

1. a) A possède deux valeurs propres:
 - $\lambda = -2$ de multiplicité $m_{-2} = 1$ et espace propre associé $E_{-2} = \text{Vect}\{(1, -3, -3)\}$
 - $\lambda = 3$ de multiplicité $m_3 = 2$ et espace propre associé $E_3 = \text{Vect}\{(-1, 1, 0), (1, 0, 1)\}$b) A est diagonalisable
2. a) B possède deux valeurs propres:
 - $\lambda = 0$ de multiplicité $m_0 = 1$ et espace propre associé $E_0 = \text{Vect}\{(-2, -2, 1)\}$
 - $\lambda = 2$ de multiplicité $m_2 = 2$ et espace propre associé $E_2 = \text{Vect}\{(0, 0, 1)\}$b) B n'est pas diagonalisable
3. a) C possède deux valeurs propres:
 - $\lambda = 4$ de multiplicité $m_4 = 1$ et espace propre associé $E_4 = \text{Vect}\{(1, 1)\}$
 - $\lambda = 6$ de multiplicité $m_6 = 1$ et espace propre associé $E_6 = \text{Vect}\{(-1, 1)\}$b) C est diagonalisable
4. $A^5 = \begin{bmatrix} -30 & -31 \\ 62 & 63 \end{bmatrix}$
5. T possède deux valeurs propres:
 - $\lambda = 0$ de multiplicité $m_0 = 1$ et espace propre associé $E_0 = \text{Vect}\left\{\begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\right\}$
 - $\lambda = 2$ de multiplicité $m_2 = 3$ et espace propre associé $E_2 = \text{Vect}\left\{\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right\}$
6. les valeurs propres de A sont 2 et -2
7. AB est diagonalisable si A et B ont les mêmes vecteurs propres
8. AB est toujours diagonalisable
9. a) F b) F c) V
10. B et C sont diagonalisables
11. a) La matrice A possède trois valeurs propres:
 - $\lambda = 1$ de multiplicité $m_1 = 1$ et espace propre associé $E_1 = \text{Vect}\{(-1, 1, 1, 0)\}$
 - $\lambda = 5$ de multiplicité $m_5 = 1$ et espace propre associé $E_5 = \text{Vect}\{(1, 0, 0, 0)\}$
 - $\lambda = -3$ de multiplicité $m_{-3} = 2$ et espace propre associé $E_{-3} = \text{Vect}\{(-1, 0, 2, 2)\}$b) La matrice A n'est pas diagonalisable

12. B n'est pas diagonalisable

13. a) valeurs propres: $b, 1$

Si $b = 1$, espace propre: $E_1 = \text{Vect}\{(1, -1, 0), (0, 0, 1)\}$

Si $b \neq 1$, espaces propres: $E_1 = \text{Vect}\{(1 - b, 0, 1 + b)\}$, $E_b = \text{Vect}\{(1, -1, 0), (0, 0, 1)\}$

b) La matrice est diagonalisable si $b \neq 1$.

14. a) $A^5 = \begin{bmatrix} 125 & 186 \\ -62 & -92 \end{bmatrix}$

b) $B^6 = \begin{bmatrix} -64 & 256 \\ -32 & 128 \end{bmatrix}$

15. $C^4 = \begin{bmatrix} 1 & -26 & 27 \\ 15 & 42 & -27 \\ 2 & -52 & 54 \end{bmatrix}$

16. T possède trois valeurs propres:

- $\lambda = 1$ de multiplicité $m_1 = 2$ et espace propre associé

$$E_1 = \text{Vect}\left\{\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}\right\}$$

- $\lambda = -1$ de multiplicité $m_{-1} = 1$ et espace propre associé

$$E_{-1} = \text{Vect}\left\{\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\right\}$$

- $\lambda = -2$ de multiplicité $m_{-2} = 1$ et espace propre associé

$$E_{-2} = \text{Vect}\left\{\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}\right\}$$