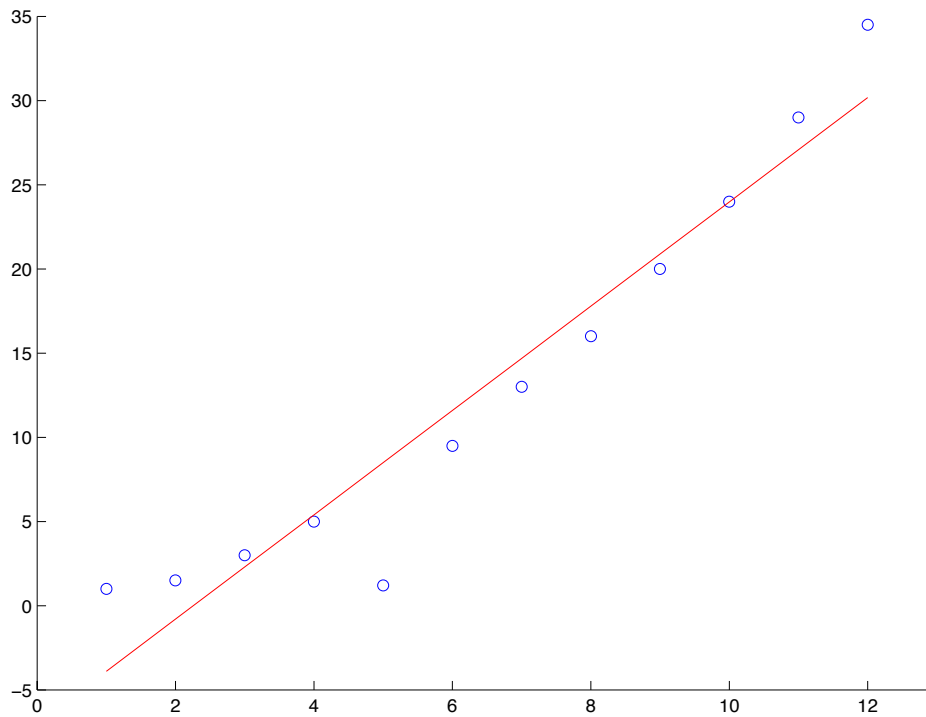


Ajustement de fonction / a démo

- A démo avec deux défis:
 - Mesures - y a-t-il une faute ?
 - Le modèle est-il conforme aux mesures ?
- Les outils
 - Quotient global
 - Résidus standardisés
 - Valeurs et précision des paramètres
 - Corrélation entre des paramètres

AJUSTEMENT DE FONCTION

modèle linéaire: $y = a + b \cdot t$



Avec faute

$$\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -6.99 \\ 3.10 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} 0.38 & -0.05 \\ -0.05 & 0.01 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} 1 & -0.88 \\ -0.88 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{v}} = \begin{bmatrix} 4.89 \\ 2.30 \\ 0.70 \\ -0.40 \\ -7.30 \\ -2.09 \\ -1.69 \\ -1.79 \\ 0.89 \\ 0.02 \\ 1.92 \\ 4.32 \end{bmatrix}$$

