Solution 1 : Analyse cinématique d'une broche à articulations idéales

Question 1 :

— Nombre de segments (y compris la base) : $n = 14$

— Nombre de rotules (3 DDL) : 14

— Nombre de pivots (1 DDL) : 1

— Nombre de glissières (1 DDL) : 4

— Nombre total d'articulation : $k = 14 + 1 + 4 = 19$

— Nombre de boucles cinématiques : $b = k - n + 1 = 6$

— Mobilité : $\mathrm{M} = \sum \mathrm{d_i} - 6\mathrm{b} = 14 \times 3 + 1 \times 1 + 4 \times 1 - 6 \times 6 = 11$

Question 2 : Par définition $DOH = DOF - M$. Etant donné qu'il est indiqué dans la donnée que cette structure ne comporte pas d'hyperstatisme ($DOH = 0$), nous avons ici $DOF = M = 11$.

Question 3 : On remarque que les 7 biellettes sont chacune dotées d'un degrés de liberté interne : elles peuvent chacune tourner librement autour de leur propre axe. Ainsi, $DOF_{internes} = 7$. Le degrés de spatialité de la nacelle est donc : $DOS_{nacelle} = DOF_{externes} = DOF - DOF_{internes} = 11 - 7 = 4$.

Remarques : Ces quatre degrés de libertés sont pilotés par les quatre moteurs.

Question 4 : Comme expliqué à la question précédente, $DOF_{internes} = 7$.

Solution 2 : Analyse cinématique qualitative de guidages flexibles à articulations orthogonales

Voir figures rassemblées à la fin du document.

Solution 3 : Analyse cinématique qualitative d'un guidage à 5 tiges orthogonales

Question 1. Degrés de liberté du bloc B, en utilisant la notation vue au cours.

$$x_1 \; y^{Fp} \; z_1 \; rx_1 \; ry^{LFp} \; rz_2$$
ou
$$x_2 \; y^{Fp} \; z_1 \; rx_1 \; ry^{LFp} \; rz_1$$

Question 2. Nombre de degrés de liberté du bloc B :

$$DOF = 2$$

Question 3 : Mobilité M de cette structure :

$$M = 5 \times 5 - 4 \times 6 = 1$$
(5 articulations à 5 degrés de liberté et 4 boucles indépendantes)
ou
$$M = 6 \times 1 - 5 \times (6 - 5) = 1$$
(1 segment et 5 joints dotés 5 DOF)

Question 4 : Degrés d'hyperstatisme de cette structure :

$$DOH = DOF - M = 1$$

Solution 4 : Analyse cinématique qualitative d'un guidage à 5 tiges (plaque)

Question 1. 3 solutions :

1. $x_1 \; y_1 \; z_1 \; rx^{Fp} \; ry^{Fp} \; rz_2$
2. $x_{\mathbf{2}} \; y_1 \; z_1 \; rx^{Fp} \; ry^{Fp} \; rz_{\mathbf{1}}$
3. $x_1 \; y_{\mathbf{2}} \; z_1 \; rx^{Fp} \; ry^{Fp} \; rz_{\mathbf{1}}$

Question 2. $DOF = 2$

Question 3. $M = \sum d_i - 6 \cdot b = 5 \cdot 5 - 6 \cdot 4 = 1$

Question 4. $DOH = DOF - M = 1$

Solution 5 : Table à lames parallèles entrainée par un "Pusher"

1. Course admissible :

- $x_{\text{adm}} = \frac{\sigma_{\text{adm}} \cdot L^2}{3 \cdot E \cdot h} = \boxed{6{,}72 \text{ mm}}$ avec, pour contrainte admissible, $\sigma_{\text{adm}} = \sigma_D / S = 467$ MPa

2. Amplitude du mouvement parasite :

- $\lambda = \frac{3 \cdot x_{\text{adm}}^2}{5 \cdot L} = \boxed{0{,}54 \text{ mm}}$

