

Algèbre linéaire - GC, SC, SIE

Sébastien Basterrechea
sebastien.basterrechea@epfl.ch

EPFL

2024-25

- 2006 - 2011 : Bachelor + Master EPFL en mathématiques pures
- 2011 - 2015 : Doctorat EPFL en Analyse mathématique, assistant principal pour les cours Analyse III-IV pour MA.
- 2017 - 2023 : Maître d'enseignement à la HEG-Genève et la HEIG-Vaud (Hautes Ecoles Supérieures)
- 2018 - ??? : Enseignant à l'EPFL (Cours Euler, cours de 1er et 2e année, MAN)

Déroulement du cours

- Cours en salle : la matière nécessaire à la résolution des exercices
 - > Prises de notes depuis le tableau noir
 - > cours filmé, streamé et posté sur Mediaspace
- Exercices : C'est là que vous **comprendrez vraiment la matière !**
"C'est en forgeant qu'on devient forgeron"
 - > Séries + corrigés sur Moodle
- Examen blanc : autour de la semaine 10, **ne compte pas, n'apporte pas de bonus**
- Examen final : Concerne tout ce qui a été abordé au cours ou aux exercices
Aucun document autorisé
Questions ouvertes, V/F +1/-1, QCM +3/-1

Organisation du cours et exercices

Cours :

- mardi 13h15 - 14h00, Co 2
- jeudi 14h15 - 16h00, Co 3

Exercices

- jeudi 16h15 - 18h00
- répartition **indicative** :

Salle	Etudiants
GR C0 01	Etudiants SIE
GC D0 386	Etudiants SC (Nom de famille A -> L)
GC A1 416	Etudiants SC (Nom de famille M -> Z)
CM 0 9	Etudiants GC (Nom de famille A -> H)
CM 0 10	Etudiants GC (Nom de famille I -> Z)

ALGEBRE LINEAIRE

ALGEBRE

C'est l'art de **manipuler des symboles** pour résoudre des problèmes (des équations)

- $4x = 9 + 3x \implies x = 9$

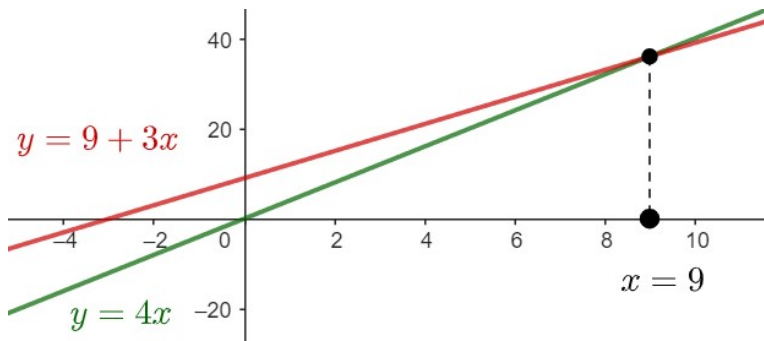
- $x^2 - 2x - 3 = 0 \implies x = -1 \text{ et } x = 3$

- $\begin{cases} x + y = 0 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases} \implies x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}, y = \mp \frac{\sqrt{2}}{2}.$

L'ALGÈBRE

Liens intéressants avec la **géométrie** :

- $4x = 9 + 3x \implies x = 9$

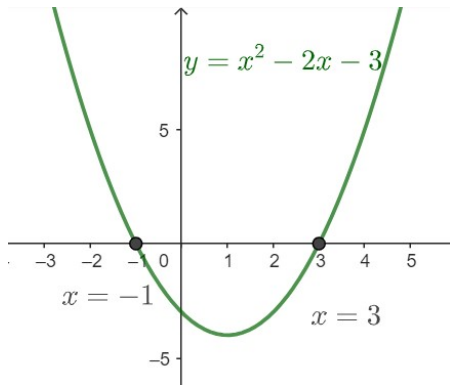


La solution est l'intersection de deux droites.

