Solution 1 : Profils d'engrenages

A. Profil en développante.

1. La transmission reste homocinétique. Ceci vient du fait que le profil conjugué d'une développante est une autre développante, quelle que soit la taille de son cercle de base.
2. Le rapport de réduction r reste le même. En effet, le rapport de transmission moyen (donné par z_2/z_1) n'a pas changé et le rapport de transmission instantané ne varie pas, car la transmission est homocinétique.
3. Les angles de pression sont différents : $\alpha' > \alpha$. En éloignant les deux engrenages, ce sont des points plus hauts sur les dentures qui sont en contact. De plus, on peut voir graphiquement que plus un point de contact est haut sur la dent, plus l'angle de pression est grand.

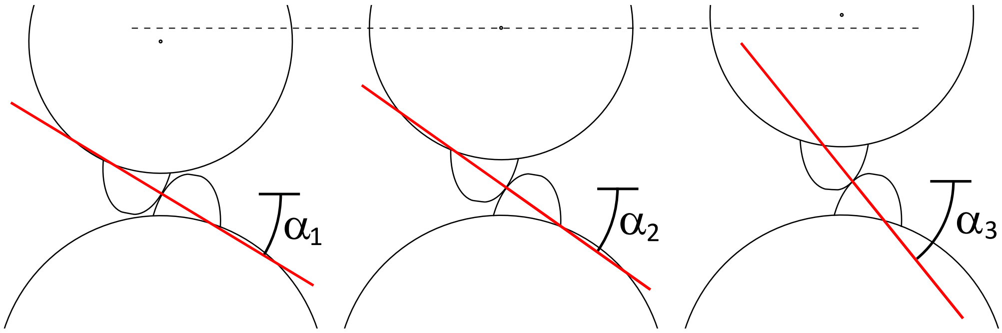

Figure 1 : le contact entre deux dents pour trois entraxes différents. L'engrenage inférieur est fixe et le deuxième s'accomode pour être en contact. La droite de pression est en rouge et l'on peut voir que celle-ci a un angle de pression plus important lorsque l'entraxe augmente.

On peut également voir ceci par le calcul. Les diamètres primitifs ont augmenté alors que les cercles de base sont inchangés, car ces derniers ne dépendent que des dimensions de l ?engrenage et pas de son utilisation. Ceci signifie que pour maintenir l ?égalité $r_b = rcos(\alpha)$, il faut que l ?angle de pression α augmente.

4. Le rapport de conduite de la transmission de gauche est supérieur à celui de celle de droite car $\alpha' > \alpha$ et le rapport de conduite ϵ_α est donnée par :

$$\epsilon_\alpha = \frac{1}{p_b}\left[\sqrt{r_{a1}^2 - r_{b1}^2} + \sqrt{r_{a2}^2 - r_{b2}^2} - a\sin(\alpha)\right] \tag{1}$$

, avec $r_{a,i}$ et $r_{b,i}$ les diamètres de tête et de base qui restent inchangés alors que $\sin(\alpha)$ augmente.

B. Profil cycloïdal.

1. La transmission n'est plus homocinétique. En effet, le profil cycloïdal repose sur le fait que ce soit d'abord le flanc hypocycloïdal du premier engrenage qui s'engrène dans le flanc epicycloïdal du deuxième, puis qu'au même instant le premier change pour son flanc epicycloïdal et le deuxième change pour son flanc hypocycloïdal. La variation d'entraxe perturbera la simultanéité de ces deux transitions et la transmission ne sera plus homocinétique.
2. Le rapport de réduction moyen, donné par z_2/z_1 est inchangé. Cependant, comme la transmission n'est plus homocinétique, le rapport de transmission instantané n'est plus constant, mais varie autour de la valeur moyenne.

Solution 2 : Dimensions d'un engrenage en développante

Description	variable	valeur
Ø cercle primitif	d	$d = mz = 150$ mm
pas primitif	p	$\pi d = pz \Rightarrow p = 15.70$ mm
sallie	h_a	$h_a = m = 5$ mm
Ø cercle de tête	d_a	rajout saillie de chaque coté cercle primitif : $d_a = d + 2h_a = 160$ mm
Ø cercle de pied	d_f	enlèvement $1.25m$ chaque coté cercle primitif : $d_f = d - 2.5m = 137.5$ mm
Ø cercle de base	d_b	$d_b = d\cos(\alpha) = 140.95$ mm
hauteur de dent	h	$h = 2.25m = 11.25$ mm
pas de base	p_b	$\pi d = p_b z \Rightarrow p_b = 14.76$ mm

Solution 3 : Usinage des engrenages

A. Procédé Fellows

L'engrenage avec le plus faible nombre de dents qui peut être usiné sans interférence comporte 14 dents. En effet, selon la formule :

$$z_{2,min} = \sqrt{z_1^2 + 4\frac{1+z_1}{\sin^2\alpha}} - z_1 = 13.43 \text{ dents}, \tag{2}$$

qu'il faut majorer à 14 dents.