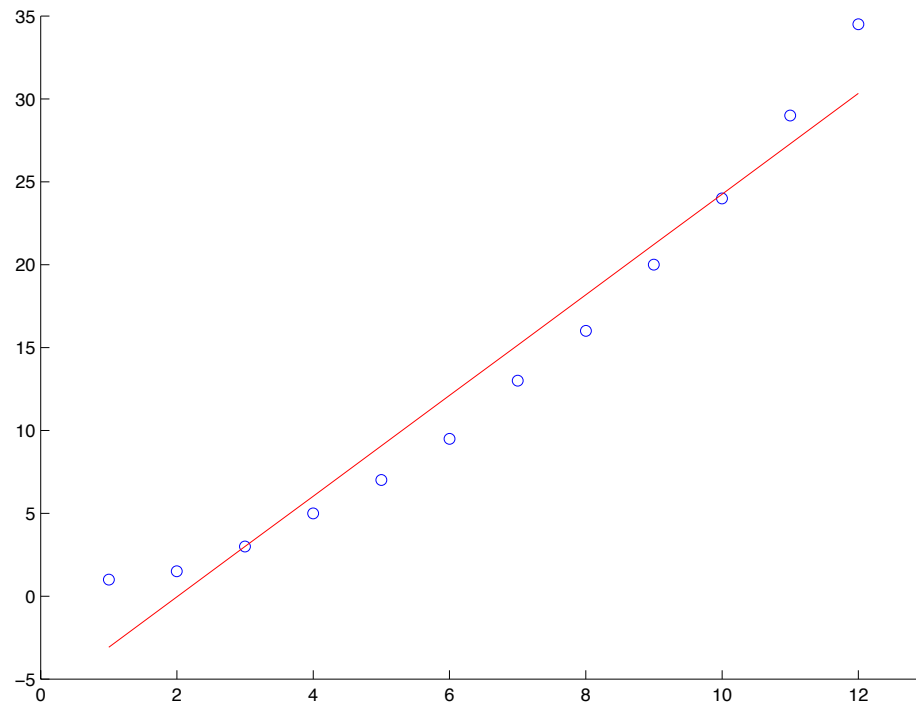
$$\text{diag}(\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{v}}\hat{\mathbf{v}}}) = \begin{bmatrix} 0.71 \\ 0.78 \\ 0.83 \\ 0.87 \\ 0.90 \\ 0.91 \\ 0.91 \\ 0.90 \\ 0.87 \\ 0.83 \\ 0.78 \\ 0.71 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\hat{v}_i}{\hat{\sigma}_{\hat{v}_i}} = \begin{bmatrix} 1.71 \\ 0.76 \\ 0.22 \\ -0.12 \\ -2.25 \\ -0.64 \\ -0.52 \\ -0.55 \\ -0.28 \\ 0.01 \\ 0.64 \\ 1.51 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\sigma}_o = 3.42$$

AJUSTEMENT DE FONCTION

modèle linéaire: $y = a + b \cdot t$



Sans faute

$$\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} -6.11 \\ 3.04 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} 0.38 & -0.05 \\ -0.05 & 0.01 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} 1 & -0.88 \\ -0.88 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{v}} = \begin{bmatrix} 4.08 \\ 1.54 \\ 0.00 \\ -1.03 \\ -2.07 \\ -2.61 \\ -2.14 \\ -2.18 \\ -1.22 \\ -0.25 \\ 1.71 \\ 4.17 \end{bmatrix}$$

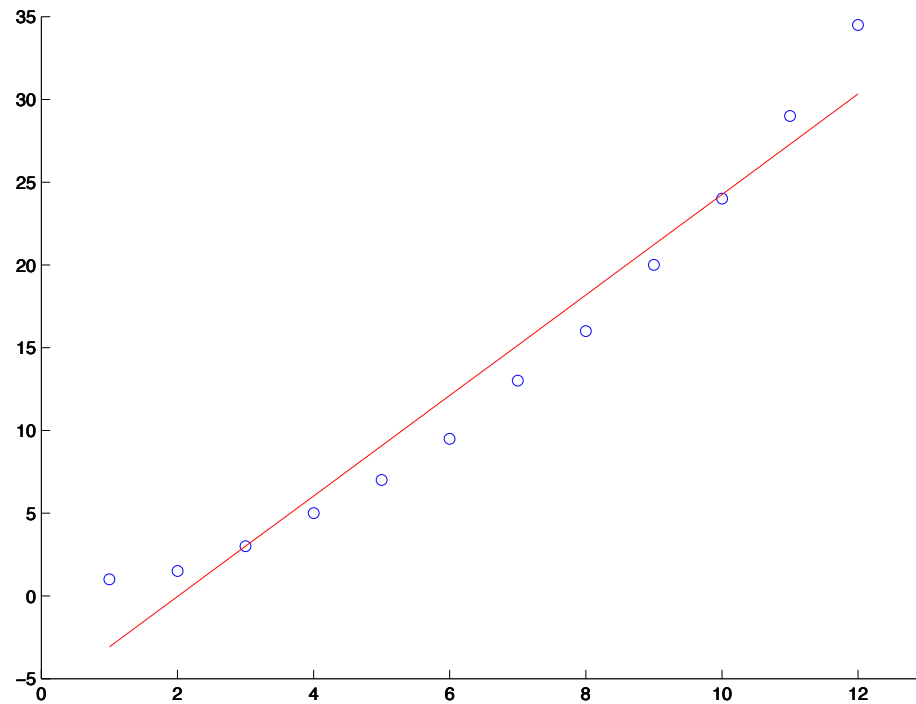
$$\text{diag}(\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{v}}\hat{\mathbf{v}}}) = \begin{bmatrix} 0.71 \\ 0.78 \\ 0.83 \\ 0.87 \\ 0.90 \\ 0.91 \\ 0.91 \\ 0.90 \\ 0.87 \\ 0.83 \\ 0.78 \\ 0.71 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\hat{v}_i}{\hat{\sigma}_{\hat{v}_i}} = \begin{bmatrix} 1.94 \\ 0.70 \\ 0.00 \\ -0.44 \\ -0.87 \\ -1.09 \\ -0.89 \\ -0.91 \\ -0.52 \\ -0.11 \\ 0.77 \\ 1.98 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\sigma}_o = 2.5$$

