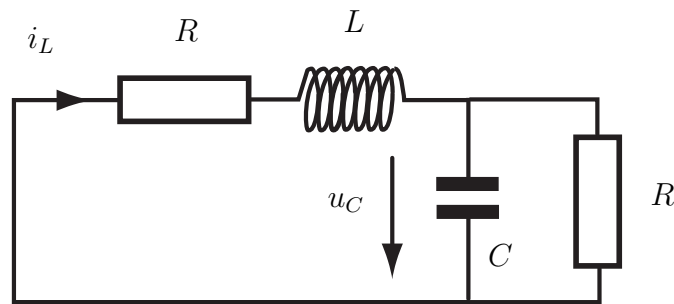


Exercice IV.1

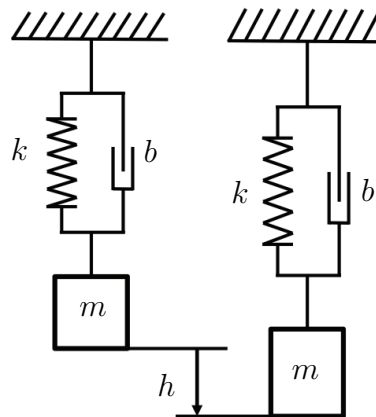
Soit les deux systèmes suivants :

a) Un circuit RLC avec comme paramètres physiques $R = 1$ [k Ω], $C = 33$ [nF], et $L = 1$ [μ H]



et

b) L'oscillateur masse ressort amorti (dashpot)



avec comme paramètres physiques $m = 0.2$ [kg], $k = 100$ [N/m] et $b = 0.01$ [Ns/rad].

1. Construire une représentation d'état en posant pour a) $x_1 = u_C$ et $x_2 = i_L$ et pour b) $x_1 = h$ et $x_2 = \dot{h}$.
2. Trouver une fonction de Lyapunov pour chacun des cas a) et b) basée sur l'énergie physique.

Exercice IV.2

1. A partir de la question IV.1, poser

$$z = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} x$$

et exprimer les fonctions de Lyapunov obtenues en IV.1 dans les variables z_1 et z_2 . Dessiner les courbes de niveau des fonctions de Lyapunov dans le plan x_1 - x_2 et dans le plan z_1 - z_2 .

2. Soit $R = 0.5$, estimer le plus grand $r > 0$ tel que

$$\forall x_0, \|x_0\| < r \Rightarrow \|\mathcal{X}(x_0, t)\| < R, \forall t$$

en considérant les normes suivantes :

- (a) $\|\cdot\|_{2,x} = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$
- (b) $\|\cdot\|_{1,x} = |x_1| + |x_2|$
- (c) $\|\cdot\|_{2,z} = \sqrt{z_1^2 + z_2^2}$
- (d) $\|\cdot\|_{1,z} = |z_1| + |z_2|$

Représenter dans chaque cas les 'boules' calculées.