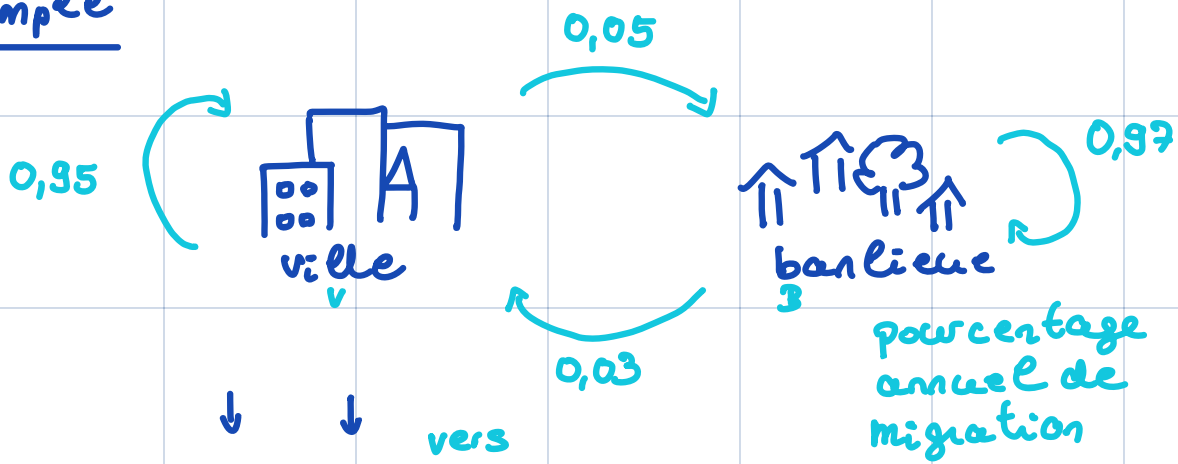


## Exemple



$$M = \begin{pmatrix} 0,95 & 0,03 \\ 0,05 & 0,97 \end{pmatrix}$$

vers v B  
 depuis v B

matrice "stochastique"

|                                                                 |                             |         |
|-----------------------------------------------------------------|-----------------------------|---------|
| $\vec{v} = \begin{pmatrix} 600\ 000 \\ 400\ 000 \end{pmatrix}$  | pop. ville<br>pop. banlieue | en 2017 |
| $M\vec{v} = \begin{pmatrix} 582\ 000 \\ 418\ 000 \end{pmatrix}$ | pop. ville<br>pop. banlieue | 2018    |

"vecteur d'état"

la situation va se stabiliser. On aura 62,5% de la pop. en banlieue.

$$\det \begin{pmatrix} 0,95-\lambda & 0,03 \\ 0,05 & 0,97-\lambda \end{pmatrix} = \lambda^2 - 1,92\lambda + 0,92$$

$$\lambda = \frac{1,92 \pm \sqrt{1,92^2 - 4 \cdot 1 \cdot 0,92}}{2} = \begin{cases} \lambda_1 = 1 & (\vec{v}_1) \\ \lambda_{\text{geg}} = 0,92 & (\vec{v}_2) \end{cases}$$

Base de vecteurs propres  $\vec{v}_1 = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$   $\vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

$$\underline{\vec{x}_0} = \begin{pmatrix} 0,6 \\ 0,4 \end{pmatrix} = \alpha_1 \vec{v}_1 + \alpha_2 \vec{v}_2 = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 5 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \alpha_1 \\ \alpha_2 \end{pmatrix}$$

$$M \vec{v}_1 = \vec{v}_1$$

$$17\vec{v}_2 = 0,92\vec{v}_2$$

$$\begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix} = P^{-1} \vec{x}_0 = P^{-1} \begin{pmatrix} 0,6 \\ 0,4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,125 \\ 0,225 \end{pmatrix}$$

$$\vec{x}_1 = M \vec{x}_0 = M (\alpha_1 \vec{v}_1 + \alpha_2 \vec{v}_2) = \alpha_1 \vec{v}_1 + \alpha_2 \cdot 0,92 \vec{v}_2$$

$$\vec{x}_2 = M \vec{x}_1 = M ( \quad ) = \alpha_1 \vec{v}_1 + \alpha_2 \cdot 0,92^2 \vec{v}_2$$

$$\vdots$$

$$\vec{x}_k = M \vec{x}_{k-1} = \alpha_1 \vec{v}_1 + \alpha_2 \cdot 0,92^k \vec{v}_2 \rightarrow \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Pour  $k$  très grand,  $0,92^k \rightarrow 0$  et  $\vec{x}_k$  tend vers

$$\vec{x}_k = \alpha_1 \vec{v}_1 = 0,125 \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,375 \\ 0,625 \end{pmatrix} \begin{matrix} \leftarrow \text{en ville} \\ \leftarrow \text{en banlieue} \end{matrix}$$