Considérons $T : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$

$\vec{x} \longmapsto A\vec{x}$ avec

$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

- $\operatorname{Ker}(T) = \{ \vec{x} \in \mathbb{R}^3 \mid T(\vec{x}) = \vec{0} \}$

$$A\vec{x} = \vec{0} \iff \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\iff \begin{cases} x_1 = 0 \\ x_2 = 0 \\ x_3 \text{ libre} \end{cases}$$

Donc $\operatorname{Ker}(T) = \left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ t \end{pmatrix} \mid t \in \mathbb{R} \right\}$

$= \operatorname{span}\left\{ \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\}$

- $\operatorname{Im}(T) = \{ T(\vec{x}) \mid \vec{x} \in \mathbb{R}^3 \} \subseteq \mathbb{R}^2$

Soit $\vec{x} = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$. Alors $T(\vec{x}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix}$

$= \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}$

T est surjective, donc $\operatorname{Im}(T) = \mathbb{R}^2$