de la spire intérieure, ressort monté mais non actionné
- r_a : rayon de la spire extérieure, ressort monté dans son boîtier
- r_i' : rayon de la spire intérieure au remontage total
- r_a' : rayon de la spire extérieure au remontage total
- L : longueur développée de la lame (m)
- θ : angle de travail (en rad) ; θ_0 : ressort monté, θ_m : angle de travail max.
- e : épaisseur de la lame

$$L = i \pi (r_a + r_i) \quad \left| \quad i : \text{ nbre de spires à l'état monté} \right.$$

$$i = \frac{r_a - r_i}{e} \quad \rightarrow \quad L = \frac{r_a - r_i}{e} \pi (r_a + r_i)$$

$$L = \frac{r_a^2 - r_i^2}{e} \pi$$

Si r_a et L donnés : $r_i^2 = r_a^2 - \frac{e L}{\pi}$

r_a donné, r_i calculé $\rightarrow i = \frac{r_a - r_i}{e}$

$$\theta_0 = 2 \pi i$$

$$M_0 = \frac{\theta_0 E I}{L}$$

θ donné : $M_\theta = \frac{(\theta_0 + \theta) E I}{L}$

M_0 donné : $\theta = \frac{M_\theta L}{E I} - \theta_0$

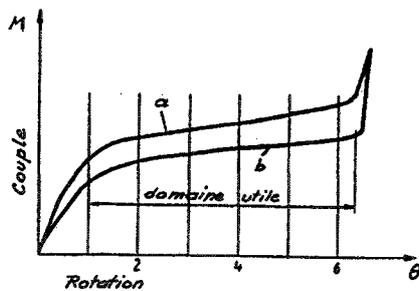
Limite lors du remontage total

$$L = \left(i + \frac{\theta_m}{2\pi}\right) \pi (r_a' + r_i') \quad r_i' \text{ donné par l'axe}$$

$$\frac{r_a' - r_i'}{e} = i + \frac{\theta_m}{2\pi}$$

$$L = \frac{r_a' - r_i'}{e} \pi (r_a' + r_i') = \pi \frac{r_a'^2 - r_i'^2}{e} \rightarrow r_a' \rightarrow \theta_m$$

Un ressort spiral travaille toujours en collaboration avec un tambour ou un axe monté sur des paliers. Le frottement des guidages ainsi que celui entre les spires du ressort, introduit une différence de caractéristique entre les opérations d'emmagasine et de restitution d'énergie. La figure 8.25 montre ces deux caractéristiques et fait apparaître le phénomène d'hystérésis.



Dans les cas où le ressort spiral doit travailler en-dessous de 10° C, il faut choisir une graisse qui ne deviendra pas collante à basse température.

Fig. 8.25 Caractéristique de travail d'un ressort spiral.

- a) Tension
- b) Détente

BIBLIOGRAPHIE

CHAPITRE 2 MATÉRIAUX LES PLUS COURANTS EN MICROTECHNIQUE

- L. CACCIVIO, M. GAY, R. GONTHIER, A. REMY, R. RODRIGUEZ
« Matériaux »
FEMES – Neuchâtel
- CELLPACK
« Engineering plastics »
Février 1985/CH/CP/SPV-2500

CHAPITRE 3 FROTTEMENT

- J-J. CAUBET
« Théorie pratique et industrielle du frottement »
Dunod, Paris 1964
- Professeur G. SPINLER
« Eléments de théorie des mécanismes et des machines »
EPFL 1980
- DU PONT DE NEMOURS Genève
« Le Delrin® AF : Résine acétal chargée Teflon® »
Documentation

CHAPITRE 4 GUIDAGES

- H. RINGHANDT
« Feinwerkelemente. Einführung in die Gestaltung und Berechnung »
Carl Hanser Verlag, München Wien 1974
- Professeur G. SPINLER
« Eléments de théorie des mécanismes et des machines »
EPFL 1980
- G. SERRE
B 672 - « Alliages, métaux et matières pour coussinets et leurs arbres »
Techniques de l'ingénieur
- J. BAGNERIS
B 675 - « Roulements à billes et à rouleaux »
Techniques de l'ingénieur
- VDI 2254 Blatt 2
« Feinwerkelemente. Drehkupplung, Shaltkupplung »
Verein Deutsche Ingenieur, Düsseldorf 1976
- DU PONT DE NEMOURS Genève
« Le Delrin® AF : Résine acétal chargée Teflon® »
Documentation
- LNP, ENGINEERING PLASTICS
(Représenté en Suisse par Cellpack AG, 5160 Wohlen AG)
Bulletin 254-277
- SKF
« Paliers lisses Glycodur® »
Information technique 1977.12.15

