

Exercice 1.

Exercice 4.7 du livre.

Exercice 2.

Exercice 4.10 du livre.

Exercice 3.

Soient $\Omega \subset \mathbb{R}^2$ un domaine régulier dont ν est la normale extérieure unité, et soit $f \in \mathcal{C}^0(\overline{\Omega})$. Montrer que le problème

$$\begin{aligned}\Delta u(x, y) - u(x, y) &= f(x, y) & (x, y) \in \Omega, \\ \text{grad}(u(x, y)) \cdot \nu(x, y) &= 0 & (x, y) \in \partial\Omega\end{aligned}$$

admet au plus une solution $u \in \mathcal{C}^2(\overline{\Omega})$.

Exercice 4.

Exercice 4.4 du livre.

Exercice 5.

Soit $F(x_1, x_2) = \frac{1}{x_1^2 + x_2^2}(-x_2, x_1)$ pour tout $(x_1, x_2) \in \Omega = \mathbb{R}^2 \setminus (0, 0)$ et soit Γ le cercle de centre 0 et de rayon 1 (orienté dans le sens trigonométrique). Déterminez lesquelles des affirmations suivantes sont correctes.

1. $\int_{\Gamma} F \cdot dl = 0$.
2. $\int_{\Gamma} F \cdot dl = 2\pi$.
3. S'il existe $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R} \in \mathcal{C}^1$ telle que $F = \text{grad}(f)$, alors $\int_{\Gamma} F \cdot dl = 0$.
4. Il n'existe pas de $f : \Omega \rightarrow \mathbb{R} \in \mathcal{C}^1$ telle que $F = \text{grad}(f)$.
5. $\text{rot}(F) = 0$.