

ENG-267: Méthodes d'estimation

Complément du cours: somme de deux variables normales

Semaine 2

Procédé

Lors du cours, nous avons considéré deux variables normales a et b , ainsi que leur somme c . Avec la lois de propagation de variance, nous avons établi la formule générale pour l'écart-type de $c = \sigma_c$. Avec l'hypothèse $\sigma_a = \sigma_b = \sigma_0 = 1$, la formule ne dépend que de la corrélation entre a et b , ρ_{ab} .

L'animation comprend plusieurs étapes:

- a) Générer 1000 valeurs de a autour 10 avec l'écart-type de 1. L'histogramme illustre une réalisation de $a \in N(10, 1)$.
- b) Générer 1000 valeurs de b autour 20 avec l'écart-type de 1. L'histogramme illustre une réalisation de $b \in N(20, 1)$.
- c) Calculer 1000 valeurs de c . L'histogramme illustre une réalisation de $c \in N(30, \sigma_c)$. L'écart-type σ_c est estimé avec les formules de l'exercice 2.
- d) Répéter b) et c) avec une corrélation entre a et b croissant de 0 à +1, puis décroissant de 0 à -1.
- e) Pour les valeurs particulières de ρ_{ab} , comparer la valeur théorique de σ_c selon la lois de propagation de variance et sa r empirique obtenue avec les échantillons de a à b .

Visualisation

Les captures d'écrans ci-dessous illustrent les situations qui ont fait l'objet d'une comparaison explicite. Dans tous les cas, la correspondance est très bonne. Ce résultat est prévisible grâce à la taille importante de l'échantillon.

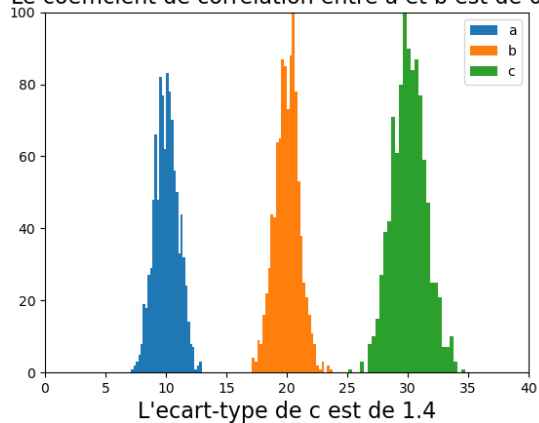
Remarque

La loi de propagation de variance n'exige aucune hypothèse quant à la distribution des variables aléatoires. A ce stade, disons qu'elle s'applique particulièrement bien à des variables normales. Notamment, on constate que l'histogramme de c illustre bien une cloche.

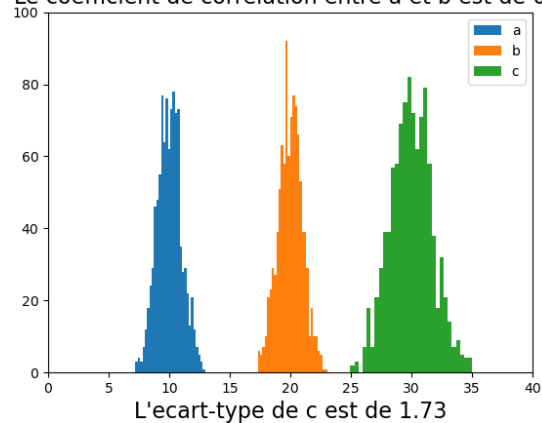
On rappelle ici le *théorème central limite*. En langage ordinaire: "Le mélange de variables aléatoires tend vers la loi normale".

Pour des variables non-normales dont on connaît la distribution, on peut recourir à des simulations Monte-Carlo. Toutefois la loi normale est souvent adéquate pour modéliser des erreurs de mesure.

