

Exercice 1.

Montrer que la transformation $z \mapsto 1/z$ envoie des cercles sur des cercles ou des droites.

Indication: Il a été montré en cours qu'une droite passant par l'origine était transformée en une droite passant par l'origine, qu'une droite ne passant pas par l'origine était transformée en un cercle passant par l'origine et qu'un cercle passant par l'origine était transformé en une droite ne passant pas par l'origine. Il suffit donc ici de montrer qu'un cercle ne passant pas par l'origine est transformé en un cercle ne passant pas par l'origine.

Exercice 2.

Montrer qu'une application affine $z \mapsto az + b$, $a, b \in \mathbb{C}$ transforme les droites en droites et les cercles en cercles.

Exercice 3.

Montrer que les transformations de Möbius sont caractérisées par la donnée de trois points différents et de trois images différentes.

Exercice 4.

Exercice 13.3 du livre

Exercice 5.

Exercice 13.4 du livre

Exercice 6.

Soit $u : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2 \in \mathcal{C}^2$ telle que $\operatorname{rot}(u) = 0$ et soit $\rho > 0$. Montrer que l'équation

$$\rho(u \cdot \operatorname{grad})u + \operatorname{grad} p = 0$$

peut se réécrire comme

$$\operatorname{grad} \left(\frac{1}{2} \rho u \cdot u + p \right) = 0.$$