3. Force nécessaire pour déformer le guidage en position x_{adm} :

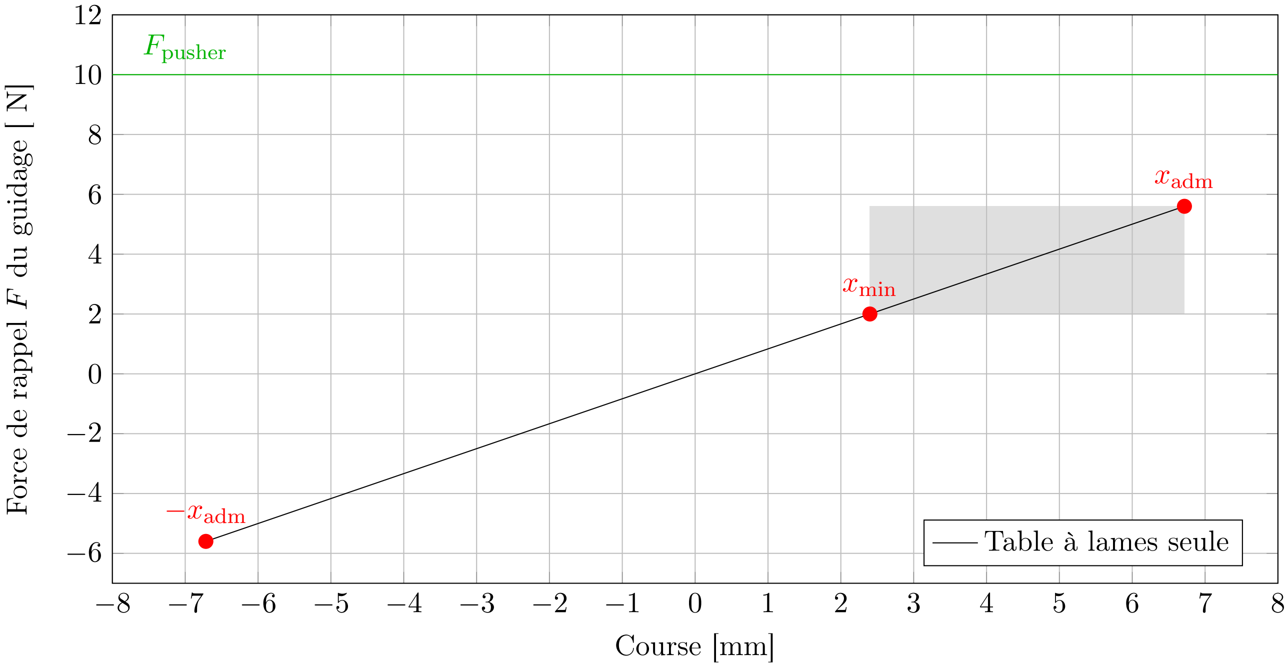
- Moment d'inertie de la section : $I = \frac{b \cdot h^3}{12}$
- Rigidité en translation du guidage : $K_{\text{table lames}} = \frac{24 \cdot E \cdot I}{L^3} = 834 \text{ N m}^{-1}$

- Force nécessaire pour déformer le guidage en position x_{adm} : $F = K_{\text{table lames}} \cdot x_{\text{adm}} = \boxed{5{,}6 \text{ N}}$

L'actionneur a donc assez de force.

4. Course minimale x_{min} pour garantir une précharge F_{min} :

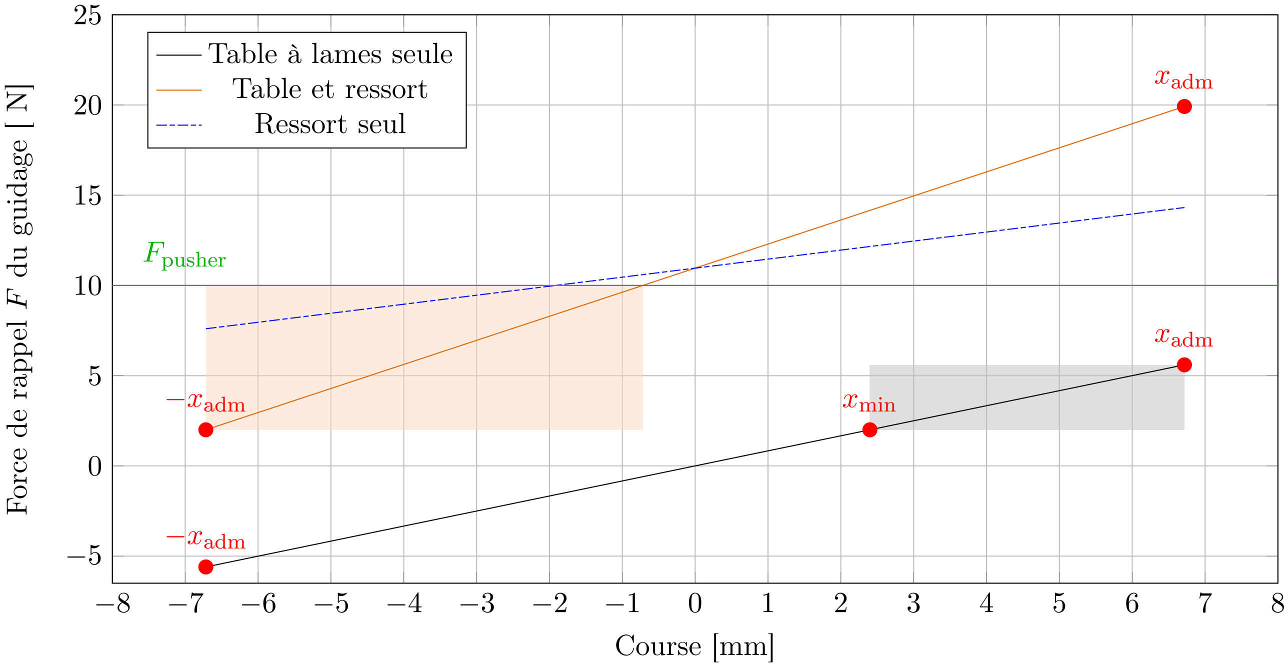
- $x_{\text{min}} = F_{\text{min}}/K_{\text{table lames}} = \boxed{2{,}4 \text{ mm}}$
- Course utilisable du guidage flexible $= x_{\text{adm}} - x_{\text{min}} = 6{,}72 - 2{,}4 = 4{,}32$ mm



