

SÉRIE 6

Exercice 1. Est-ce que les variables aléatoires suivantes sont discrètes ou continues ?

- (a) Le nombre de journées pluvieuses à Lausanne pendant le mois de mars.
- (b) La quantité de pluie tombée à Lausanne pendant le mois de mars.
- (c) Le nombre de problèmes que vous allez résoudre à l'examen.
- (d) Le nombre de points que vous allez obtenir à l'examen.
- (e) Le temps total que vous allez utiliser pour finir l'examen.

Exercice 2. Considérons la variable aléatoire X qui compte le nombre de voitures qui arrivent à un certain feu de circulation lorsqu'il est rouge.

- (a) Supposons qu'il y ait 800 voitures dans le quartier où le feu de circulation se trouve. Lorsque le feu est rouge, chacune d'entre elles arrive au feu avec la probabilité 0.02, indépendamment des autres voitures. La probabilité qu'une voiture en dehors du quartier arrive est considérée comme nulle. Quelle est la loi de X ?
- (b) Supposons que la loi de X est donnée par $\Pr(X = k) = e^{-16} 16^k / k!$ pour $k = 0, 1, 2, \dots$. Est-ce que c'est une des lois que vous avez vues en classe ? Est-ce que cette loi est une bonne approximation pour la situation décrite en (a) ?

Exercice 3. (i). On suppose que la taille, en centimètres, d'un homme âgé de 25 ans est une variable aléatoire distribuée selon la loi normale de paramètres $\mu = 175\text{cm}$ et $\sigma^2 = 36\text{cm}^2$. Parmi les hommes de 25 ans mesurant plus de 177 cm, quel pourcentage d'entre eux dépassent 180 cm ?

(ii). On suppose que la taille, en centimètres, d'un homme âgé de 25 ans est une variable aléatoire distribuée selon la loi exponentielle de paramètre $\lambda = 1/(175\text{cm})$. Parmi les hommes de 25 ans mesurant plus de 177 cm, quel pourcentage d'entre eux dépassent 180 cm ?

(iii). Voici un échantillon (fictif) de tailles d'hommes de 25ans. Selon vous, lequel des deux modèles (normal ou exponentiel) décrit le mieux cette variable ? Justifier.

162.5	162.7	170.5	170.9	174.3	174.7	177.1	177.2	184.0	184.6
165.3	165.5	165.7	166.4	167.6	168.8	168.9	169.0	169.8	170.5
171.5	171.9	171.9	172.1	172.5	172.5	173.0	173.3	173.4	173.7
175.0	175.1	175.5	175.6	175.8	175.8	175.9	176.2	176.9	176.9
177.2	177.3	177.6	177.8	178.5	179.6	181.4	182.2	183.0	183.9

Exercice 4. Nicole aimerait aller chez le coiffeur, mais elle n'arrive pas à se décider entre le coiffeur A et le coiffeur B. Alors elle jette un dé équilibré : si elle obtient un 5 ou un 6 elle va chez le coiffeur A, et si elle obtient un 1,2,3, ou 4 elle opte pour le coiffeur B. Supposons que le temps d'attente en minutes soit une variable aléatoire uniforme $U(0, 30)$ chez le coiffeur A et une variable aléatoire uniforme $U(0, 20)$ chez le coiffeur B.

- (a) Nicole a jeté un 5. Quelle est la probabilité qu'elle attende plus de 25 minutes ?
- (b) Calculez la probabilité que Nicole attende moins de 15 minutes.
- (c) Nicole attend plus de 15 minutes. Quelle est la probabilité qu'elle ait lancé un 4 ?

Exercice 5. Soit X une variable aléatoire suivant une loi exponentielle de paramètre $\lambda = 1$. Calculer la fonction de répartition puis la densité de la variable aléatoire $Y = \log X$.