

Un exemple de mathématiques appliquées : le retrait des glaciers

M. Picasso ¹

Collaboration avec :

G. Jouvét ² J. Rappaz¹

H. Blatter ³ M. Funk ² M. Huss⁴

¹Institute of Mathematics
EPFL

²Laboratory of Hydraulics, Hydrology and Glaciology
ETHZ

³Institute for Atmospheric and Climate Science
ETHZ

⁴Department of Geosciences
University of Fribourg

Visite gymnasiens Bienne, EPFL, 4 juillet 2023

QS Ranking 2022

1	 Massachusetts Institute of Technology @Cambridge, United States	100		
2	 University of Oxford @Oxford, United Kingdom	99.5		
~3	 Stanford University @Stanford, United States	98.7		
~3	 University of Cambridge @Cambridge, United Kingdom	98.7		
5	 Harvard University @Cambridge, United States	98		
6	 California Institute of Technology @Pasadena, United States	97.4		
7	 Imperial College London @London, United Kingdom	97.3		
~8	 ETH Zurich - Swiss Federal Institute of... @Zürich, Switzerland	95.4		
~8	 UCL @London, United Kingdom	95.4		
10	 University of Chicago @Chicago, United States	94.5		
11	 National University of Singapore (NUS) @Singapore, Singapore	93.9		
12	 Nanyang Technological University... @Singapore, Singapore	90.8		
13	 University of Pennsylvania @Philadelphia, United States	90.7		
~14	 EPFL @Lausanne, Switzerland	90.2		

A quoi servent les mathématiques ?

- A plein de choses (avions, météo, intelligence artificielle,...).
- A construire notre esprit de sorte à pouvoir raisonner correctement (lois, juristes, scientifiques).
- Notre société a besoin de chercheurs dans le domaine des mathématiques:
 - Maths appliquées : utiliser les mathématiques pour résoudre des problèmes concrets.
 - Maths pures (ou fondamentales) : les maths pour les maths, parce que c'est beau...et qui vont servir un jour ou l'autre.

Quelques exemples de mathématiques pures

- Empilement de sphères en dimension 3, 8 et 24 [Wikipedia](#)
- Nombre premiers
 - Définition [Wikipedia](#)
 - Conjecture de Goldbach
 - Nombres premiers jumeaux

Un exemple de mathématiques appliquées : le retrait des glaciers

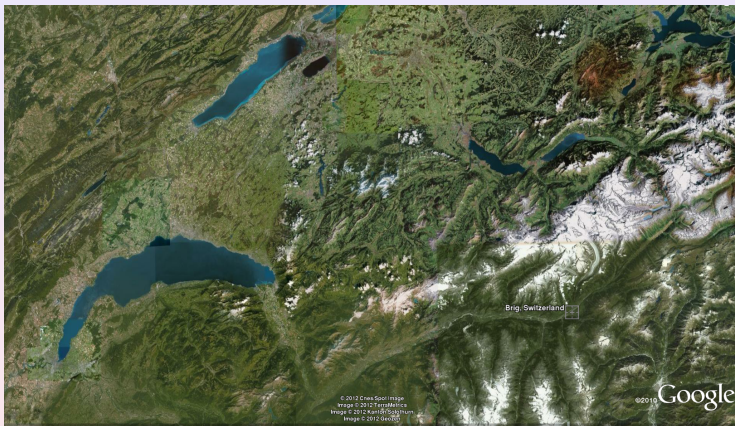
- Collaboration glaciologistes ETHZ.
- Important pour l'industrie hydro-électrique.
- Barrages en Suisse : 70 % de l'électricité produite en Suisse.
- Glaciers dans 100 ans ?

Le glacier d'Aletsch en 2100 ?



- 2009 animation, temperature increase 2 degrees.
- 2019 animation, RCP45 scenario, most plausible.
- 2019 animation, 2008-2018 scenario.
- A quoi ça sert?