5. Force de précontrainte qu'il faut appliquer au ressort de telle sorte que la force de poussée minimale F_{min} reste respectée sur toute la course :

- La flèche du ressort qui garantit une poussée F_{min} lorsque le guidage est en fin de course est : $x_{\text{ressort butee}} = (F + F_{\text{min}})/K = 15{,}20$ mm
- La flèche du ressort correspondante, lorsque le guidage est en position nominale est : $x_{\text{precontrainte}} = x_{\text{ressort butee}} + x_{\text{adm}} = 21{,}92$ mm
- La précontrainte correspondante est : $F_{\text{precontrainte}} = K \cdot x_{\text{precontrainte}} = \boxed{10{,}96 \text{ N}}$

6. Caractéristique force-déformation du guidage et de son ressort de précharge



En présence du ressort de précharge, le Pusher n'a pas la force d'amener le mécanisme jusqu'à la position $+x_{\text{adm}}$. La plage utilisable reste limitée au rectangle de gauche sur le graphique.

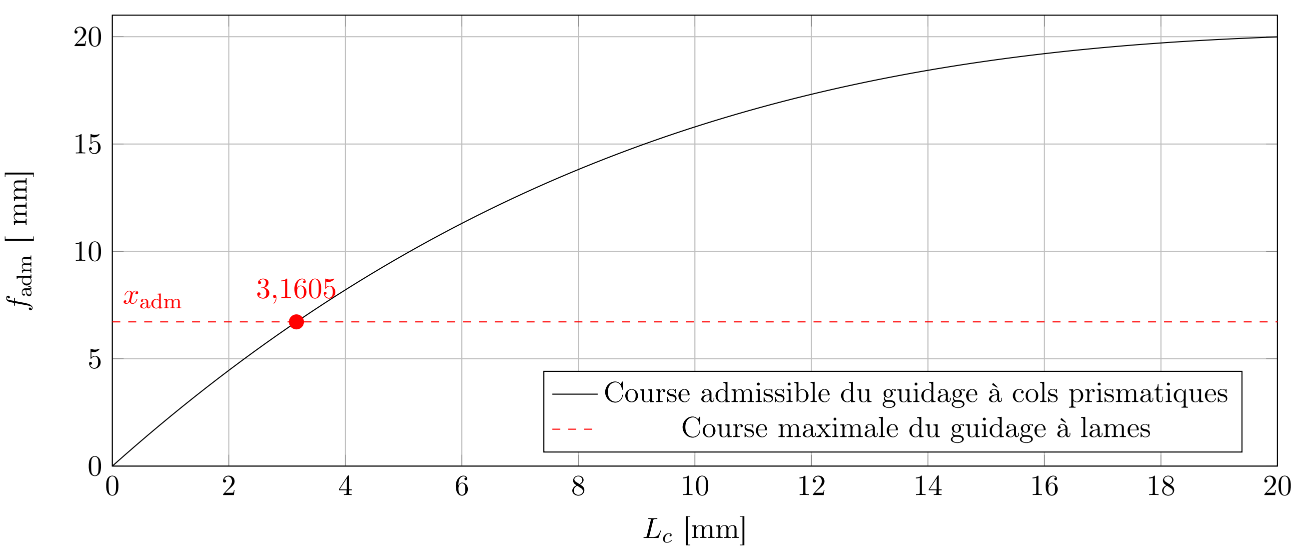
7. Exemple de mesures à prendre pour diminuer la rigidité du système guidage–ressort :

- Utiliser un ressort de précharge avec une rigidité plus faible.
- Diminuer la rigidité du guidage flexible en utilisant par exemple une épaisseur de lame plus faible.
- Utiliser un guidage à quatre cols prismatiques ou circulaires.
- Utiliser un mécanisme de compensation de rigidité.

8. Longueur minimale des cols L_c pour atteindre la course x_{adm} avec le même facteur de sécurité S que précédemment :

Course admissible pour une table à quatre cols prismatiques :

- $\boxed{f_{\text{adm}} = \frac{\xi\cdot\left(3-3\cdot\xi+\xi^2\right)\cdot L^2\cdot\sigma_{\text{adm}}}{3\cdot E\cdot h_c}}$ avec $\xi = \frac{2\cdot L_c}{L}$



9. Force de rappel maximale de la table à quatre cols :

- Longueur des cols prismatiques : $L_c = 3{,}16$ mm
- Coefficient ξ : $\xi = 2 \cdot L_c / L$
- Rigidité de la tables à quatre cols : $K_{\text{table cols}} = \frac{2 \cdot E \cdot b \cdot h_c^3}{\xi \cdot (3 - 3 \cdot \xi + \xi^2) \cdot L^3} = 92{,}6 \text{ N m}^{-1}$
- Force de rappel maximale de la table à quatre cols : $F_{\text{table cols}} = K_{\text{table cols}} \cdot x_{\text{adm}} = \boxed{0{,}62 \text{ N}}$