L'ALGÈBRE

Liens intéressants avec la **géométrie** :

• $x^2 - 2x - 3 = 0 \implies x = -1 \text{ et } x = 3$

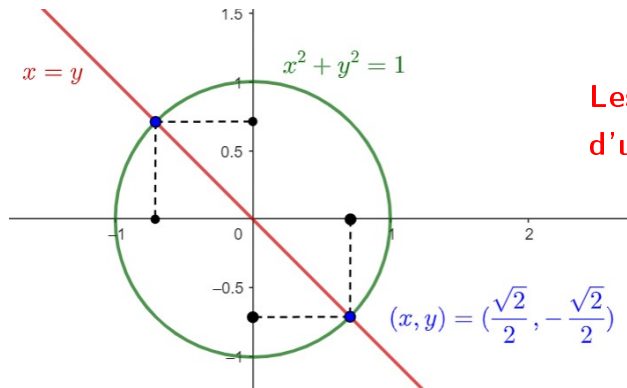


**Les solutions sont l'intersection
d'une droite et d'une parabole.**

L'ALGEBRE

Liens intéressants avec la **géométrie** :

$$\bullet \begin{cases} x + y = 0 \\ x^2 + y^2 = 1 \end{cases} \implies x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2}, y = \mp \frac{\sqrt{2}}{2}.$$



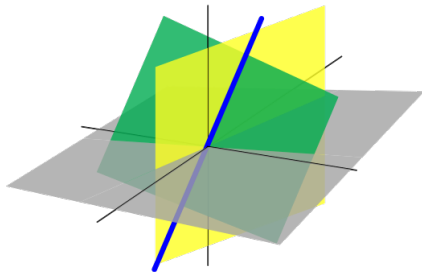
Les solutions sont l'intersection
d'une droite et d'un cercle.

L'ALGEBRE

Une famille très spéciale d'équations : **les équations linéaires (ou du 1er degré)**

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

Qui correspondent à **des droites, des plans et leurs équivalents en dimension supérieure.**



L'ALGÈBRE

Une famille très spéciale d'équations : **les équations linéaires (ou du 1er degré)**

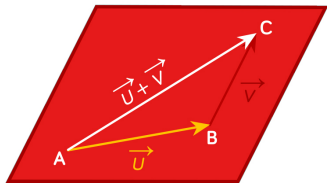
$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n = b_1 \\ \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n = b_m \end{cases}$$

Leur étude aboutit à la découverte de deux champs des mathématiques, a priori disjoints :

1. Le calcul matriciel

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & & \vdots & \\ a_{m1} & a_{m2} & \cdots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

2. La géométrie vectorielle



ALGEBRE

C'est l'art de **manipuler des symboles** pour résoudre des problèmes (des équations)

ALGEBRE LINEAIRE

C'est l'**étude des transformations linéaires**, représentées par des matrices, dans des espaces vectoriels.

L'algèbre linéaire est utilisée dans de nombreux domaines :

- Théorie des jeux (e.g. payoff matrices)
- Logistique et optimisation (e.g. algorithme du simplex)
- Machine learning et IA (régressions linéaire et logistique, neural networks, etc.)
- Finance (e.g. modèles économiques)
- Physique
- Génétique
- Dans d'autres branches des mathématiques

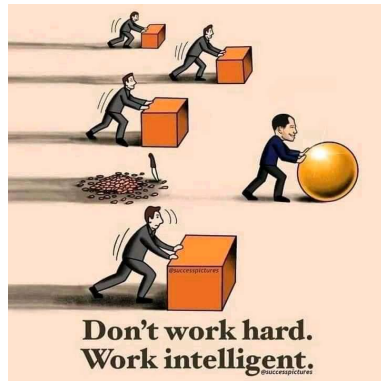
AVERTISSEMENT !



Il y aura beaucoup de matière ! Ne prenez pas de retard !

Travailler efficacement !

- Travailler **régulièrement** et être acteur dans son apprentissage.
- **COMPRENDRE** les maths **pour mieux RESOUDRE** les exercices sans regarder la solution !
- **Poser des questions** (au prof, sur le forum, au exercices, à vos camarades).





EXTERNAL TOOL

Ed Discussion forum - MATH-111(a) 

Règles d'utilisation du forum et des réponses aux questions

- 1 **Posez vos questions pour tout le monde** : sur le forum, pas par email.
- 2 **Une réponse par exercice**
- 3 **Essayez de résoudre les exercices** : envoyez une tentative de rédaction écrite scannée/photographiée.



CHAPITRE 18 EX 38

par [redacted], mardi 15 décembre 2020, 17:42

Monsieur,

Mes camarades et moi n'arrivons pas à trouver la solution de cet exercice. Pourriez-vous nous envoyer un développement car nous avons 2 semaines de vacances et cela pourrait nous aider à s'entraîner.

