

Injectivité, surjectivité et bijectivité

Exemples

T_1 : non surjective car $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \notin \text{Im}(T_1)$

non injective car $T_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} = T_1 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

T_2 : surjective car si $\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^2$, alors

$$T_2 \begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

non injective car $T_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = T_2 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

T_3 : non surjective car $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \notin \text{Im}(T_3)$

non injective car $T_3 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = T_3 \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

T_4 : surjective car si $\begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$, alors

$$T_4 \begin{pmatrix} z \\ y \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

injective car si $T_4 \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = T_4 \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}$, alors

$$\begin{pmatrix} z \\ y \\ x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z' \\ y' \\ x' \end{pmatrix}, \text{ donc } \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x' \\ y' \\ z' \end{pmatrix}.$$

En résumé :

	inj.	surj.	bij.	matrice associée
T_1	non	non	non	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$
T_2	non	Oui	non	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}_{2 \times 3}$
T_3	non	non	non	$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$
T_4	Oui	Oui	Oui	$\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}_{3 \times 3}$
T_5	Oui	non	non	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}_{3 \times 2}$

$$T_5 : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^3$$

$$\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \longmapsto \begin{pmatrix} x \\ y \\ 0 \end{pmatrix}$$