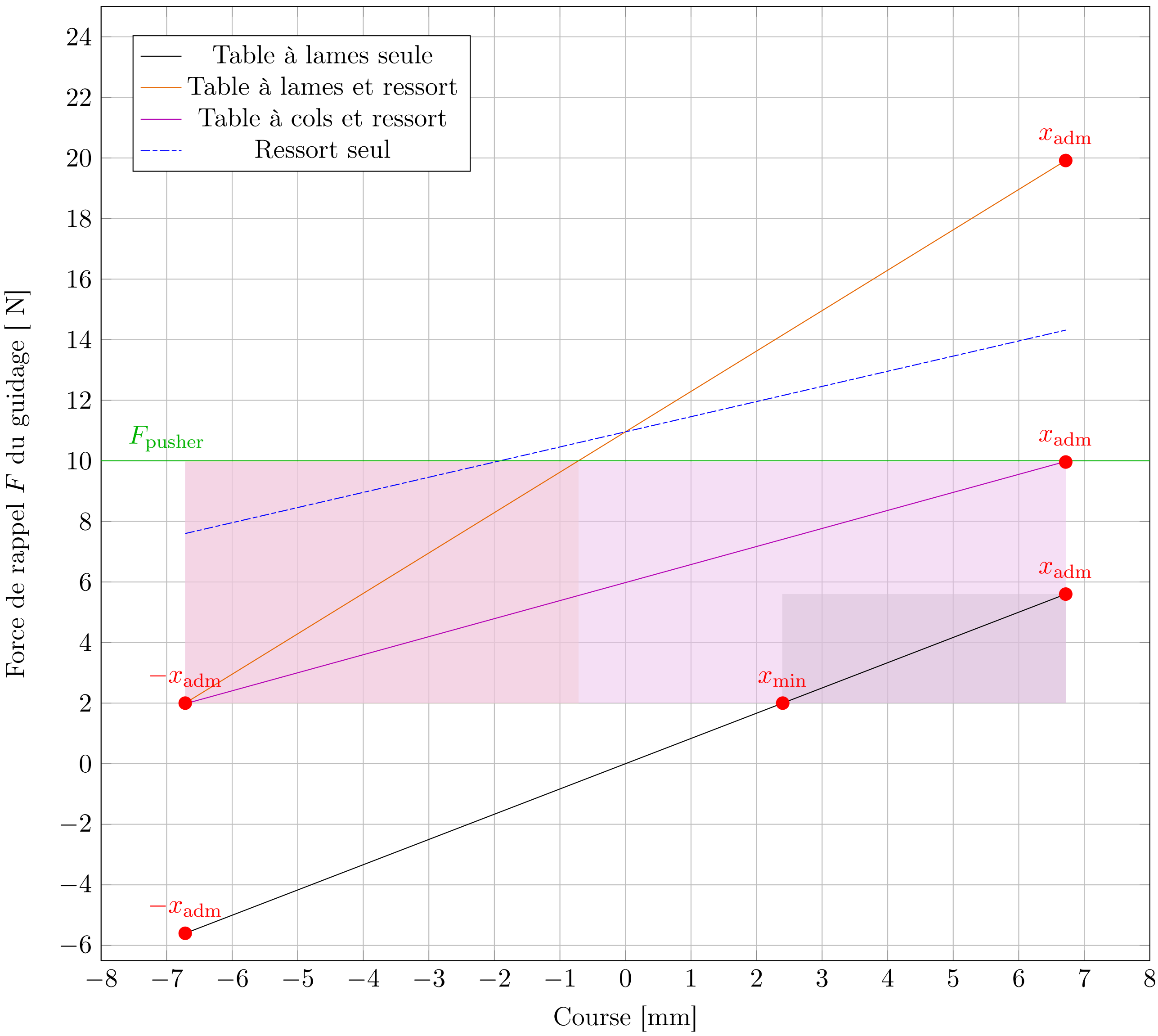
10. Déformée du ressort lorsque le guidage est en fin de couse, de manière avoir une poussée minimale F_{min} :

- $x_{\text{ressort butee cols}} = (F_{\text{table cols}} + F_{\text{min}}) / K = 5{,}24$ mm
- $x_{\text{precontrainte cols}} = x_{\text{ressort butee cols}} + x_{\text{adm}} = 11{,}96$ mm

Force maximale que doit produire l'actionneur dans ce cas :

- $F_{\text{max cols}} = K_{\text{table cols}} \cdot x_{\text{adm}} + K \cdot (x_{\text{precontrainte cols}} + x_{\text{adm}}) = \boxed{9{,}96 \text{ N}}$

Cette fois, en présence du ressort de précharge, le Pusher a la force d'amener le mécanisme jusqu'à la position $+x_{\text{adm}}$. Toute la plage du guidage est utilisable (i.e. de $-x_{\text{adm}}$ à $+x_{\text{dam}}$) et la force d'appui minimale F_{min} est garantie : grand rectangle sur le graphique.