[redacted]

[Permalien](#)

[Modifier](#)

[Supprimer](#)

[Répondre](#)

[Exporter vers le portfolio](#)





CHAPITRE 18 EX 38

par [REDACTED] mardi 15 décembre 2020, 17:42

Monsieur,

Mes camarades et moi n'arrivons pas à trouver la solution de cet exercice. Pourriez-vous nous envoyer un développement car nous avons 2 semaines de vacances et cela pourrait nous aider à s'entraîner.

[REDACTED]

[Permalien](#)

[Modifier](#)

[Supprimer](#)

[Répondre](#)

[Exporter vers le portfolio](#)



EXERCICES 15.C) ET 18.C.)

par [REDACTED], dimanche 15 novembre 2020, 22:20

Bonsoir Monsieur,

J'espère que vous allez bien.

Ci-joint vous trouverez mes versions des exercices 15.c.) et 18.c.). Je n'arrive pas au résultat du corrigé, et j'aimerais si possible connaître la raison de mes erreurs.

Je vous remercie d'avance !

Bonne soirée.

Avec mes cordiales salutations.

[REDACTED]

 Documents scannés (1).pdf +

 Documents scannés.pdf +





EXERCICES 15.C) ET 18.C.)

par [REDACTED], dimanche 15 novembre 2020, 22:20

Bonsoir Monsieur,

J'espère que vous allez bien.

Ci-joint vous trouverez mes versions des exercices 15.c.) et 18.c.) Je n'arrive pas au résultat du corrigé, et j'aimerais si possible connaître la raison de mes erreurs.

Je vous remercie d'avance !

Bonne soirée.

Avec mes cordiales salutations.

[REDACTED]

 Documents scannés (1).pdf +

 Documents scannés.pdf +



RE: EXERCICE 24 PAGE 207

par [Basterrechea Sébastien](#), dimanche 29 novembre 2020, 00:28

Bonsoir [REDACTED],

J'ai observé deux fautes :

1. D'une part, le multiplicateur 2 est multiplié à la mauvaise variable : s'il y a "deux fois plus de perceuses que de visseuses", il faut multiplier par 2 le nombre de visseuses.
2. Vous avez combiné les deux inéquations de contraintes, mais avez oublié d'en récupérer une. Si vous commencez avec deux inéquations, il faut finir avec deux inéquations, et tracer deux droites.

Bon dimanche,

S.B.

$$C) \frac{2x}{\sqrt{5}} = x - \sqrt{5} \quad | \cdot \sqrt{5}$$

$$1.) \frac{2x}{\sqrt{5}} = x - \sqrt{5} \quad | \cdot \sqrt{5}$$

$$2x = x\sqrt{5} - 5 \quad | ()^2 \leftarrow \text{PAS BESOIN !}$$

$$\begin{cases} 4x^2 = 5x^2 + 25 & | -5x^2 \\ -x^2 = 25 & | : (-1) \\ x^2 = -25 & \rightarrow \emptyset \end{cases} \quad \begin{cases} 2x - \sqrt{5} \cdot x = -5 \\ \Rightarrow x = \frac{5}{\sqrt{5}-2} \cdot \frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}+2} = 5(\sqrt{5}+2) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4x^2 = 5x^2 + 25 & | -5x^2 \\ -x^2 = 25 & | : (-1) \\ x^2 = -25 & \rightarrow \emptyset \end{cases}$$

$$\rightarrow \emptyset$$

$$\Rightarrow x = \frac{5}{\sqrt{5}-2} \cdot \frac{\sqrt{5}+2}{\sqrt{5}+2} = 5(\sqrt{5}+2)$$

conjugué

$$2.) \frac{2x}{\sqrt{5}} = -x + \sqrt{5} \quad | \cdot \sqrt{5}$$

$$2x = -x\sqrt{5} + 5 \quad | ()^2 \quad 2x + \sqrt{5} \cdot x = 5$$

$$\begin{cases} 4x^2 = 5x^2 + 25 & | -5x^2 \\ -x^2 = 25 & \rightarrow \emptyset \end{cases}$$

$$\rightarrow \emptyset$$

$$\Rightarrow x = \frac{5}{\sqrt{5}+2} \cdot \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}-2} = 5(\sqrt{5}-2)$$

$$S = \left\{ \frac{5}{\sqrt{5}+2}, \frac{5}{\sqrt{5}-2} \right\} = \left\{ 5(\sqrt{5}+2), 5(\sqrt{5}-2) \right\}$$

$$\cong \{ 27.2 ; 7.2 \}$$

DES QUESTIONS ?