AJUSTEMENT DE FONCTION

modèle linéaire centré: $y = a + b \cdot (t - \bar{t})$



Sans faute

$$\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 13.62 \\ 3.03 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} 0.08 & 0.00 \\ 0.00 & 0.01 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{v}} = \begin{bmatrix} 4.08 \\ 1.54 \\ 0.00 \\ -1.03 \\ -2.07 \\ -2.61 \\ -2.14 \\ -2.18 \\ -1.22 \\ -0.25 \\ 1.71 \\ 4.17 \end{bmatrix}$$

$$\text{diag}(\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{v}}\hat{\mathbf{v}}}) = \begin{bmatrix} 0.71 \\ 0.78 \\ 0.83 \\ 0.87 \\ 0.90 \\ 0.91 \\ 0.91 \\ 0.90 \\ 0.87 \\ 0.83 \\ 0.78 \\ 0.71 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\hat{v}_i}{\hat{\sigma}_{v_i}} = \begin{bmatrix} 1.94 \\ 0.70 \\ 0.00 \\ -0.44 \\ -0.87 \\ -1.09 \\ -0.90 \\ -0.92 \\ -0.52 \\ -0.11 \\ 0.78 \\ 1.99 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\sigma}_o = 2.5$$

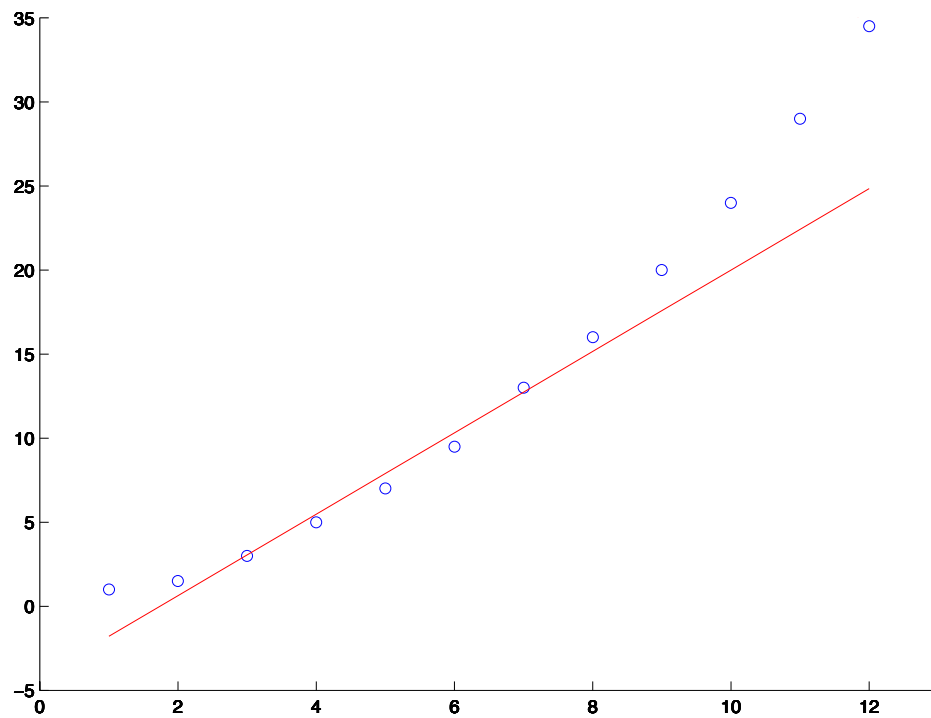