Solution 6 : Convertisseur micrométrique

1. Les trois lames travaillent en parallèles :

- $k_{eq} = 3 \cdot k_{lame} = 3 \cdot \frac{12 \cdot E \cdot I}{L^3} = 3 \cdot \frac{12 \cdot E}{L^3} \cdot \frac{b \cdot h^3}{12} = 3 \frac{E \cdot b \cdot h^3}{L^3} = \boxed{1867\ \mathrm{N\,m^{-1}}}$

2.1. Raccourcissement des deux lames de droite :

- $y' = \frac{3 \cdot x^2}{5 \cdot L} = \boxed{80\ \mu\mathrm{m}}$

2.2. Déplacement vertical y :

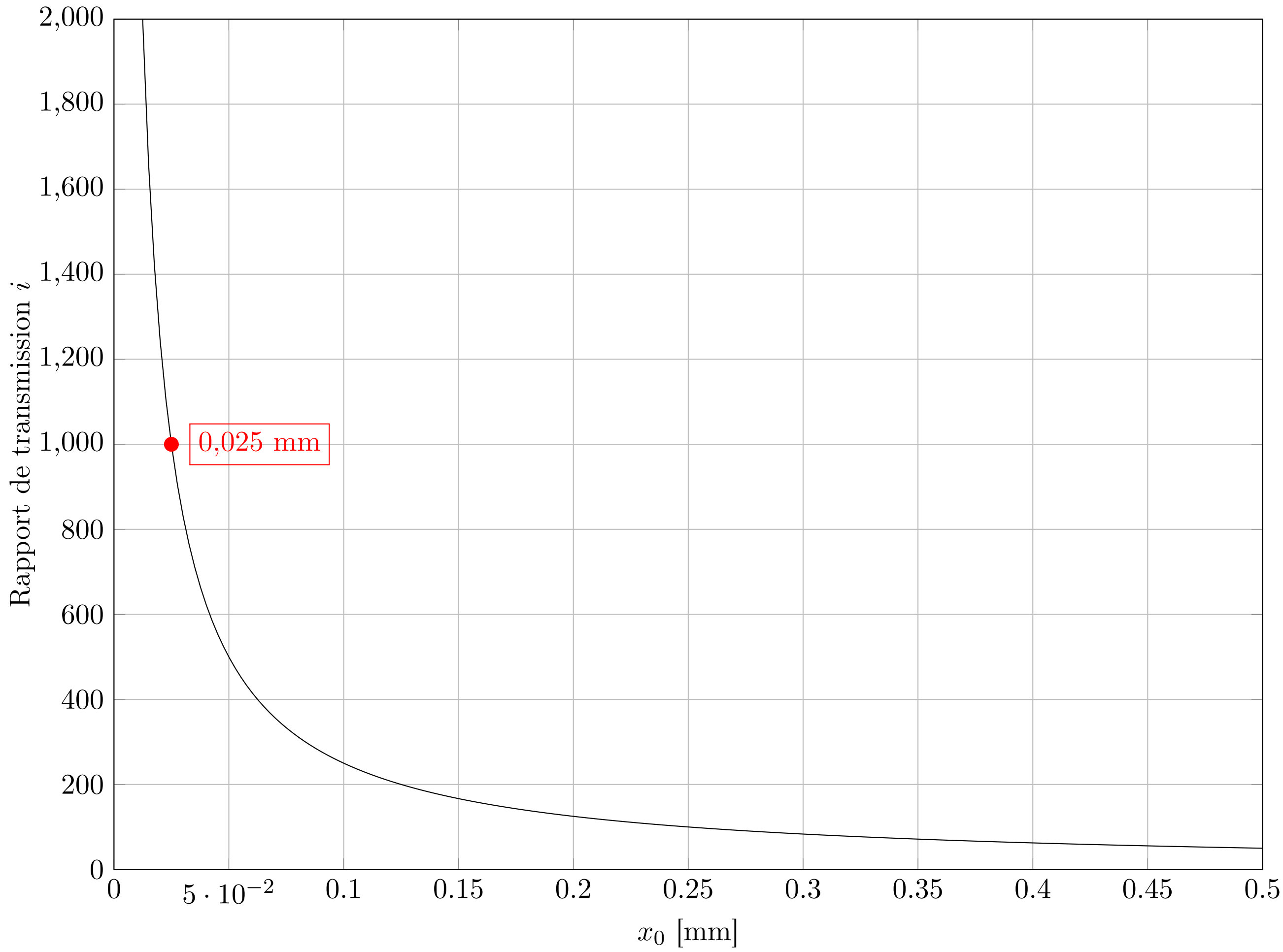
- Raccourcissement de la lame prédéformée : $y'' = \frac{3 \cdot (x + x_0)^2}{5 \cdot L} - \frac{3 \cdot x_0^2}{5 \cdot L}$
- Déplacement vertical du bloc de sortie S : $y = y'' - y' = \boxed{40\ \mu\mathrm{m}}$

3. Rapport de transmission $i = x/y = \boxed{50}$

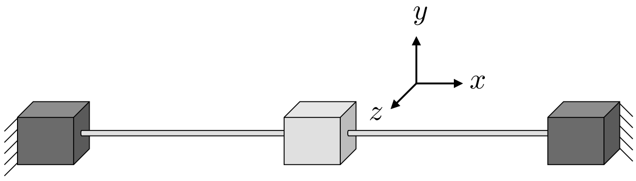
Démonstration du fait que le rapport de transmission est constant :

- $y = y'' - y'$
- $y = \frac{3}{5 \cdot L} \left(x^2 + x_0^2 + 2 \cdot x \cdot x_0 - x_0^2 - x^2\right)$
- $y = \frac{3}{5 \cdot L} (2 \cdot x \cdot x_0)$
- $y = \frac{6 \cdot x_0}{5 \cdot L} \cdot x$
- $\boxed{i = \frac{x}{y} = \frac{5 \cdot L}{6 \cdot x_0}}$

