Commande non linéaire

STI - Master

Série III

Dr. Ph. Müllhaupt

Exercice III.1

Au cours, nous avons vu que la sortie d'une non linéarité statique $y(t) = \phi(u(t))$ lorsque $u(t) = A\sin(\omega t)$ peut s'approximer par le premier harmonique :

$$y(t) \approx a_1 \cos(\omega t) + b_1 \sin(\omega t)$$

Démontrer que le gain équivalent N est dans ce cas donné par

$$N = \frac{1}{A}(b_1 + ja_1)$$

en procédant de la manière suivante :

- Poser $\sin(\omega t) = \frac{e^{j\omega t} - e^{-j\omega t}}{2j}$ et $\cos(\omega t) = \frac{e^{j\omega t} + e^{-j\omega t}}{2}$.
- Factoriser les termes devant $e^{j\omega t}$ et ceux devant $e^{-j\omega t}$. Les deux expressions résultantes doivent être nulles.
- Expliquer l'apparente contradiction.

Exercice III.2

Soit la non-linéarité statique

$$\phi(u) = u + (1-u)\left(\frac{1}{\pi}\arctan(\gamma(u-1)) + \frac{1}{2}\right) - (u+1)\left(\frac{1}{\pi}\arctan(-\gamma(u+1)) + \frac{1}{2}\right)$$

pour $\gamma = 1, 2, 3, 10$. Dessiner la caractéristique pour ces quatre cas.

Evaluer le gain équivalent en approximant les intégrales par des sommes. Par exemple pour b_1, l'expression

$$b_1 = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} y(t)\sin(\omega t)d(\omega t)$$

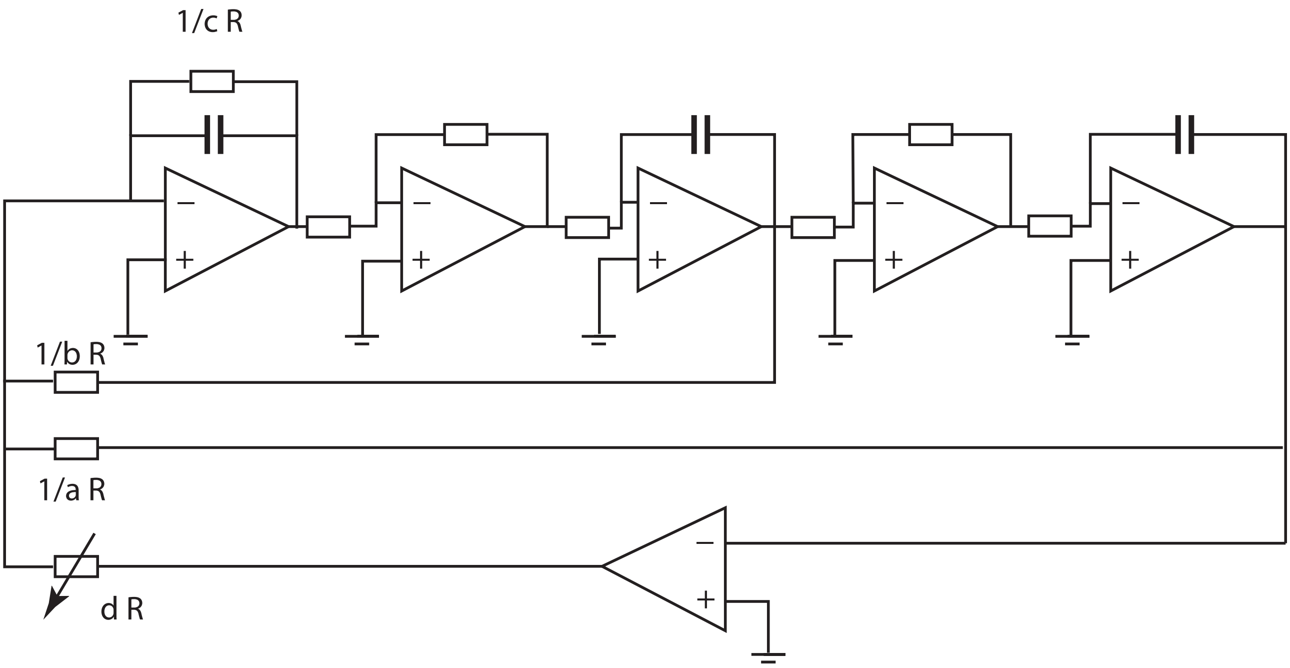
devient

$$b_1 \approx \frac{2}{N}\sum_{l=0}^{N-1} y\left(\frac{1}{\omega}\left(-\pi + \frac{2l\pi}{N}\right)\right)\sin\left(-\pi + \frac{2l\pi}{N}\right)$$

Représenter le gain équivalent $N = \frac{b_1}{A}$ en fonction de l'amplitude A, pour différentes valeurs de $N = 2, 10, 20, 100, 1000$. Comparer les résultats obtenus avec ceux d'une saturation pour laquelle $k = 1$ et $a = 1$.

Quel est l'avantage de la fonction ϕ proposée par rapport à la saturation ?

Exercice III.3



a) Modéliser le circuit électronique représenté ci-dessus. Toutes les capacités ont la même valeur, ainsi que les résistances. Une seule résistance est variable afin de modifier le comportement du circuit. Les valeurs numériques sont $a = 2.9$, $b = 1.8$, $c = 1.1$, $d \in [1; 2.5]$, $R = 1$ [kΩ] et $C = 33$ [nF].
b) Isoler la non-linéarité statique et la partie dynamique linéaire.
c) Analyser le comportement par la méthode du premier harmonique.
d) Déterminer la pulsation ω et l'amplitude A d'une éventuelle oscillation.
e) Simuler le circuit.