AJUSTEMENT DE FONCTION

modèle linéaire forcé: $(y - 20) = b \cdot (t - 10)$

$$\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} = [0.00]$$

$$\hat{\mathbf{x}} = [2.42]$$

$$\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} = [1]$$



Sans faute

$$\hat{\mathbf{v}} = \begin{bmatrix} 2.79 \\ 0.87 \\ -0.06 \\ -0.48 \\ -0.90 \\ -0.82 \\ 0.26 \\ 0.84 \\ 2.42 \\ 4.00 \\ 6.58 \\ 9.67 \end{bmatrix}$$

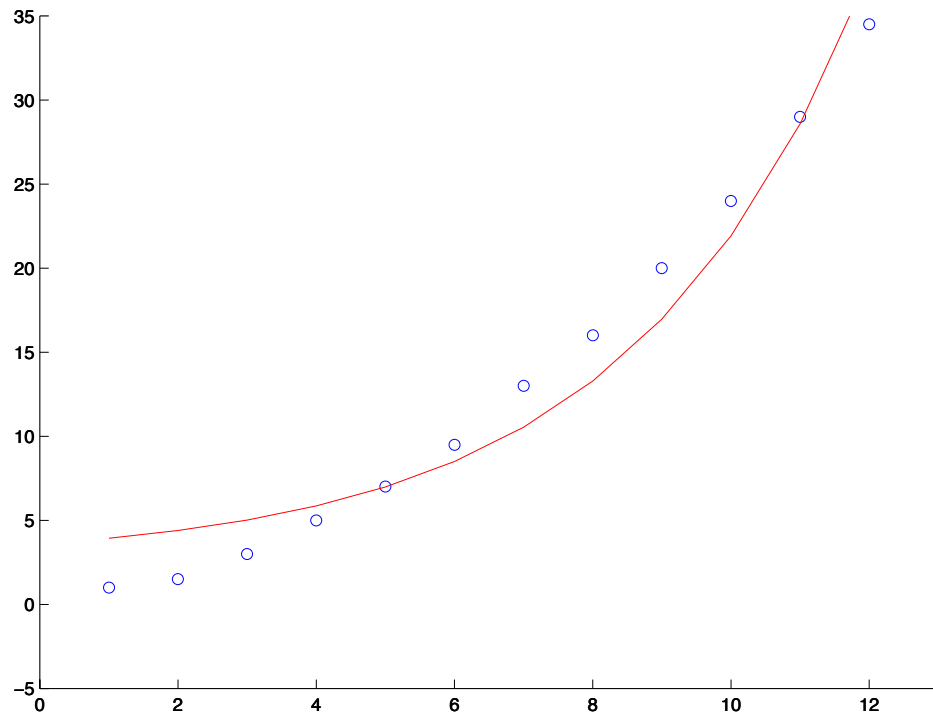
$$\text{diag}(\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{v}}\hat{\mathbf{v}}}) = \begin{bmatrix} 0.72 \\ 0.78 \\ 0.83 \\ 0.88 \\ 0.91 \\ 0.94 \\ 0.97 \\ 0.99 \\ 1.00 \\ 1.00 \\ 1.00 \\ 0.99 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\hat{\mathbf{v}}_i}{\sigma_{\hat{\mathbf{v}}_i}} = \begin{bmatrix} 0.84 \\ 0.25 \\ -0.02 \\ -0.13 \\ -0.24 \\ -0.21 \\ 0.07 \\ 0.22 \\ 0.62 \\ 1.02 \\ 1.68 \\ 2.48 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\sigma}_o = 3.92$$