- SRO-FAG
« Programme standard »
Catalogue 41'510 FD
- SCHNEEBERGER 4914 Roggwil BE
« Rails de guidage et tables sur roulements »
Catalogue 100 b/09
- SFERAX SA 2016 Cortaillod
« Le roulement linéaire »
Catalogue général 1987

CHAPITRE 5 ACCOUPLEMENTS

- H. RINGHANDT
« Feinwerkelemente. Einführung in die Gestaltung und Berechnung »
Carl Hanser Verlag, München Wien 1974
- Professeur G. SPINNLER
« Eléments de théorie des mécanismes et des machines »
EPFL 1980
- VDI 2254 Blatt 2
« Feinwerkelemente. Drehkupplung, Shaltkupplung »
Verein Deutsche Ingenieur, Düsseldorf 1976
- J-M. LEROUX, J. MAURICE, J. ODIER
B 642 - « Embrayages. Coupleurs »
Techniques de l'Ingénieur 1967
- Hütte
« Manuel de l'Ingénieur » II
Librairie polytechnique Béranger, Paris Liège 1950

CHAPITRE 6 TRANSMISSION DE MOUVEMENT ET DE COUPLE

- H. RINGHANDT
« Feinwerkelemente. Einführung in die Gestaltung und Berechnung »
Carl Hanser Verlag, München Wien 1974
- Professeur G. SPINNLER
« Eléments de théorie des mécanismes et des machines »
EPFL 1980
- C. BOULET
B 632 - « Transmissions par poulies et courroies »
Techniques de l'Ingénieur
- P. KUNZMANN
B 628 - « Transmission par chaînes »
Techniques de l'ingénieur 1970
- SYNCHROFLEX® : Courroies dentées
(Représentant pour la Suisse : Angst + Pfister, Genève)
Catalogue 04/78 et 04/91
- G. HENRIOT
« Traité théorique et pratique des engrenages »
Dunod, Paris 1949
- G. HENRIOT
« Manuel pratique des engrenages »
Dunod, Paris 1965
- G. HENRIOT
B 636-639 - « Engrenages »
Techniques de l'Ingénieur

- Normes VSM (Vereins Schweizerischer Maschinenindustrieller : Société Suisse des constructeurs de Machines)
 - VSM 15 520 1973
 - VSM 15 522 1973
 - VSM 15 523 1969
 - VSM 15 525 1961
- Norme ISO 1122/1 1983

CHAPITRE 7 TRANSFORMATION DE MOUVEMENT

- J. DUMANOIS
B 710 et B 712 - « Systèmes à vitesses non constantes : cames, coulisses »
Techniques de l'Ingénieur
- H-A. ROTHBART
« Cams. Design, Dynamics and Accuracy »
John Wiley & Sons, Inc, New York 1956
- J. MARTIN
« Mécanismes à mouvements intermittents »
Dunod, Paris 1974
- R. PHILIPPOT
« Pratique des mécanismes » tome I
Dunod, Paris 1964
- I. ARTOBOLEVSKI
« Les mécanismes dans la technique moderne » tomes 1 à 5
Editions Mir, Moscou 1975-1978
- A. G. ERDMAN, G. N. SANDOR, S. KOTA
« Mechanism Design, Analysis and Synthesis » Vol. I
Pearson Education 2001

CHAPITRE 8 ELÉMENTS RESSORTS

- H. RINGHANDT
« Feinwerkelemente. Einführung in die Gestaltung und Berechnung »
Carl Hanser Verlag, München Wien 1974
- VDI 2255 Blatt 1
« Energiespeicherelemente, Metalfedern »
Verein Deutsche Ingenieur, Düsseldorf 1982
- Professeur M. DEL PEDRO
« Résistance des matériaux » 1^{ère} partie
EPFL 1979
- S. TIMOSHENKO
« Résistance des matériaux » tomes 1 et 2
Dunod, Paris 1968
- HERMES PRECISA INTERNATIONAL SA
« Ressorts »
Normes 1974