B. Engrenage à denture droite

La configuration correcte est (b). Premièrement, afin de tailler une denture droite (et non une denture hélicoïdale), il faut que l'axe de l'engrenage soit parallèle aux flancs de la fraise-mère, ce qui est le cas pour les configurations (b) et (c). Il reste maintenant à déterminer le sens de rotation de l'engrenage. Le critère est que le bord de l'engrenage qui se fait tailler doit avancer avec les flancs de la fraise-mère. Vu que la fraise-mère est une hélice à droite (i.e. dans le sens du tire-bouchon), lorsque celle-ci tourne selon ω_f, les flancs se déplacent vers la droite. Pour que la denture de l'engrenage se déplace également à droite, il faut que ω_r soit dirigé vers le bas.

Solution 4 : Résistance de la denture des engrenages

A.1. Sollicitation en flexion

La formule à utiliser pour cette partie est :

$$\sigma_F = \frac{100.8M}{\pi^2 m^2 zb} \text{ , avec} \tag{3}$$

M le couple appliqué par un engrenage, z son nombre de dents, m le module, b la largeur de l'engrenage. Pour calculer le couple max, nous nous mettons à la contrainte maximale admissible, c'est-à-dire $\sigma_F = \sigma_{F,adm}$.
Nous pouvons soit calculer directement calculer le couple maximum $M_{2,max,F}$ à la sortie, soit calculer le couple maximum à l'entrée $M_{1,max,F}$ puis le multiplier par le rapport de transmission i pour trouver $M_{2,max,F}$.

Le calcul direct de M_2 est donné par :

$$M_{2,max,F} = \frac{\sigma_{F,adm}\pi^2 m^2 z_2 b}{100.8} = 489 \text{ Nm} \tag{4}$$

La méthode alternative est donnée par :

$$M_{1,max,F} = \frac{\sigma_{F,adm}\pi^2 m^2 z_1 b}{100.8} = 195 \text{ Nm} \tag{5}$$

puis :

$$M_{2,max,F} = rM_{1,max,F} = \frac{z_2}{z_1} M_{1,max,F} = 489 \text{ Nm} \tag{6}$$

A.2. Sollicitation en pression hertzienne

La formule à utiliser pour cette partie est :

$$\sigma_H = 1.18 \sqrt{\frac{M_1 E}{b m^2 z_1^2 \sin(2\alpha)}} \sqrt{\frac{r+1}{r}} \text{ , avec} \tag{7}$$

M_1 le couple appliqué par l'engrenage d'entrée, z_1 son nombre de dents, b la largeur de l'engrenage, m le module, r le rapport de réduction z_2/z_1 et E le module de Young. Comme au point précédent, il est possible de soit calculer directement le couple maximum $M_{2,max,H}$ à la sortie, soit calculer le couple maximum à l'entrée, puis de le multiplier par le rapport de réduction.

Le calcul direct de $M_{2,max,H}$ est donné par :

$$M_{2,max,H} = \frac{\sigma_{H,adm}^2 b z_2^2 m^2 r' \sin(40^o)}{1.18^2 E(r'+1)} = 274 \text{ Nm} \tag{8}$$

avec

$$r' = 1/r \tag{9}$$

La méthode alternative est donnée par :

$$M_{1,max,H} = \frac{\sigma_{H,adm}^2 b z_1^2 m^2 r \sin(40^o)}{1.18^2 E(r+1)} = 109 \text{ Nm} \tag{10}$$

puis :

$$M_{2,max,H} = rM_{1,max,H} = \frac{z_2}{z_1} M_{1,max,H} = 272.5 \text{ Nm} \simeq 274 \text{ Nm} \tag{11}$$

B. Couple maximal de sortie

Comme la limite de couple est de 489 Nm en flexion et de 274 Nm en pression, c'est la sollicitation en pression qui est le facteur limitant et le couple maximal à la sortie est donc 274 Nm.