AJUSTEMENT DE FONCTION

modèle exponentiel: $y = a + e^{bt}$



Sans faute

$$\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 2.59 \\ 0.30 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} 0.14 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} 1 & -0.63 \\ -0.63 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{v}} = \begin{bmatrix} -2.93 \\ -2.89 \\ -2.02 \\ -0.85 \\ 0.02 \\ 1.00 \\ 2.46 \\ 2.72 \\ 3.04 \\ 2.08 \\ 0.42 \\ -3.05 \end{bmatrix}$$

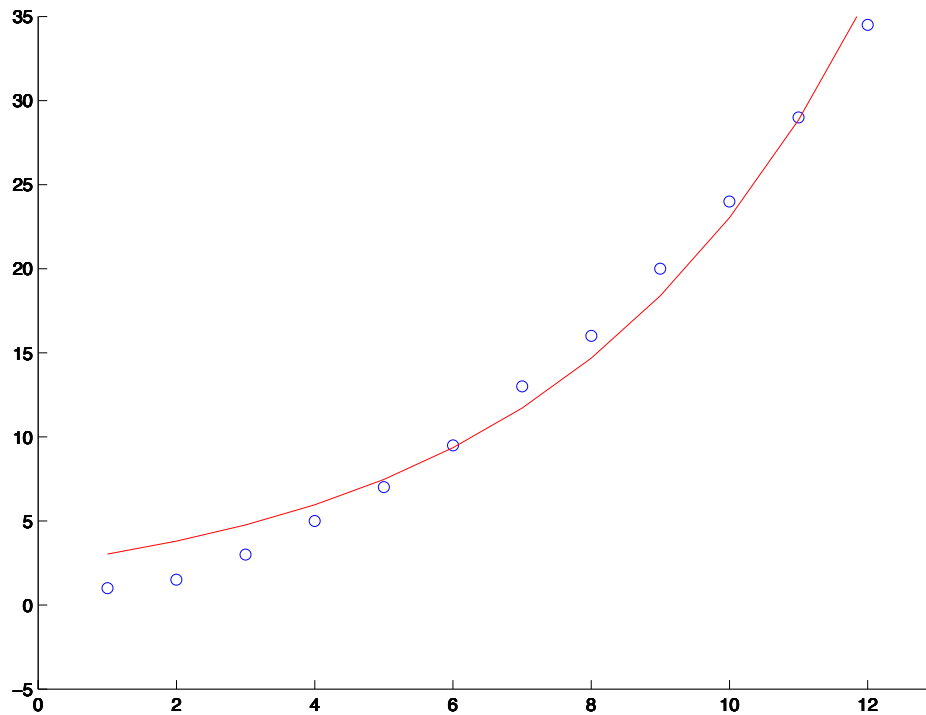
$$\text{diag}(\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{v}}\hat{\mathbf{v}}}) = \begin{bmatrix} 0.86 \\ 0.86 \\ 0.87 \\ 0.87 \\ 0.88 \\ 0.89 \\ 0.90 \\ 0.91 \\ 0.91 \\ 0.88 \\ 0.75 \\ 0.40 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\hat{v}_i}{\hat{\sigma}_{\hat{v}_i}} = \begin{bmatrix} -1.30 \\ -1.28 \\ -0.89 \\ -0.38 \\ 0.01 \\ 0.44 \\ 1.06 \\ 1.17 \\ 1.31 \\ 0.91 \\ 0.20 \\ -1.97 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\sigma}_o = 2.43$$

AJUSTEMENT DE FONCTION

modèle exponentiel: $y = be^{ct}$



Sans faute

$$\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 2.42 \\ 0.23 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} 0.04 & 0.00 \\ 0.00 & 0.00 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} 1 & -0.98 \\ -0.98 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{v}} = \begin{bmatrix} -2.03 \\ -2.30 \\ -1.76 \\ -0.96 \\ -0.47 \\ 0.15 \\ 1.29 \\ 1.32 \\ 1.61 \\ 0.97 \\ 0.14 \\ -1.65 \end{bmatrix}$$

