

Quelle boîte ?



Boîte 1

$$P(B|1) = \frac{1}{2}$$



Boîte 2

$$P(B|2) = \frac{2}{3}$$

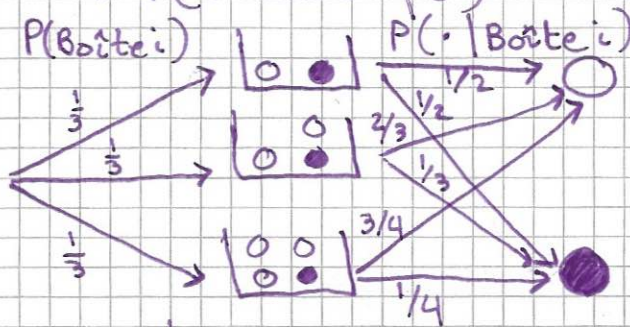


Boîte 3

$$P(B|3) = \frac{3}{4}$$

Intuition: Tirer une blanche est plus probable de la Boîte 3.

Calculons $P(\text{Boîte } i | B)$:



[Le diagramme montre les suppositions probabilistiques]

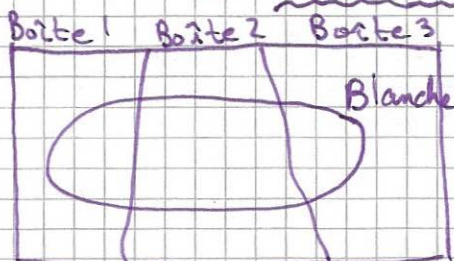
$$P(\text{Boîte } i | B) = \frac{P(\text{Boîte } i \text{ et } B)}{P(B)} \quad [\text{défn. prob. cond.}]$$

$$\Rightarrow P(\text{Boîte } i \text{ et } B) = P(B | \text{Boîte } i) P(\text{Boîte } i) \quad [\text{défn. prob. cond.}]$$

$$= \left(\frac{i}{i+1} \right) \left(\frac{1}{3} \right) \text{ pour } i=1, 2, 3$$

Quant au dénominateur $P(B)$:

Faisons une partition de l'espace fondamental en événements mutuellement exclusifs:



Afin de trouver $P(B)$, on fait l'addition des probabilités de chaque partie:

$$P(B) = P(B \text{ et } 1) + P(B \text{ et } 2) + P(B \text{ et } 3)$$

$$= P(B|1)P(1) + P(B|2)P(2) + P(B|3)P(3)$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} + \frac{2}{3} \times \frac{1}{3} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{3}$$

[substitution]

$$= \frac{6+8+9}{36} = \frac{23}{36}$$

[simplification]

$$P(i|B) = \frac{\frac{6}{36}}{\frac{23}{36}}$$

$$= \frac{6}{23}$$

$$P(2|B) = \frac{\frac{8}{36}}{\frac{23}{36}}$$

$$= \frac{8}{23}$$

$$P(3|B) = \frac{\frac{9}{36}}{\frac{23}{36}}$$

$$= \frac{9}{23} \quad [\approx 0.39]$$