

Compensation paramétrique

Complément du cours – Linéarisation d'une fonction logarithmique

La numérotation des formules correspond au cas général du polycopié (page 74/2023). Pour alléger l'écriture, on ne considère que la i-e ligne dans les formules (4.3) à (4.5).

Pour suivre le développement, il faut surtout comprendre que $\mathbf{a}$ et $\mathbf{b}$ sont les paramètres communs aux modèles de chaque observation, donc les $\mathbf{x}_j$ (inconnues $\mathbf{x}_1$ à $\mathbf{x}_n$), alors que les t_i (coefficients t_1 à t_n) sont parfaitement connus. En fait, t_i caractérise la i-e fonction des paramètres, associée à la i-e observation.

(4.1)	$\begin{cases} \check{\ell}_1 = \check{y}_1 = f_1(\check{\mathbf{a}}, \check{\mathbf{b}}) = \check{\mathbf{a}} \cdot \ln(\check{\mathbf{b}} + t_1) \\ \vdots \\ \check{\ell}_n = \check{y}_n = f_n(\check{\mathbf{a}}, \check{\mathbf{b}}) = \check{\mathbf{a}} \cdot \ln(\check{\mathbf{b}} + t_n) \end{cases}$	$\check{\ell}_i = i\text{-e observation (parfaite)}$ $\check{y}_i = i\text{-e modèle (parfait)}$ $\check{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \check{\mathbf{a}} \\ \check{\mathbf{b}} \end{bmatrix} = \text{paramètres (parfaits)}$
(4.2)	$\begin{bmatrix} \check{\ell}_1 \\ \vdots \\ \check{\ell}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \check{\mathbf{a}} \cdot \ln(\check{\mathbf{b}} + t_1) \\ \vdots \\ \check{\mathbf{a}} \cdot \ln(\check{\mathbf{b}} + t_n) \end{bmatrix}$	
(4.3)	$\ell_i - v_i = y_i = f_i(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \mathbf{a} \cdot \ln(\mathbf{b} + t_i)$	$v_i = i\text{-e résidu (à minimiser)}$
(4.4)	$f_i(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = f_i(\mathring{\mathbf{a}}, \mathring{\mathbf{b}}) + \left. \frac{\partial f_i(\mathbf{a}, \mathbf{b})}{\partial \mathbf{a}} \right _{\mathring{\mathbf{a}}, \mathring{\mathbf{b}}} \cdot \delta \mathbf{a} + \left. \frac{\partial f_i(\mathbf{a}, \mathbf{b})}{\partial \mathbf{b}} \right _{\mathring{\mathbf{a}}, \mathring{\mathbf{b}}} \cdot \delta \mathbf{b}$ $f_i(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \mathring{\mathbf{a}} \cdot \ln(\mathring{\mathbf{b}} + t_i) + \ln(\mathring{\mathbf{b}} + t_i) \cdot \delta \mathbf{a} + \frac{\mathring{\mathbf{a}}}{\mathring{\mathbf{b}} + t_i} \cdot \delta \mathbf{b}$ $f_i(\mathbf{a}, \mathbf{b}) = \mathring{y}_i + \begin{bmatrix} A_{i1} & A_{i2} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta \mathbf{a} \\ \delta \mathbf{b} \end{bmatrix}$	$\mathbf{x} = [\mathbf{a} \quad \mathbf{b}]^T$ $\mathring{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \mathring{\mathbf{a}} & \mathring{\mathbf{b}} \end{bmatrix}^T$ $\delta \mathbf{x} = [\delta \mathbf{a} \quad \delta \mathbf{b}]^T$
(4.5)	$\mathring{v}_i = \ell_i - \mathring{y}_i = \ell_i - \mathring{\mathbf{a}} \cdot \ln(\mathring{\mathbf{b}} + t_i)$	
(4.6)	$\begin{bmatrix} \ell_1 - \mathring{\mathbf{a}} \cdot \ln(\mathring{\mathbf{b}} + t_1) \\ \vdots \\ \ell_n - \mathring{\mathbf{a}} \cdot \ln(\mathring{\mathbf{b}} + t_n) \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} v_1 \\ \vdots \\ v_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \ln(\mathring{\mathbf{b}} + t_1) & \frac{\mathring{\mathbf{a}}}{\mathring{\mathbf{b}} + t_1} \\ \vdots & \vdots \\ \ln(\mathring{\mathbf{b}} + t_n) & \frac{\mathring{\mathbf{a}}}{\mathring{\mathbf{b}} + t_n} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \delta \mathbf{a} \\ \delta \mathbf{b} \end{bmatrix}$	