LISTE DES SYMBOLES

ALPHABET LATIN

a	entraxe	[m]	6
B	induction	[Vs/m ²]	5
C	couple	[Nm]	5
C	surface primitive	[m ²]	6
C	point primitif	-	6
C _a	surface de tête	[m ²]	6
C _f	surface de pied	[m ²]	6
d	diamètre	[m]	4
d _a	diamètre de tête	[m]	6
d _f	diamètre de pied	[m]	6
d _v	diamètre virtuel	[m]	6
D	diamètre moyen monté d'un ressort	[m]	5
D _i	diamètre moyen non monté d'un ressort	[m]	5
E	module d'élasticité	[MN/m ²]	4
f	flèche	[m]	8
F	force de frottement	[N]	3
F _a	force d'attraction moléculaire	[N]	3
F _a	force axiale	[N]	4
F _e	force d'enchevêtrement	[N]	3
F _r	force de rayage	[N]	3
F _r	force radiale	[N]	4
F _s	force de soudure froide	[N]	3
G	module de glissement	[MN/m ²]	8
g	glissement	-	5
g _f	longueur d'approche	[m]	6
g _a	longueur de retraite	[m]	6
g _α	longueur de conduite	[m]	6
H	force horizontale (traction)	[N]	3
h	hauteur de dent	[m]	6
h _a	saillie (tête de dent)	[m]	6
h _f	creux	[m]	6
i	rapport de transmission (rapport de vitesse)	-	6
I	moment d'inertie	[kg m ²]	5
I _p	moment d'inertie polaire	[m ⁴]	8
j _n	jeu entre dents	[m]	6
j _r	jeu radial	[m]	6
K	rigidité de transmission	[Nm/rad]	6
k	constante d'usure	[m ² /N]	3
k	rigidité d'un ressort	[N/m]	3
k ₁	facteur d'augmentation de contrainte	-	8
l	longueur	[m]	4
L _B	longueur de la courroie (fibre neutre)	[m]	6
L _h	durée de fonctionnement d'un roulement	[heures]	4
m	module	[m]	6
m _n	module réel	[m]	6
m _t	module apparent	[m]	6
M	moment, couple	[Nm]	4
M _{fr}	moment de frottement	[Nm]	4

M_t	moment transmissible	[Nm]	5
n	vitesse de rotation	[tr/min]	4
N	force normale	[N]	3
p	pas	[m]	6
p	pression	[N/m ²]	3
p	pression de contact apparente	[N/m ²]	3
p_c	pression de contact effective	[N/m ²]	3
p_m	pression moyenne	[N/m ²]	4
p_n	pas primitif réel	[m]	6
p_t	pas primitif apparent	[m]	6
p_x	pas axial	[m]	6
p_0	pression de rupture de surface	[N/m ²]	3
p_0	pression max. d'élément roulant	[N/m ²]	4
P	force normale (poids)	[N]	3
P	puissance mécanique	[W]	6
P_{sp}	puissance spécifique	[W]	6
q	coefficient de contrainte d'après Göhner	-	8
R_{cm}	contrainte de rupture par cisaillement	[N/m ²]	3
R_m	résistance à la rupture	[MN/m ²]	8
R_t	rugosité	-	4
r_c	rayon de contact	[m]	6
r_i	rayon de la spire intérieure	[m]	8
r_a	rayon de la spire extérieure	[m]	8
s_{gl}	coefficient de sécurité au glissement	-	3
S	coefficient de sécurité	-	6
t	arc d'engrènement	[m]	6
U	facteur de vitesse	-	7
v	vitesse	[m/s]	4
w_p	module de résistance à la torsion polaire	[m ³]	8
W	travail, énergie	[Nm ou J]	3
W_{fr}	perte d'énergie en frottement	[Nm]	6
x	coefficient de déport	-	6
x_r	élongation d'un ressort	[m]	3
z_1	nombre de dents du petit pignon	-	6
z_2	nombre de dents du grand pignon	-	6
z_B	nombre de dents de la courroie	-	6
z_e	nombre de dents en prise	-	6
z_v	nombre de dents virtuel	-	6

ALPHABET GREC

α	facteur d'accélération	-	7
γ	rapport de glissement	-	6
η	rendement	-	3
θ	angle d'une rampe	-	3
μ	coefficient de frottement dynamique	-	3
μ_0	coefficient de frottement statique	-	3
ν	coefficient de poisson	-	6
ρ	angle de frottement en mouvement	-	3
ρ_0	angle de frottement au repos	-	3
ρ_f	rayon à fond de dent admissible	[m]	6
σ	contrainte	[N/m ²]	5
σ_{fl}	contrainte de flexion	[N/m ²]	6
σ_{tr}	contrainte de traction	[N/m ²]	6
τ_0	contrainte de cisaillement	[MN/m ²]	8
φ	coefficient de perte	-	6
ψ	coefficient de correction des ressorts	-	8
ω	vitesse de rotation	[rad/s]	5
ω_0	pulsation de l'oscillation	[rad/s]	3