

Formulaire

- Le polynôme d'interpolation passant par les points $(0, y_0), (1, y_1), (2, y_2), \dots, (n, y_n)$ est

$$p(x) = y_0 + \frac{x}{1} \Delta y_0 + \frac{x(x-1)}{1 \cdot 2} \Delta^2 y_0 + \dots + \frac{x(x-1) \dots (x-n+1)}{1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n} \Delta^n y_0.$$

- Les formules de demi-angle sont:

$$\sin\left(\frac{x}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos(x)}{2}}, \quad \cos\left(\frac{x}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos(x)}{2}}.$$

- Les formules de transformation de produit de fonctions trigonométriques en somme sont:

$$\begin{aligned} \sin(x) \cdot \cos(y) &= \frac{1}{2} \cdot (\sin(x-y) + \sin(x+y)) \\ \sin(x) \cdot \sin(y) &= \frac{1}{2} \cdot (\cos(x-y) - \cos(x+y)) \\ \cos(x) \cdot \cos(y) &= \frac{1}{2} \cdot (\cos(x-y) + \cos(x+y)) \end{aligned}$$

- Les formules de transformation de somme de fonctions trigonométriques en produit sont:

$$\begin{aligned} \sin(u) + \sin(v) &= 2 \cdot \sin\left(\frac{u+v}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{u-v}{2}\right) \\ \cos(u) + \cos(v) &= 2 \cdot \cos\left(\frac{u+v}{2}\right) \cdot \cos\left(\frac{u-v}{2}\right) \\ \cos(u) - \cos(v) &= -2 \cdot \sin\left(\frac{u+v}{2}\right) \cdot \sin\left(\frac{u-v}{2}\right) \end{aligned}$$

- Les dérivées des fonctions trigonométriques inverses sont:

$$\arcsin'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad \arccos'(x) = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}, \quad \arctan'(x) = \frac{1}{1+x^2}$$

- La série de Taylor en x_0 d'une fonction f est:

$$f(x) = f(x_0) + \frac{(x-x_0)}{1!} f'(x_0) + \frac{(x-x_0)^2}{2!} f''(x_0) + \frac{(x-x_0)^3}{3!} f'''(x_0) + \dots$$

- Pour toute valeur de t réelle, on a:

$$\cosh(t) = \frac{e^t + e^{-t}}{2} \quad \text{et} \quad \sinh(t) = \frac{e^t - e^{-t}}{2}.$$

- Les formules du demi-argument pour les fonctions hyperboliques sont:

$$\sinh\left(\frac{x}{2}\right) = \pm \sqrt{\frac{\cosh(x) - 1}{2}}, \quad \cosh\left(\frac{x}{2}\right) = \sqrt{\frac{\cosh(x) + 1}{2}}.$$

- Les dérivées des fonctions hyperboliques inverses sont:

$$\operatorname{arsinh}'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 + 1}}, \quad \operatorname{arcosh}'(x) = \frac{1}{\sqrt{x^2 - 1}}, \quad \operatorname{artanh}'(x) = \frac{1}{1 - x^2}.$$

- Le centre (x_0, y_0) du cercle osculateur au point $(x(a), y(a))$ d'une courbe paramétrée $(x(t), y(t))$ est donné par:

$$x_0 = x(a) - \frac{y'(a)(x'(a)^2 + y'(a)^2)}{x'(a)y''(a) - x''(a)y'(a)}, \quad y_0 = y(a) + \frac{x'(a)(x'(a)^2 + y'(a)^2)}{x'(a)y''(a) - x''(a)y'(a)},$$

et son rayon est:

$$r = \frac{(x'(a)^2 + y'(a)^2)^{\frac{3}{2}}}{|x'(a)y''(a) - x''(a)y'(a)|}.$$

- La représentation paramétrique $(x(t), y(t))$ de la développante de la courbe $(f(t), g(t))$ au point $(f(t_0), g(t_0))$ est donnée par:

$$x(t) = f(t) - \frac{f'(t) \cdot \int_{t_0}^t \sqrt{f'(s)^2 + g'(s)^2} \, ds}{\sqrt{f'(t)^2 + g'(t)^2}}, \quad y(t) = g(t) - \frac{g'(t) \cdot \int_{t_0}^t \sqrt{f'(s)^2 + g'(s)^2} \, ds}{\sqrt{f'(t)^2 + g'(t)^2}}.$$

- L'aire latérale de la surface de révolution engendrée par la courbe $(x(t), 0, z(t))$ pour t allant de a à b est:

$$A_{\text{lat}} = 2\pi \cdot \int_a^b x(t) \cdot \sqrt{x'(t)^2 + z'(t)^2} \, dt$$

- Le volume du solide de révolution engendré par la rotation de la courbe $(x(t), 0, z(t))$ autour de Oz et pour t allant de a à b est:

$$V = \pi \cdot \int_a^b x(t)^2 \cdot z'(t) \, dt.$$