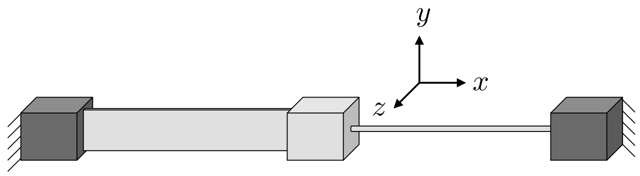
4. Evolution du rapport de transmission i en fonction de x_0



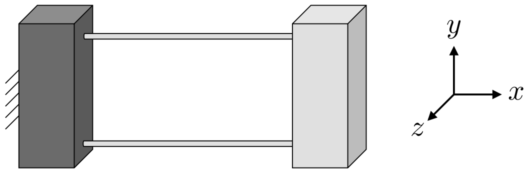
Solution 2 : Analyse cinématique qualitative de guidages flexibles à articulations orthogonales



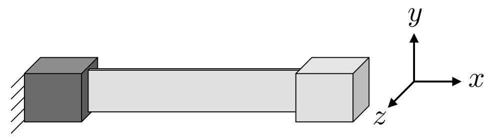
(a) $x_2\ y^{LF}\ z^{LF}\ r_x^{F}\ r_y^{LF}\ r_z^{LF}$
DOF=5 ; M=4 ; DOH=1



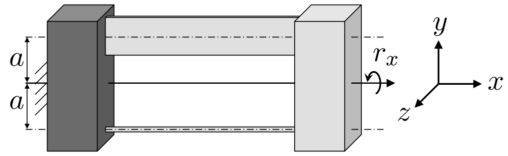
(b) $x_2\ y_1\ z^{LFp}\ r_x^{F}\ r_y^{LFp}\ r_{z1}$
DOF=3 ; M=2 ; DOH=1



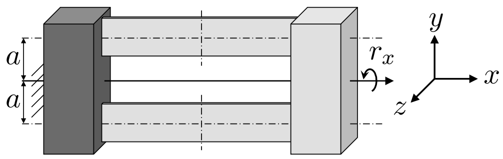
(c) $x_1\ y^{Fp}\ z^{Fp}\ r_x^{Fp}\ r_y^{F(p)}\ r_{z1}$
DOF=4 ; M=4 ; DOH=0



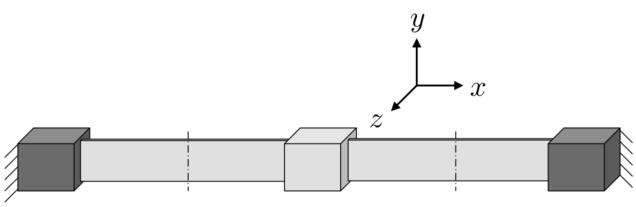
(d) $x_1\ y_1\ z^{Fp}\ r_x^{F}\ r_y^{F(p)}\ r_{z1}$
DOF=3 ; M=3 ; DOH=0



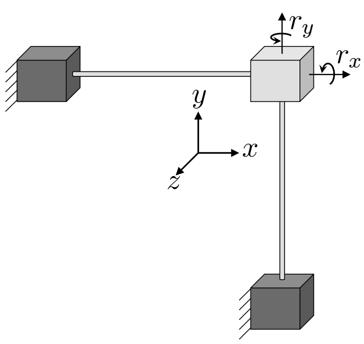
(e) $x_1\ y_1\ z^{Fp}\ r_x^{(L)Fp}\ r_y^{F(p)}\ r_{z2}$
($x_2\ y_1\ z^{Fp}\ r_x^{(L)F}\ r_y^{F(p)}\ r_{z1}$)
DOF=3 ; M=2 ; DOH=1



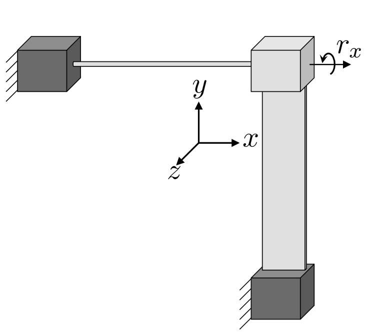
(f) $x_1\ y_2\ z^{Fp}\ r_x^{(L)Fp}\ r_y^{F(p)}\ r_{z3}$
($x_2\ y_2\ z^{Fp}\ r_x^{(L)Fp}\ r_y^{F(p)}\ r_{z2}$)
DOF=3 ; M=0 ; DOH=3



(g) $x_2\ y_1\ z^{LF}\ r_x^{F}\ r_y^{LF}\ r_{z3}$
($x_2\ y_2\ z^{LF}\ r_x^{F}\ r_y^{LF}\ r_{z2}$)
DOF=3 ; M=0 ; DOH=3