Les Alpes



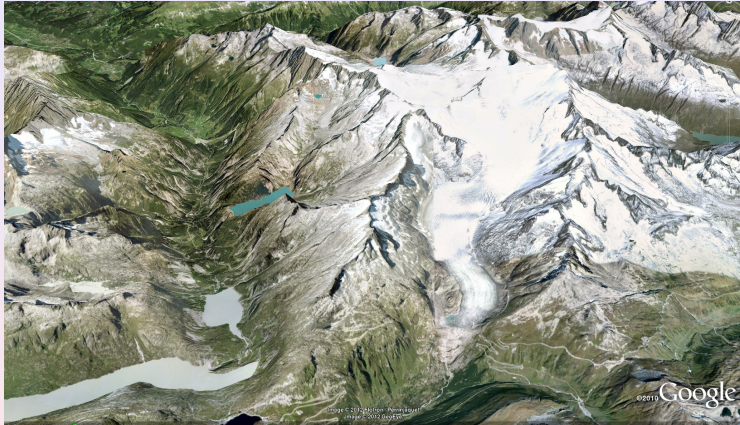
La vallée du Rhône



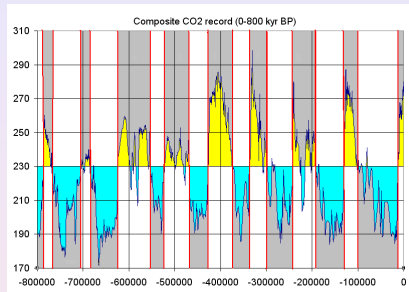
Les glaciers d'Aletsch et du Rhône







Les Alpes il y a 20 000 ans (Würm ice age)



Source: wikipedia

Simulation de -120 000 à aujourd'hui!

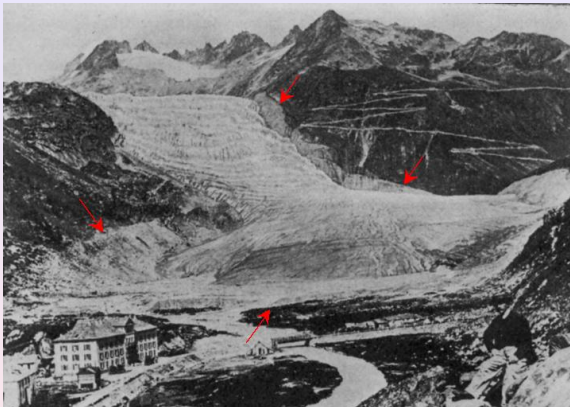
Source: Seguinot et al. Modelling last glacial cycle ice dynamics in the Alps, The Cryosphere, 2018

Le glacier du Rhône en 1850



Source: unifr.ch/geosciences/geographie/glaciers

Le glacier du Rhône en 1870



$$200 \text{ km} / 20\,000 \text{ years} = 10 \text{ m} / \text{year} = 200 \text{ m} / 20 \text{ years}$$

Le glacier du Rhône en 1900



Source: unifr.ch/geosciences/geographie/glaciers

Le glacier du Rhône en 1914



Source: unifr.ch/geosciences/geographie/glaciers

Le glacier du Rhône en 1925



Source: unifr.ch/geosciences/geographie/glaciers

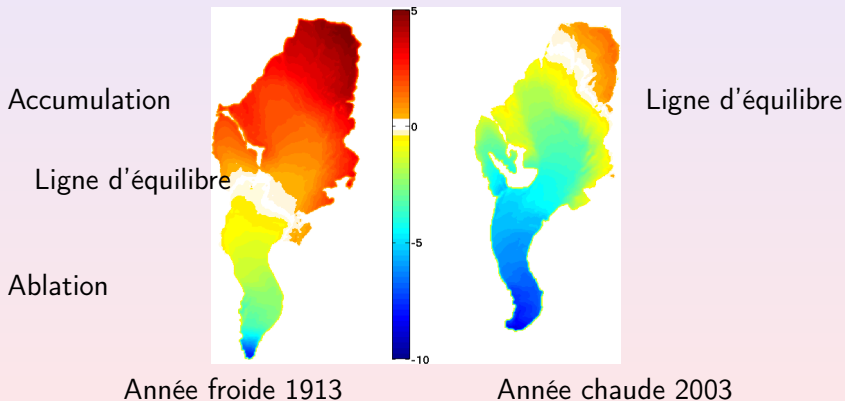
Le glacier du Rhône en 1985



Source: unifr.ch/geosciences/geographie/glaciers

Le modèle

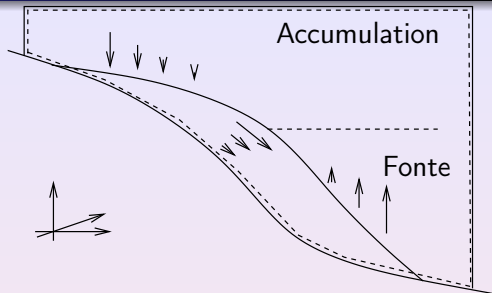
- La glace coule (si on la regarde longtemps): glacier de Trift, une photo par jour en 2003 (M. Funk), [Animation](#).
- Donnée climatique: mètres de glacier par année, 150 ans de mesures (Mercanton 1874).



Le modèle

Données climatiques : b.

Inconnues :
vitesse v et pression p ,
fraction de glace f .



$$\rho \frac{\partial v}{\partial t} + \rho(v \cdot \nabla)v - \operatorname{div} \left(2\mu \epsilon(v) \right) + \nabla p = \rho g,$$

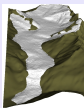
$$\operatorname{div} v = 0,$$

$$\frac{\partial f}{\partial t} + v \cdot \nabla f = b \delta_{\Gamma},$$

Sur l'interface glace/air Γ : $(2\mu \epsilon(v) - pl)n = 0$,

Le long du lit rocheux : la glace **glisse** ou adhère.