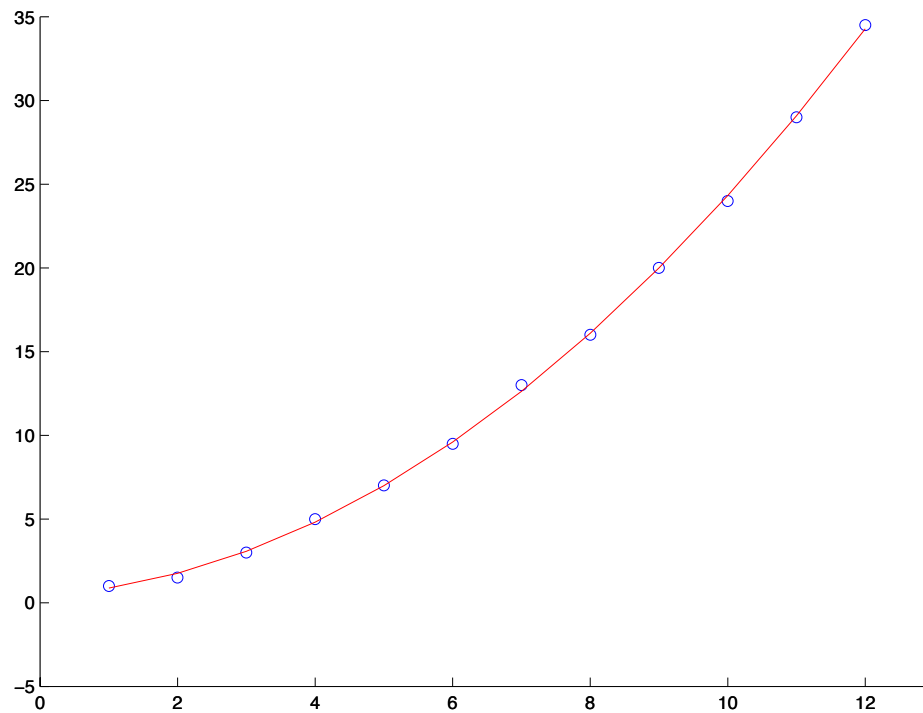
$$\text{diag}(\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{v}}\hat{\mathbf{v}}}) = \begin{bmatrix} 0.95 \\ 0.93 \\ 0.91 \\ 0.90 \\ 0.88 \\ 0.87 \\ 0.86 \\ 0.86 \\ 0.87 \\ 0.85 \\ 0.74 \\ 0.38 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\hat{\mathbf{v}}_i}{\sigma_{\hat{\mathbf{v}}_i}} = \begin{bmatrix} -1.37 \\ -1.56 \\ -1.20 \\ -0.66 \\ 0.32 \\ 0.10 \\ 0.90 \\ 0.93 \\ 1.13 \\ 0.69 \\ 0.11 \\ -1.75 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\sigma}_o = 1.53$$

AJUSTEMENT DE FONCTION

modèle parabolique: $y = a + b \cdot t + c \cdot t^2$



Sans faute

$$\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0.42 \\ 0.24 \\ 0.22 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{v}} = \begin{bmatrix} 0.12 \\ -0.25 \\ -0.06 \\ 0.18 \\ 0.01 \\ -0.09 \\ 0.36 \\ -0.09 \\ 0.00 \\ -0.32 \\ -0.08 \\ 0.22 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\sigma}_0 = 0.22$$

$$\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} 1.07 & -0.34 & 0.02 \\ -0.34 & 0.13 & -0.01 \\ 0.02 & -0.01 & 0.00 \end{bmatrix}$$