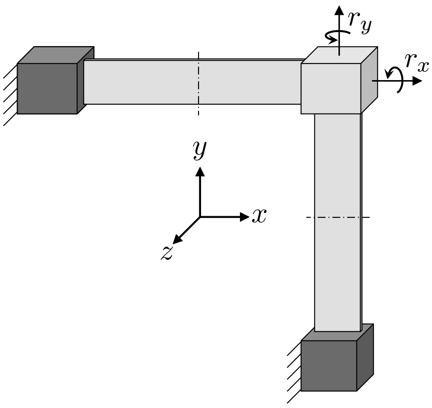


(h) $x_1\ y_1\ z^{Fp}\ r_x^{Fp}\ r_y^{Fp}\ r_z^{Fp}$
DOF=4 ; M=4 ; DOH=0

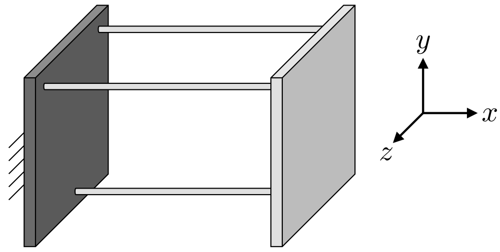


(i) $x_1\ y_1\ z^{LFp}\ r_x^{F(p)}\ r_y^{LFp}\ r_{z2}$
($x_2\ y_1\ z^{LFp}\ r_x^{F(p)}\ r_y^{LFp}\ r_{z1}$)
DOF=3 ; M=2 ; DOH=1

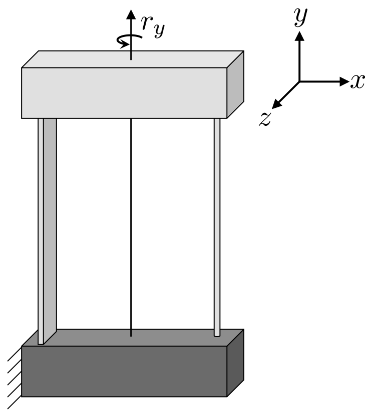
Série n°1



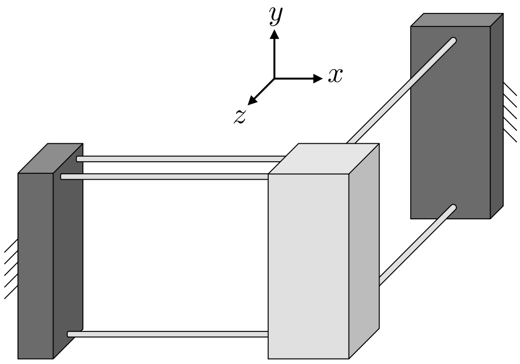
(a) $x_1\ y_1\ z^{LFp}\ r_x^{LFp}\ r_y^{LFp}\ r_{z4}$
$x_2\ y_2\ z^{LFp}\ r_x^{LFp}\ r_y^{LFp}\ r_{z2}$
DOF=3 ; M=0 ; DOH=3



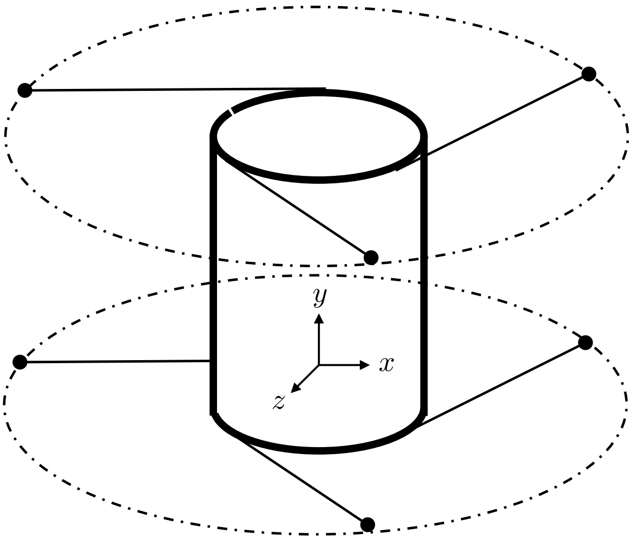
(b) $x_1\ y^{Fp}\ z^{Fp}\ r_x^{Fp}\ r_{y1}\ r_{z1}$
DOF=3 ; M=3 ; DOH=0



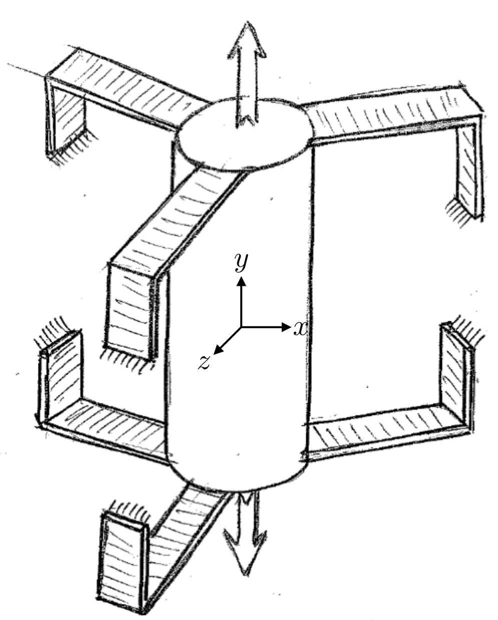
(c) $x^{Fp}\ y_1\ z_1\ r_{x1}\ r_y^{Fp}\ r_{z1}$
DOF=2 ; M=2 ; DOH=0