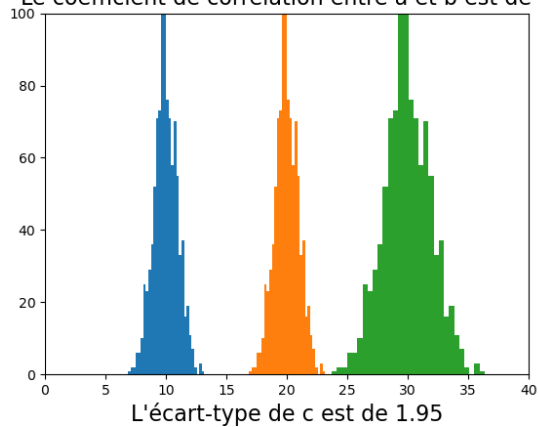
Le coefficient de corrélation entre a et b est de 0.0



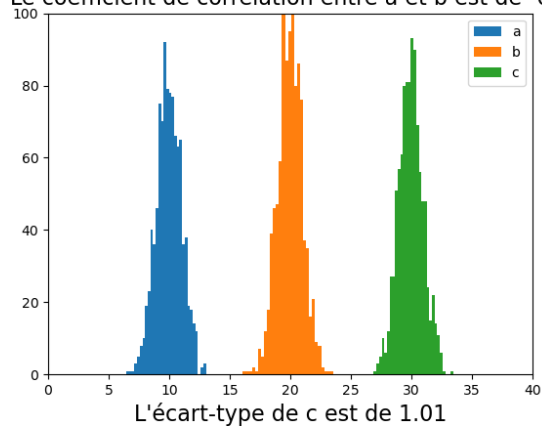
Le coefficient de corrélation entre a et b est de 0.5



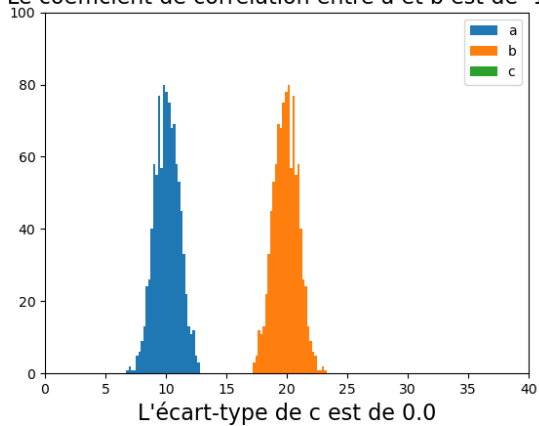
Le coefficient de corrélation entre a et b est de 1



Le coefficient de corrélation entre a et b est de -0.5



Le coefficient de corrélation entre a et b est de -1.0



Output numérique

Rho:	0.0	ecart_type emp:	1.40	ecart_type_theo:	1.41
Rho:	0.0	ecart_type emp:	1.40	ecart_type_theo:	1.41
Rho:	0.1	ecart_type emp:	1.49	ecart_type_theo:	1.48
Rho:	0.2	ecart_type emp:	1.49	ecart_type_theo:	1.55
Rho:	0.3	ecart_type emp:	1.59	ecart_type_theo:	1.61
Rho:	0.4	ecart_type emp:	1.71	ecart_type_theo:	1.67
Rho:	0.5	ecart_type emp:	1.73	ecart_type_theo:	1.73
Rho:	0.6	ecart_type emp:	1.78	ecart_type_theo:	1.79
Rho:	0.7	ecart_type emp:	1.79	ecart_type_theo:	1.84
Rho:	0.8	ecart_type emp:	1.94	ecart_type_theo:	1.90
Rho:	0.9	ecart_type emp:	1.96	ecart_type_theo:	1.95
Rho:	1.0	ecart_type emp:	1.95	ecart_type_theo:	2.00
Rho:	0.0	ecart_type emp:	1.43	ecart_type_theo:	1.41
Rho:	-0.1	ecart_type emp:	1.33	ecart_type_theo:	1.34
Rho:	-0.2	ecart_type emp:	1.27	ecart_type_theo:	1.26
Rho:	-0.3	ecart_type emp:	1.18	ecart_type_theo:	1.18
Rho:	-0.4	ecart_type emp:	1.10	ecart_type_theo:	1.10
Rho:	-0.5	ecart_type emp:	1.01	ecart_type_theo:	1.00
Rho:	-0.6	ecart_type emp:	0.89	ecart_type_theo:	0.89
Rho:	-0.7	ecart_type emp:	0.79	ecart_type_theo:	0.77
Rho:	-0.8	ecart_type emp:	0.64	ecart_type_theo:	0.63
Rho:	-0.9	ecart_type emp:	0.44	ecart_type_theo:	0.45
Rho:	-1.0	ecart_type emp:	0.00	ecart_type_theo:	0.00