

**Exercice 1** (a) De combien de manières peut-on arranger les 6 lettres (sans répétition de lettre) du mot MONDAY ? Par exemple, DAYNOB est l'un de ces arrangements.

(b) De combien de façons peut-on arranger 4 parmi les 6 lettres du mot MONDAY (sans répétition de lettre) ? Par exemple, DYMA est l'un de ces arrangements.

(c) Une agence de publicité compte 12 hommes et 8 femmes. Supposons que l'entreprise ait besoin de sélectionner une équipe de 5 membres pour travailler sur une publicité pour la nouvelle voiture hybride, Hyper Géo Métro 2023.

De combien de manières les hommes peuvent-ils constituer une majorité dans l'équipe ?

**Exercice 2** Une compagnie aérienne vend 200 billets pour un certain vol dont l'avion ne contient que 198 places, car en générale 1% des personnes ayant de billets manquent le départ du vol.

(a) Approximer la probabilité que chaque personne qui assiste au départ aura une place libre (ne pas oublier de spécifier toutes vos suppositions).

(b) Considérer un test permettant de diagnostiquer le cancer du rein. Le test détecte correctement lorsqu'un patient est atteint d'un cancer dans 90% des cas. De plus, si une personne n'a pas de cancer, le test l'indique correctement dans 99% des cas. Enfin, supposons que l'on sache qu'une personne sur 10'000 est atteinte d'un cancer du rein.

(i) Déterminer la probabilité qu'un patient soit atteint d'un cancer du rein, étant donné que le test l'indique.

(ii) Pensez-vous que ce test est un bon test à utiliser pour le dépistage dans la population ? Justifier votre réponse.

**Exercice 3** La densité conjointe (pdf) de 2 variables aléatoires  $X$  et  $Y$  est donnée par :

$$f(x, y) = c(4 - 2x - y) \text{ si } x > 0, y > 0, 2x + y < 4 \text{ (= 0 sinon)}.$$

(a) Trouver  $c$ .

(b)  $X$  et  $Y$  sont-elles indépendantes ?

(c) Trouver  $f_X(x)$ .

(d) Trouver  $E[X]$ .

(e) Trouver  $f_{Y|X}(Y | X = x)$ .

(f) Trouver  $P(Y \geq 2 | X = 1/2)$ .

**Exercice 4** Soit  $X_1, \dots, X_n$  variables aléatoires indépendantes de densité gamma with gamma density, paramètre de forme  $k = 3$  et paramètre d'échelle  $\theta$  inconnu :

$$f(x; \theta) = \frac{x^2 e^{-x/\theta}}{2\theta^3}, \quad x > 0 \text{ (= 0 sinon)}, \text{ où } \theta > 0.$$

Trouver :

(a)  $L(\theta)$  (vraisemblance / likelihood) ;

(b)  $\hat{\theta}_{EMV}$  (estimateur de maximum de vraisemblance / maximum likelihood estimator) ;

(c)  $J(\theta)$  (information observée).

(d)  $\hat{\theta}_{EMV}$  est-il non biaisé ? Justifier votre réponse.

(e) On a les données suivantes ( $n = 9$ ) : 5, 6, 13, 16, 5, 7, 9, 4, 7.

Donner un intervalle de confiance approximatif (asymptotique) à **87.5%** pour  $\theta$ .