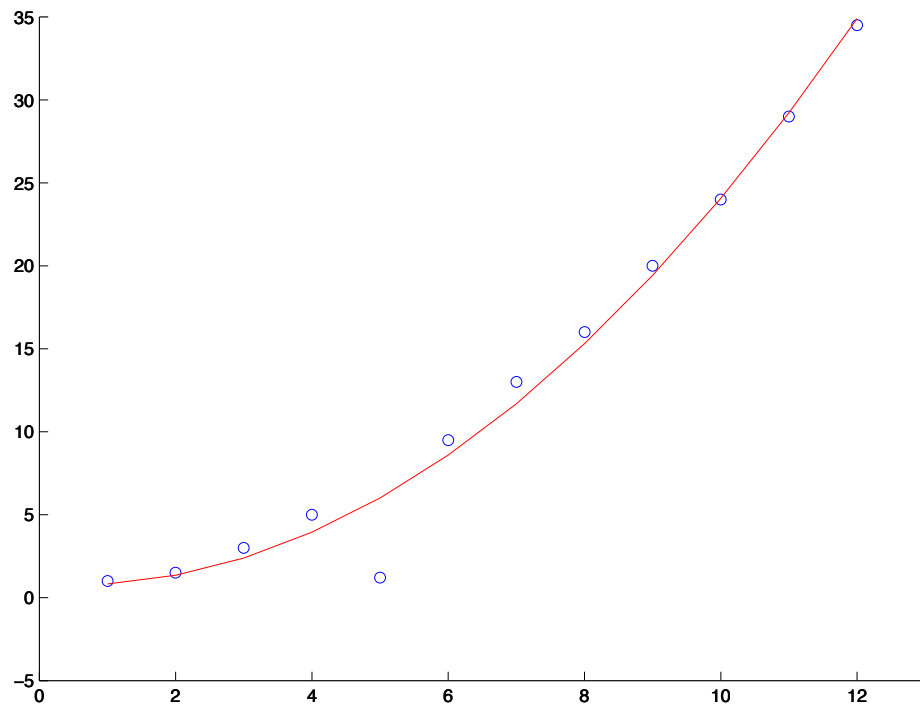
$$\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} 1 & -0.90 & 0.80 \\ -0.90 & 1 & -0.97 \\ 0.80 & -0.97 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\text{diag}(\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{v}}\hat{\mathbf{v}}}) = \begin{bmatrix} 0.45 \\ 0.72 \\ 0.83 \\ 0.85 \\ 0.83 \\ 0.81 \\ 0.81 \\ 0.83 \\ 0.85 \\ 0.83 \\ 0.72 \\ 0.45 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\hat{v}_i}{\hat{\sigma}_{\hat{v}_i}} = \begin{bmatrix} 0.86 \\ -1.36 \\ -0.34 \\ 0.92 \\ 0.06 \\ -0.47 \\ 1.86 \\ -0.49 \\ 0.02 \\ -1.61 \\ -0.45 \\ 1.50 \end{bmatrix}$$

AJUSTEMENT DE FONCTION

modèle parabolique: $y = a + b \cdot t + c \cdot t^2$



Avec faute

$$\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 0.82 \\ -0.25 \\ 0.26 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} 1.07 & -0.34 & 0.02 \\ -0.34 & 0.13 & -0.01 \\ 0.02 & -0.01 & 0.00 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} 1 & -0.90 & 0.80 \\ -0.90 & 1 & -0.97 \\ 0.80 & -0.97 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{v}} = \begin{bmatrix} 0.18 \\ -0.15 \\ -0.61 \\ 1.06 \\ -4.80 \\ 0.91 \\ 1.31 \\ 0.70 \\ 0.57 \\ -0.07 \\ -0.23 \\ -0.40 \end{bmatrix}$$

$$\text{diag}(\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{v}}\hat{\mathbf{v}}}) = \begin{bmatrix} 0.45 \\ 0.72 \\ 0.83 \\ 0.85 \\ 0.83 \\ 0.81 \\ 0.81 \\ 0.83 \\ 0.85 \\ 0.83 \\ 0.72 \\ 0.45 \end{bmatrix}$$

