

1. dimension: 2  
base: par exemple  $\{(1, -2, 1, 0), (-1, 1, 0, 1)\}$  ou  $\{(1, 0, -1, -2), (0, 1, -1, -1)\}$
2.  $\dim(W_1) = 2$ , base: par exemple  $\{(1, 1, 0), (0, 0, 1)\}$   
 $\dim(W_2) = 2$ , base: par exemple  $\{(1, 0, 2), (0, 1, -1)\}$
3. a)  $\text{rang}(A) = 3$   
b) Par exemple  $\{(1, 2, 1, 3, 5), (2, -1, -3, 0, 3), (3, 0, -3, 2, 7)\}$ , base formée des trois lignes de  $A$   
ou  $\{(1, 0, -1, 0, 1), (0, 1, 1, 0, -1), (0, 0, 0, 1, 2)\}$ , base formée des trois lignes de la matrice échelonnée-réduite associée.  
c) Par exemple  $\{(1, 2, 3), (2, -1, 0), (3, 0, 2)\}$ .  
d)  $\dim(\text{Nul}A) = 2$ , base:  $\{(1, -1, 1, 0, 0), (-1, 1, 0, -2, 1)\}$
4.  $\dim(\text{Lgn}(A)) = 3$ , base:  $\{(1, 0, 0, 1), (0, 1, 0, -1), (0, 0, 1, 1)\}$   
 $\dim(\text{Nul}(A)) = 1$ , base:  $\{(-1, 1, -1, 1)\}$   
 $\dim(\text{Col}(A)) = 3$ , base:  $\{(1, 0, 0, 1), (1, 1, 0, 2), (0, 1, 1, 2)\}$   
 $\dim(\text{Lgn}(B)) = 3$ , base:  $\{(1, 0, 0, 0), (0, 1, 1, 0), (0, 0, 0, 1)\}$   
 $\dim(\text{Nul}(B)) = 1$ , base:  $\{(0, -1, 1, 0)\}$   
 $\dim(\text{Col}(B)) = 3$ , base:  $\{(1, 0, 0, 0), (0, 1, 1, 0), (0, 0, 0, 1)\}$
5. un sous-espace vectoriel de  $\mathbb{R}^3$  de dimension 1
6.  $a = 1$
7.  $[p]_B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix}$
8. a) F                      b) V                      c) V
9. a) V                      b) F                      c) V
10. dimension: 2  
base: par exemple  $\{(1, -2, 1, 0), (2, -3, 0, 1)\}$
11.  $\dim(W) = 2$
12. c)  $[p]_B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{bmatrix}$   
d) Ajouter par exemple  $p_4(x) = x^3$

- 13.** Les polynômes sont linéairement indépendants si  $\lambda \in \mathbb{R} \setminus \{\frac{1}{2}, -1\}$ .  
Les polynômes ne forment pas une base de  $\mathbb{P}_3$ .
- 14.** **a)**  $\text{rang}(A) = 2$   
**b)**  $\{(1, 0, 2, 5, -3), (0, 1, -1, -2, 1)\}$   
**c)**  $\{(1, 2, 1), (2, 3, 0)\}$   
**d)**  $\dim(\text{Nul}A) = 3$ , base:  $\{(-2, 1, 1, 0, 0), (-5, 2, 0, 1, 0), (3, -1, 0, 0, 1)\}$
- 15.**  $\dim(\text{Lgn}(A)) = 2$ , base:  $\{(1, 0, 1), (0, 1, 0)\}$   
 $\dim(\text{Nul}(A)) = 1$ , base:  $\{(-1, 0, 1)\}$   
 $\dim(\text{Col}(A)) = 2$ , base:  $\{(1, 2, 3), (1, 3, 4)\}$   
 $\dim(\text{Lgn}(B)) = 2$ , base:  $\{(1, 1, 0, -1), (0, 0, 1, 2)\}$   
 $\dim(\text{Nul}(B)) = 2$ , base:  $\{(-1, 1, 0, 0), (1, 0, -2, 1)\}$   
 $\dim(\text{Col}(B)) = 2$ , base:  $\{(1, 2, 2, 0), (1, 3, 2, 1)\}$   
 $\dim(\text{Lgn}(C)) = 3$ , base:  $\{(1, 0, 1, 0, 1), (0, 1, 1, 0, 2), (0, 0, 0, 1, 0)\}$   
 $\dim(\text{Nul}(C)) = 2$ , base:  $\{(-1, -1, 1, 0, 0), (-1, -2, 0, 0, 1)\}$   
 $\dim(\text{Col}(C)) = 3$ , base:  $\{(1, 2, 3, 1), (4, 3, 1, 0), (0, 1, 6, 0)\}$