(d) $x_1\ y^{Fp}\ z_1\ r_{x1}\ r_{y1}\ r_{z1}$
DOF=1 ; M=1 ; DOH=0

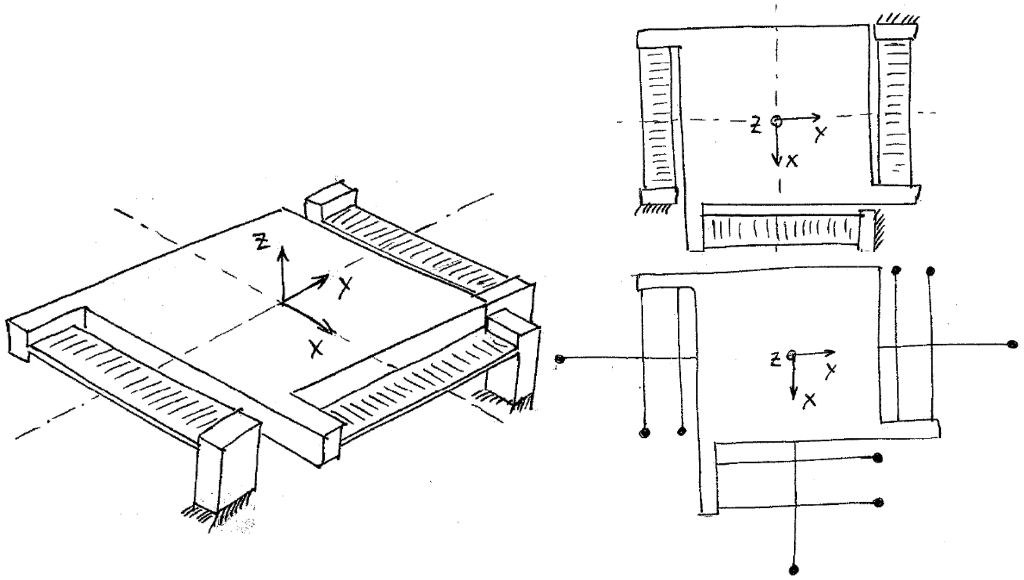


(e) $x_1\ y^{Fp}\ z_1\ r_{x1}\ r_{y2}\ r_{z1}$
DOF=1 ; M=0 ; DOH=1

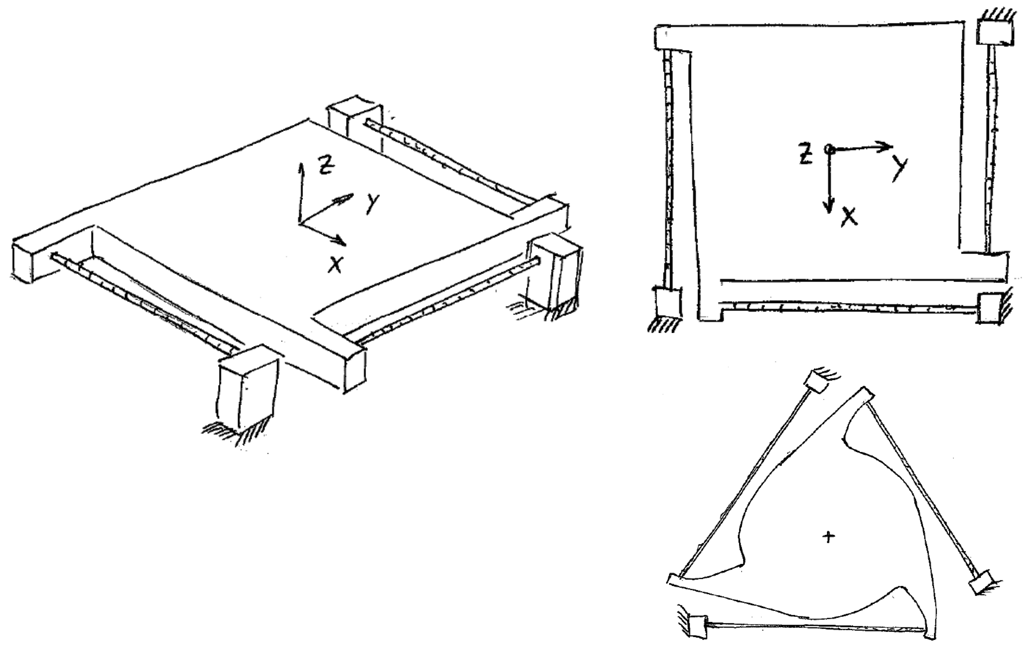


(f) $x_1\ y^F\ z_1\ r_{x1}\ r_{y2}\ r_{z1}$
DOF=1 ; M=0 ; DOH=1

Série n°2



(a) $x_1\ y_2\ z^{LFp}\ r_x^{LFp}\ r_y^{LFp}\ r_{z6}$
DOF=3 ; M=-3 ; DOH=6



(b) $x_1\ y_1\ z^{Fp}\ r_x^{Fp}\ r_y^{Fp}\ r_{z1}$
DOF=3 ; M=3 ; DOH=0

Série n°3