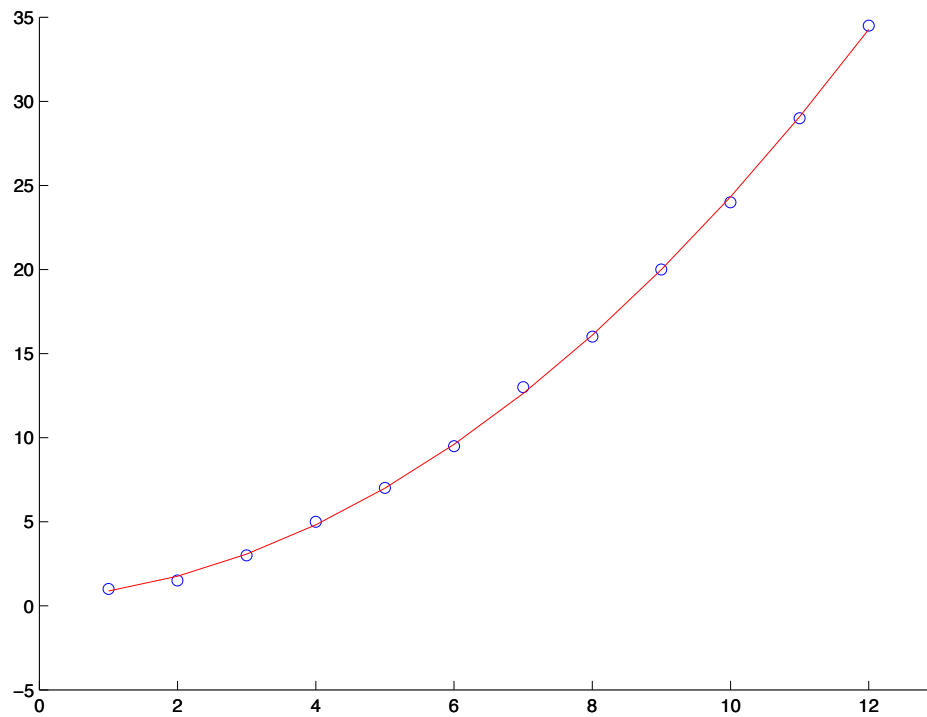
$$\frac{\hat{v}_i}{\hat{\sigma}_{v_i}} = \begin{bmatrix} 0.15 \\ 0.10 \\ 0.38 \\ 0.65 \\ -2.98 \\ 0.57 \\ 0.82 \\ 0.43 \\ 0.35 \\ -0.04 \\ -0.15 \\ -0.33 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\sigma}_o = 1.77$$

AJUSTEMENT DE FONCTION

modèle parabolique centré:

$$y = a + b \cdot (t - \bar{t}) + c \cdot (t - \bar{t})^2$$



Sans faute

$$\hat{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} 11.07 \\ 3.04 \\ 0.22 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} 0.19 & 0.00 & -0.01 \\ 0.00 & 0.01 & 0.00 \\ -0.01 & 0.00 & 0.00 \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{R}_{\hat{\mathbf{x}}\hat{\mathbf{x}}} = \begin{bmatrix} 1 & 0.00 & -0.75 \\ 0.00 & 1 & 0.00 \\ -0.75 & 0.00 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\mathbf{v}} = \begin{bmatrix} 0.12 \\ -0.25 \\ -0.06 \\ 0.18 \\ 0.01 \\ -0.09 \\ 0.36 \\ -0.09 \\ 0.00 \\ -0.32 \\ -0.08 \\ 0.22 \end{bmatrix}$$

$$\hat{\sigma}_o = 0.22$$

$$\text{diag}(\mathbf{Q}_{\hat{\mathbf{v}}\hat{\mathbf{v}}}) = \begin{bmatrix} 0.45 \\ 0.72 \\ 0.83 \\ 0.85 \\ 0.83 \\ 0.81 \\ 0.81 \\ 0.83 \\ 0.85 \\ 0.83 \\ 0.72 \\ 0.45 \end{bmatrix}$$

$$\frac{\hat{v}_i}{\hat{\sigma}_{\hat{v}_i}} = \begin{bmatrix} 0.86 \\ -1.36 \\ -0.34 \\ 0.92 \\ 0.06 \\ -0.47 \\ 1.86 \\ -0.49 \\ 0.02 \\ -1.61 \\ -0.45 \\ 1.50 \end{bmatrix}$$