

Notations

MATH-203(b) - Analyse III pour CGC, GC, SIE

autmone 2024

- On note $\mathbb{N}$ l'ensemble des nombres entiers $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$ et on notera parfois $\mathbb{N}_{\geq k} = \{n \in \mathbb{N} : n \geq k\}$.
- On note $\mathbb{Z}$ l'ensemble des nombres entiers relatifs $\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$.
- On note $\mathbb{Q}$ l'ensemble des nombres rationnels $\mathbb{Q} = \{\frac{a}{b} : a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0\}$.
- On note $\mathbb{R}$ l'ensemble des nombres réels.
- On note $\mathbb{C} = \{x + iy : x, y \in \mathbb{R}\}$ l'ensemble des nombres complexes.
- Pour $n \geq 2$, on note $\mathbb{R}^n = \underbrace{\mathbb{R} \times \dots \times \mathbb{R}}_{n \text{ fois}} = \{(x_1, \dots, x_n) : \forall 1 \leq i \leq n, x_i \in \mathbb{R}\}$.
Si $n = 2$, on écrit $(x_1, x_2) = (x, y)$ et si $n = 3$, on écrit $(x_1, x_2, x_3) = (x, y, z)$, c'est-à-dire, x n'est pas le vecteur, mais sa première composante.
- Si $\Omega \subset \mathbb{R}^n$, une fonction de Ω à valeur dans $\mathbb{R}$, $f: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$ est appelée un champ scalaire. Ω est le domaine de f , $\mathbb{R}$ son codomaine. L'image de f notée $\text{Im}(f)$ est l'ensemble $\text{Im}(f) = \{y \in \mathbb{R} : \exists x \in \Omega \text{ tel que } f(x) = y\} = f(\Omega)$.
Si Ω est ouvert, on écrit $f \in C^0(\Omega)$ si f est continue sur Ω , c'est-à-dire, f est continue en chaque point de Ω , et pour $k \geq 1$, on écrit $f \in C^k(\Omega)$ si toutes les dérivées d'ordre plus petit ou égal à k existent et sont continues.
- Si $\Omega \subset \mathbb{R}^n$, une fonction de Ω à valeur dans $\mathbb{R}^n$, $F: \Omega \rightarrow \mathbb{R}^n$ est appelé un champ vectoriel. On écrit alors $F = (F_1, \dots, F_n)$ avec $F_i: \Omega \rightarrow \mathbb{R}$. Ω est le domaine de F , $\mathbb{R}^n$ son le codomaine. L'image de F noté $\text{Im}(F)$ est l'ensemble $\text{Im}(F) = \{y = (y_1, \dots, y_n) \in \mathbb{R}^n : \exists x = (x_1, \dots, x_n) \in \Omega \text{ tel que } F(x) = y\} = F(\Omega)$.
Si Ω est ouvert, et $k \in \mathbb{N}$, on écrit $F \in C^k(\Omega, \mathbb{R}^n)$ si $F_i \in C^k(\Omega)$ pour tout $1 \leq i \leq n$.
- Pour $x = (x_1, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$, $|x|$ dénote la norme euclidienne standard : $|x| = \sqrt{\sum_{i=1}^n x_i^2}$.