

En classe

1. Déterminer la solution générale (si elle existe) des systèmes d'équations linéaires suivants:

$$\text{a) } \begin{cases} x + z = 0 \\ 2x + y + u = -5 \\ x + 2y - u = 2 \\ y + z + u = 1 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} 2x + y + 4z - 2u = 1 \\ x + 3y - 2z + 2u = 4 \\ 3x + 4y + 2z = 0 \\ x - 2y + 6z - 4u = 7 \end{cases}$$

2. Déterminer la solution générale (si elle existe) des systèmes d'équations linéaires associés aux matrices augmentées suivantes:

$$\text{a) } \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 1 & 5 \end{array} \right] \quad \text{b) } \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \end{array} \right] \quad \text{c) } \left[ \begin{array}{ccc|c} 1 & 0 & 3 & 7 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right]$$

3. Le système d'équations linéaires

$$\begin{cases} x + 2y + 2z = 18 \\ x + 2y + z = 13 \\ x + y = 5 \end{cases}$$

possède une solution unique telle que

☐  $y = 1$

☐  $y = 2$

☐  $y = 3$

☐  $y = 4$

4. Le système d'équations linéaires

$$\begin{cases} x - y + z - u = 3 \\ 2x + y + 5z + 4u = 2 \\ x + 2z + u = c \end{cases}$$

possède des solutions seulement si

☐  $c = -\frac{5}{3}$

☐  $c = -\frac{3}{5}$

☐  $c = \frac{3}{5}$

☐  $c = \frac{5}{3}$

5. Lors de l'échelonnement de la matrice

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 3 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \end{bmatrix},$$

la colonne qui ne possède pas de pivot est la

☐ première

☐ deuxième

☐ troisième

☐ quatrième

6. Déterminer si les affirmations suivantes sont vraies ou fausses et justifier votre réponse:
- a) Un système d'équations linéaires à trois équations et cinq inconnues est forcément consistant.
  - b) Tout système d'équations linéaires à trois équations et deux inconnues est inconsistant.
  - c) Si une matrice échelonnée possède trois coefficients principaux, alors le troisième coefficient principal se trouve sur la troisième colonne.
  - d) Si une matrice échelonnée possède trois coefficients principaux, alors le troisième coefficient principal se trouve sur la troisième ligne.

## A domicile

7. Déterminer la solution générale du système d'équations linéaires suivant:

$$\begin{cases} 3x + y - 2z + 4u = 3 \\ x + 2y - z + 7u = -3 \\ 2x + 2y + z + 3u = 3 \\ x - y - z + u = 0 \end{cases}$$

8. Montrer que le système d'équations linéaires suivant n'a pas de solution:

$$\begin{cases} 2x + y + z = 1 \\ x - 2y - z - u = 3 \\ x + 3y + 2z + u = 5 \\ 3x + 4y + 3z + 3u = 7 \end{cases}$$

9. Considérer le système d'équations linéaires suivant:

$$\begin{cases} 5x + 8y + 7z = a \\ -2x + y - 7z = -2 \\ x + y + 2z = 1 \end{cases}$$

où  $a$  est un nombre réel.

Pour quelle valeur de  $a$  le système ci-dessus a-t-il au moins une solution ?

10. Trouver le polynôme de degré 2 de la forme  $f(t) = at^2 + bt + c$  dont le graphe passe par les points  $(1, -1)$ ,  $(2, 3)$  et  $(3, 13)$ . Esquisser le graphe de ce polynôme.

---

### Réponses:

---

Voir site Moodle:

<https://moodle.epfl.ch/course/view.php?id=14100>

---