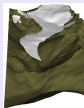
L'algorithme



1874



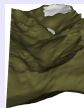
2008



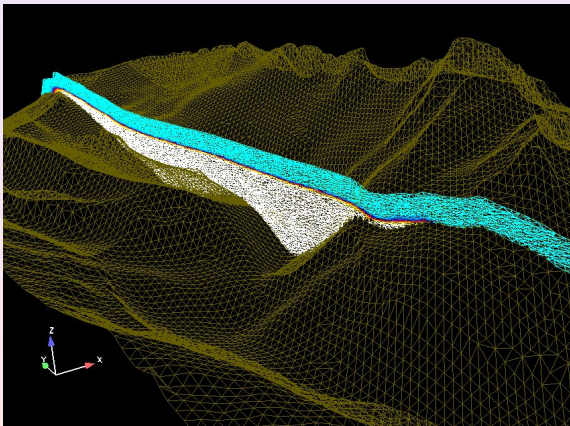
2050



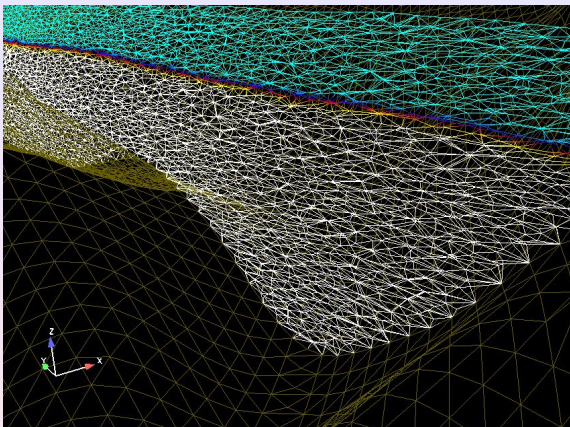
2075



2100



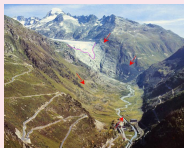
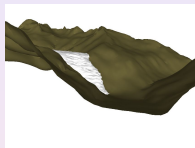
L'algorithme



Votre smartphone peut :

- effectuer 1 000 000 000 d'additions en une seconde,
- et possède 1 000 000 000 de cases libres pour mémoriser ces calculs !

Validation : glacier du Rhône en 1900, 1932, 1960, 1985

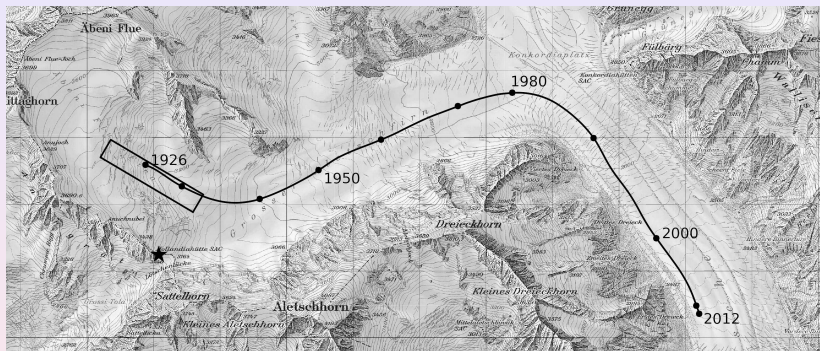


- Scénario climatique: augmentation de température de $+3.8^{\circ}\text{C}$, précipitations -6% : **Animation**.

Glacier d'Aletsch



- Le plus grand glacier alpin, 25% de la glace en Suisse, longueur 22 *km*, profondeur 900 *m*:
- Trois scénarios: **Animation**.



Le film

- Numerical simulation of Rhonegletscher from 1874 to 2100, G Jouvét, M Huss, H Blatter, M Picasso, J Rappaz, Journal of Computational Physics 228 (17), 6426-6439, 2009.
- Modelling the retreat of Grosser Aletschgletscher, Switzerland, in a changing climate, G Jouvét, M Huss, M Funk, H Blatter, 57 (206), 1033-1045, 2011.
- Modelling the trajectory of the corpses of mountaineers who disappeared in 1926 on Aletschgletscher, Switzerland, G Jouvét, M Funk, Journal of Glaciology 60 (220), 255-261, 2014.
- G Jouvét, M Huss, Future retreat of Great Aletsch Glacier, Journal of Glaciology 65 (253), 869-872, 2019.
- Glacial mystery movie: Guillaume Jouvét at <http://people.ee.ethz.ch/~jouvétg>
- Ice age movie: Julien Seguinot at <http://people.ee.ethz.ch/~juliens>